T. 2 − Contraste de hipótesis

1. Definición y conceptos básicos

• Se entiende por contraste de hipótesis al proceso mediante el cual se intenta comprobar si una afirmación sobre alguna propiedad poblacional puede ser sostenida a la luz de la información muestral disponible (Pardo y San Martín, 1998).

• El contraste de hipótesis se enmarca en el proceder habitual del método científico, el cual, con un ejemplo, podemos resumir en las siguientes etapas clave:

(1) Laguna de conocimiento o incertidumbre.

Ejemplo: Parecen existir diferencias entre mujeres y hombres en la capacidad para orientarse en el espacio.

(2) Conjetura explicativa de esa incertidumbre que pueda ser verificada a partir de datos obtenidos de forma empírica → Hipótesis científica (los conceptos o atributos implicados en la misma deben aparecer expresados de forma precisa, así como el modo en que éstos van a ser medidos.)

Ejemplo: La orientación en el espacio, entendida como [...] y medida a través de [...], es distinta en mujeres y hombres.

(3) Expresión en términos estadísticos de la hipótesis científica: la hipótesis estadística (*He*)

Ejemplo: Existen diferencias estadísticamente significativas en la puntuación media de hombres y mujeres en la prueba *X* de orientación espacial → H_e: $\mu_{X_{Mujeres}} \neq \mu_{X_{Hombres}}$

(4) Contraste de hipótesis: proceso orientado a comprobar si la *He* planteada es compatible con la evidencia empírica obtenida a partir de una muestra de la población de interés.

1.1. De la hipótesis científica a la hipótesis estadística

• Una hipótesis estadística es la expresión de una hipótesis científica en términos de parámetros.

A modo de **ejemplo** de expresión de una hipótesis científica en forma de hipótesis estadística:

Hipótesis científica → En el actual plan de estudios del grado de Psicología de la UVEG, el rendimiento académico (notas) en las asignaturas de 2º es mayor que en las de 1º.

Hipótesis estadística → *He:* $\mu_{Notas\,2º} > \mu_{Notas\,1º}$ $(o\ Md_{Notas\,2º} > Md_{Notas\,1º}\ , u\ otras\ posibles)$.

Otro **ejemplo**:

Hipótesis científica → En la población de trabajadores de España la prevalencia del "mobbing" es inferior al 7%.

Hipótesis estadística → *He:* $\pi_{mobbing} < 0{,}07$

Nótese que, mientras que en la 1ª hipótesis hay implicados dos parámetros (o, lo que es lo mismo, dos poblaciones), la 2ª hipótesis se refiere al valor de un único parámetro (y hay implicada, por tanto, una única población).

• Apunte terminológico: cuando en la H_e aparecen los operadores relacionales < o > se habla de contraste unilateral, mientras que cuando aparece el ≠ se habla de contraste bilateral.

Ejercicio 1: Expresar las siguientes hipótesis científicas en forma de *He*. Determina, para cada una de ellas, si hay implicados uno o dos parámetros, y si son contrastes bilaterales o unilaterales.

a) La proporción de sujetos con ideación suicida en la población de personas con depresión es superior a 0,40.
b) El tiempo medio de reconocimiento visual de palabras monosilábicas reales (no pseudo-palabras) está por debajo de los 230 msg.
c) El porcentaje de fracaso escolar es diferente en zonas rurales y zonas urbanas.
d) La variabilidad de las puntuaciones en la escala de inteligencia de Weschler es distinta para los asiáticos y para los europeos.

e) Los esquizofrénicos tienen mayor capacidad en el reconocimiento de patrones visuales repetitivos que los que no están diagnosticados de esta patología.

f) Existe algún tipo de relación entre el nivel de inseguridad y la agresividad de las personas.

1.2. La lógica del contraste de hipótesis

• El contraste de hipótesis representa un desarrollo de la estadística inferencial que permite, a partir de la obtención de información en muestras, poner a prueba hipótesis a nivel poblacional. Obviamente, no tendrá sentido su aplicación cuando se tenga acceso a la información poblacional, caso en el que la verificación de la H_e es inmediata.

> **Ejemplo**: Sea el caso de la hipótesis "En el actual plan de estudios del grado de Psicología de la UVEG, el rendimiento académico (medido a través de las notas) en las asignaturas de 2º es mayor que en las de 1º, cuyo contraste se va a plantear según la He: $\mu_{Notas\,2^o} > \mu_{Notas\,1^o}$. ¿Cómo se llevaría a cabo en la práctica el mismo?
>
> La comprobación de H_e sería inmediata cuando se dispusiese de de las notas de 1º y 2º para todos los estudiantes en el actual plan de estudios: bastaría con obtener la nota media en ambas poblaciones y comparar ambas medias. Esto no es lo más habitual en la práctica, así que en el caso en que sólo dispusiésemos de las notas para una muestra de estudiantes –dos en realidad, una muestra de estudiantes de 1º y otra de estudiantes de 2º–, habría que plantear el contraste de hipótesis derivado de la aplicación de la estadística inferencial que permita inferir si esas dos medias son diferentes a nivel poblacional.

• El modo de proceder en el contraste de hipótesis se sustenta sobre la lógica falsacionista, esto es, se asume a priori que es cierta la hipótesis que plantea la relación contraria a la planteada en la H_e. A esta hipótesis se le suele denominar como *hipótesis nula* (H_o), dado que en la misma se recoge la igualdad o inexistencia de relación entre los atributos implicados en la H_e. Señalar que a la hipótesis estadística se le suele denominar también en la literatura como *hipótesis alternativa* (H_1), dada su complementariedad con la H_o. Ambas hipótesis deben plantearse como exhaustivas (que recojan todos los posibles resultados) y mutuamente excluyentes (que no se solapen entre sí).

> **Ejemplos** para las hipótesis formuladas anteriormente,

$$H_e\text{: } \mu_{Notas\,2^o} > \mu_{Notas\,1^o} \quad \rightarrow \quad H_o\text{: } \mu_{Notas\,2^o} \leq \mu_{Notas\,1^o}$$

$$H_e\text{: } \pi_{mobbing} < 0{,}07 \quad \rightarrow \quad H_o\text{: } \pi_{mobbing} \geq 0{,}07$$

Así, si la evidencia empírica recogida (resultados obtenidos a partir de datos muestrales) discrepa substancialmente de lo que plantea la H_o, se rechaza ésta y se acepta la H_1. Si, por el contrario, los resultados empíricos no discrepan significativamente de lo planteado en la H_o, entonces se mantiene ésta. En definitiva, que es la H_o la que realmente se somete a contraste con la evidencia empírica. En el siguiente apartado se verá cómo se hace operativa esta discrepancia.

• Consecuencias de la lógica que subyace al contraste de hipótesis:

(1) Cuando se rechaza la H_o podemos afirmar que hemos conseguido probar, en términos probabilísticos, que esa hipótesis es falsa y, en consecuencia, que los resultados obtenidos apoyan la H_e, Ello suele expresarse en los informes de investigación diciendo que se ha obtenido *una diferencia/relación estadísticamente significativa* –en cuanto que las H_e siempre suelen plantear algún tipo de enunciado de diferencia o de relación entre parámetros. Una expresión más genérica sería decir que se ha obtenido *un resultado estadísticamente significativo*.

(2) Cuando no se rechaza (o se mantiene) la H_o en un contraste de hipótesis, ello implica obtener evidencia empírica a favor de que la H_e es falsa. Ahora bien, ello no significa que se pruebe que la H_o es verdadera. Si se mantiene la H_o, lo único que se puede afirmar es que se ha obtenido evidencia empírica compatible con la misma. En los informes de investigación se suele expresar este tipo de resultado diciendo que se ha obtenido *una diferencia/relación/resultado que no es estadísticamente significativo*, o bien, diciendo que *los resultados no son concluyentes* –aludiendo a que no se ha obtenido evidencia empírica que apoye la H_e, que es la que refleja lo que se quiere poner a prueba.

Ejercicio 2: Formular las H_o correspondientes a las H_e planteadas en el ejercicio anterior. Tener en cuenta los siguientes requisitos en la formulación de una H_o: (1) que aparezca el signo de igualdad en la misma (=, ≥ o ≤); y (2) que las H_o y H_e sean complementarias.

2. Aplicación del contraste de hipótesis: los casos de la proporción y la media

• Se pueden distinguir dos estrategias generales a la hora de llevar a cabo un contraste de hipótesis , esto es, en el análisis de la discrepancia entre lo que asume la H_o y los resultados obtenidos a partir de los datos recogidos en una muestra: (1) el basado en la realización de pruebas de significación estadística (muy divulgado y utilizado, sigue siendo la estrategia implementada por la mayoría de los paquetes estadísticos y la que tiene más presencia en las publicaciones científicas); (2) el basado en la utilización de intervalos de confianza (más intuitivo e informativo, su divulgación en la docencia de la estadística, así como su aparición en las publicaciones científicas, se va extendiendo de forma paulatina). Ambos permiten tomar una decisión sobre el mantenimiento o el rechazo de la H_o y, en consecuencia, sobre el apoyo o no a la H_e.

A continuación se va a describir el fundamento de ambas aproximaciones, así como su aplicación en la realización de algunos de los contrastes de hipótesis más utilizados. En temas sucesivos, sin embargo, se volcará la atención hacia la estrategia basada en pruebas de significación, no por una mayor predilección hacia la misma, sino por ser coherentes con la mayor presencia de éstas en programas informáticos y publicaciones.

2.1. Contraste de hipótesis basado en pruebas de significación

• El contraste de hipótesis basado en pruebas de significación consiste en calcular la probabilidad de que se dé un resultado como el obtenido en la muestra, partiendo del supuesto de que es cierto lo que aparece expresado en la H_o. Si esa probabilidad, conocida como nivel de significación observado o nivel crítico (*Sig*), es muy pequeña, se rechaza la H_o y se acepta la H_e. El valor por debajo del cual se considera lo suficientemente pequeña esa probabilidad es una convención en el mundo de la ciencia y se establece generalmente en 0,05 o 0,01. A ese valor se le denomina de forma genérica como α o nivel de riesgo y, por tanto, la prueba de significación conduce a un rechazo de la H_o siempre que $Sig < \alpha$.

• En la práctica de la ejecución de una prueba de significación, la obtención del *Sig* asociado al resultado obtenido en una muestra para un determinado estadístico (por ejemplo, el valor de la media aritmética de una variable), asumiendo que la H_o es cierta, supone:

> 1º) Transformar ese resultado muestral de acuerdo a una expresión conocida como estadístico de contraste, de los que existe un amplio repertorio adecuado a los distintos parámetros que pueden aparecer implicados en una H_e.
>
> (Dicho estadístico de contraste es una variable aleatoria que tiene una distribución muestral que se ajusta a un patrón conocido, asumiendo que es cierta la H_o. Las distribuciones muestrales para los estadísticos de contraste más utilizados en la práctica se ajustan a distribuciones de probabilidad bien conocidas como la de la curva normal, la distribución binomial, la distribución ji-cuadrado, la distribución *t* o la distribución *F*.)
>
> 2º) Obtener, en la tabla estadística que se corresponda con la distribución muestral del estadístico de contraste utilizado, el nivel de significación observado (*Sig*), es decir, la probabilidad asociada al valor del estadístico de contraste obtenido en la muestra.

2.1.1. Caso del contraste de hipótesis sobre una proporción

• El objetivo de este contraste de hipótesis es decidir si una hipótesis sobre un determinado valor (*k*) de proporción de una variable en una población es apoyada, o no, por la evidencia empírica obtenida a partir de una muestra de esa población.

• Procedimiento:

1. Se decide el nivel de riesgo (α) que se desea asumir en el contraste de hipótesis (habitualmente, 0,05 o 0,01) y se plantean las hipótesis estadística y nula. Tres posibles hipótesis en este caso:

$$H_e : \pi_X > k \rightarrow H_o : \pi_X \leq k \ \ (contraste\, unilateral)$$
$$H_e : \pi_X \neq k \rightarrow H_o : \pi_X = k \ \ (contraste\, bilateral)$$
$$H_e : \pi_X < k \rightarrow H_o : \pi_X \geq k \ \ (contraste\, unilateral)$$

2. Explorar si la proporción empírica obtenida en la muestra (*p*) parece apoyar, en principio, la hipótesis estadística planteada. Si no la apoya no tiene sentido continuar y se mantendría la H_o. Eso sí, el resultado muestral obtenido puede resultarnos de interés a la hora de plantear hipótesis estadísticas más afinadas en el futuro.
3. Se obtiene el siguiente estadístico de contraste (este estadístico no es más que la tipificación del valor de la proporción obtenido en la muestra, tal y como se ilustrará en el siguiente ejemplo):

$$z = \frac{|p-k|}{\sqrt{k \cdot (1-k)/n}}$$

4. Se obtiene en la distribución binomial o, en el caso que la muestra sea grande, en la distribución normal estandarizada, la probabilidad de obtener un valor como el obtenido con el estadístico de contraste o más extremo, esto es, el nivel de significación observado (*Sig*).

   Criterios de muestra grande que se deben satisfacer a fin de poder consultar el valor del estadístico de contraste en la distribución normal estandarizada: $n \cdot \pi > 5$ y $n \cdot (1-\pi) > 5$

   El valor de probabilidad obtenido en la tabla corresponde a la realización de un contraste unilateral; si el contraste que se lleva a cabo es bilateral, se debe multiplicar por dos el valor obtenido → *Sig (bilateral) = Sig (unilateral)* · 2
5. Decisión: se mantiene la H_o si $Sig > \alpha$; se rechaza si $Sig < \alpha$.

Ejemplo de contraste de hipótesis acerca de una proporción poblacional (adaptado de Losilla *et al.*, 2005). Supóngase que en la presente legislatura el gobierno se planteó como objetivo que más del 40% de los colegios públicos cuenten con pizarras digitales y que, en caso de que no se llegase a este mínimo, el gobierno propondría una partida presupuestaria para cubrir esta deficiencia. Próximo a finalizarse la legislatura y para averiguar si el objetivo propuesto se ha cumplido, se selecciona aleatoriamente una muestra de 20 colegios públicos del país, donde se observa que 13 de ellos disponen de pizarras digitales en las aulas.

1. Nivel de riesgo (α) = 0,05. La hipótesis estadística es unilateral ya que el problema establece que la proporción de colegios con pizarras digitales sea *superior* al 40%.

$$H_e: \pi > 0{,}40 \;\rightarrow H_0: \pi \leq 0{,}40$$

2. La proporción obtenida en la muestra parece apoyar la hipótesis del investigador, ya que la proporción de colegios públicos con pizarras digitales (p = 13/20 = 0,65) es superior a 0,40.
3. Se obtiene el valor del estadístico de contraste:

$$z = \frac{|0,65 - 0,40|}{\sqrt{\dfrac{0,40 \cdot 0,60}{20}}} = 2,27$$

Veamos para este ejemplo el origen de este estadístico de contraste: si la H_o es cierta, esto es, en la población de colegios públicos de España hay hasta un 40% de colegios con pizarras digitales ($\pi \leq 0{,}40$), se sigue que si obtenemos al azar todas las posibles muestras de 20 colegios de esa población y obtenemos el valor de la proporción (p) de colegios con pizarra digital en cada una de las muestras, la teoría de la probabilidad determina que la distribución muestral del estadístico proporción seguirá una distribución normal (se cumple la condición de muestra grande ya que $n \cdot \pi = 20 \cdot 0{,}4 = 8$ y $n \cdot (1-\pi) = 20 \cdot 0{,}6 = 12$, siendo ambos valores mayores que 5) con parámetros:

$$\mu_{P_{Xi}} = 0,40 \quad \text{y} \quad \sigma_{P_{Xi}} = \sqrt{\frac{0,40 \cdot 0,60}{20}} = 0,11$$

Si queremos obtener cuál es la probabilidad de obtener en una muestra determinada una proporción como la que hemos obtenido (p=0,65) bajo el supuesto de que sea cierta la H_o, sólo tenemos que estandarizar esta proporción (transformarla en una puntuación z) para poder utilizar las tablas de la distribución normal unitaria o estandarizada. Así pues, el estadístico de contraste obtenido más arriba (z=2,27) no es más que la tipificación de la proporción obtenida en la muestra utilizando como distribución de referencia la que teóricamente se obtendría si es cierta la H_o.

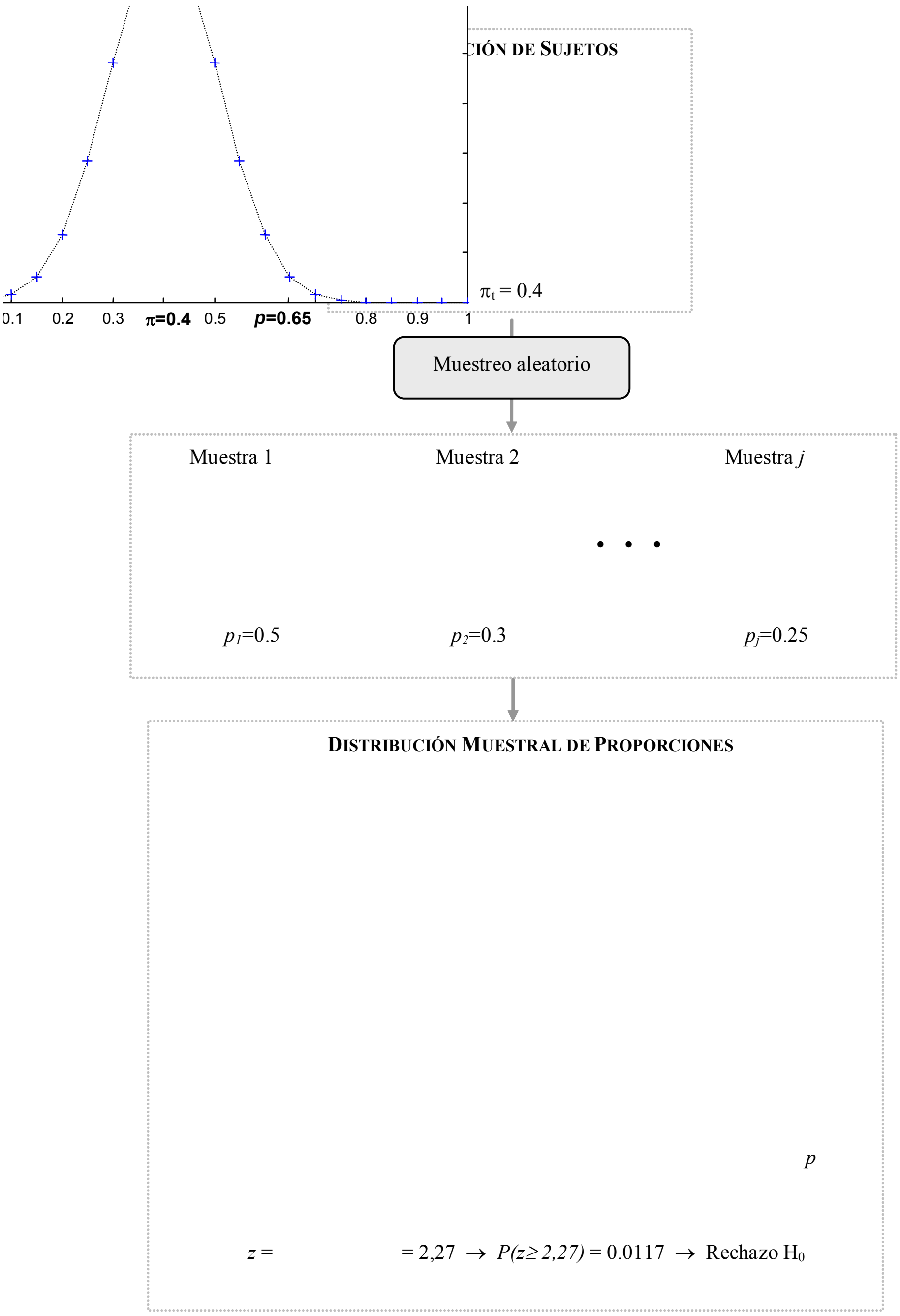
4. El nivel de significación observado (*Sig*) se obtiene de las tablas de la distribución normal estandarizada y es igual a:

$$Sig = P(\text{z} \geq 2{,}27) = 0{,}0116$$

La interpretación de *Sig* es la siguiente: Si la H_o es cierta, esto es, si en la población de colegios públicos de España hay una proporción de 0,40 o menos que tienen pizarras digitales, la probabilidad de obtener en una muestra de 20 colegios de esa población una proporción de 0,65 o superior es de 0,0116. En consecuencia, es poco verosímil la H_o, los datos empíricos no la apoyan.

5. Decisión: dado que 0,0116 < 0,05 se rechaza la H_o y se acepta, en consecuencia, la H_e de que la proporción de colegios con pizarra digital es superior a 0,4. Nótese que si hubiera fijado α en 0,01, la decisión hubiera sido mantener la H_o dado que 0,0116 > 0,01.

La siguiente figura ilustra el desarrollo de la prueba de significación estadística para el ejemplo anterior:



Prueba de conformidad para la comparación de una proporción observada p con una teórica $\pi_t = 0.4$ en muestras de tamaño $n = 20$ (Losilla y cols., 2005; inspirada en la figura presentada por Pardo y San Martín, 1991, p. 62).

Ejemplo con SPSS a partir de los datos obtenidos con el Cuestionario de Vida Académica:
La proporción de mujeres entre los estudiantes de Estadística en el grado de Psicología de la *UVEG* en una muestra de n = 174 sujetos de dicha materia y titulación es de 0,816. Sabiendo que la proporción de mujeres entre los estudiantes de Estadística en Psicología de la Universidad Complutense de Madrid (*UCM*) es del 80% ¿Podemos afirmar que la proporción de mujeres en la población de estudiantes de Estadística de la *UVEG* es distinta con α=0.05?

– Llevemos a cabo primero el contraste de hipótesis basado en la prueba de significación:

$$H_e\text{: } \pi_{(\text{UVEG})} \neq 0{,}80 \;\rightarrow\; H_o\text{: } \pi_{(\text{UVEG})} = 0{,}80 \quad \text{(contraste bilateral)}$$

$$p = 0{,}816; \; n=174; \qquad EE(p) = \sqrt{\frac{0.80 \cdot 0.20}{174}} = 0{,}03$$

$$\text{Prueba de significación: } z = \frac{|0{,}816 - 0{,}80|}{\sqrt{\dfrac{0{,}80 \cdot 0{,}20}{174}}} = \frac{0{,}016}{0{,}03} = 0{,}53$$

Por ser un contraste bilateral, $Sig = P\,(Z \geq 0{,}53) \cdot 2 = 0{,}2981 \cdot 2 = 0{,}5962 \;\rightarrow$ Se mantiene H_o

– Veamos ahora el camino a seguir con *SPSS* para realizar este contraste de hipótesis, así como la salida de resultados proporcionada por este programa para los datos de nuestro ejemplo:

SPSS: Analizar > Pruebas no paramétricas > Binomial (Proporción de prueba = *k*)

Prueba binomial

		Categoría	N	Proporción observada	Prop. de prueba	Sig. asintót. (unilateral)	Sig. exacta (unilateral)
sexo	Grupo 1	Mujer	142	,816	,8	,337[a]	,337
	Grupo 2	Hombre	32	,184			
	Total		174	1,0			

a. Basado en la aproximación Z.

Nota: El resultado obtenido con *SPSS* no coincide exactamente con el obtenido al realizar la prueba de significación porque *SPSS* utiliza otra aproximación para obtener el valor de *Sig*.
En cualquier caso, si deseamos obtener a partir de *SPSS* el valor de significación bilateral, debemos multiplicar por dos el valor de significación unilateral: *Sig(bilateral)* = 0,337·2 = 0,674

Ejemplo: Si para el ejemplo anterior, la hipótesis alternativa afirmase que la proporción de mujeres en la población de estudiantes de *UVEG* es superior a la de la *UCM*, ¿cuál sería el nivel de significación observado correcto?, ¿cuál sería el resultado del contraste de hipótesis?

$$H_e\text{: } \pi_{(\text{UVEG})} > 0{,}80 \text{ (unilateral)} \;\rightarrow\; H_o\text{: } \pi_{(\text{UVEG})} \leq 0{,}80$$

El valor del estadístico de contraste será el mismo, pues no cambian los valores de las proporciones muestral y poblacional; ahora bien, cambiará el valor del nivel de significación (*Sig*), pues ahora corresponde a un contraste unilateral:

$$Sig = P\ (Z \geq 0{,}53) = 0{,}2981\ (SPSS{:}\ Prueba\ exacta{:}\ Sig = 0{,}337) \rightarrow\ Se\ mantiene\ Ho$$

Se sigue manteniendo la hipótesis nula ($Sig > \alpha$), eso sí, el valor de *Sig* es ahora más bajo que en el ejemplo anterior y, por lo tanto, más próximo al rechazo de la hipótesis nula.

2.1.2. Caso del contraste de hipótesis sobre una media

• El objetivo de este contraste de hipótesis es decidir si una determinada hipótesis sobre el valor de la media de una variable en una población es apoyada, o no, por la evidencia empírica ($\overline{X}$) obtenida a partir de una muestra de esa población. Veamos como abordar este contraste de hipótesis a partir de la realización de una prueba de significación, a la cual en la literatura estadística se suele hacer referencia como prueba t para una muestra.

• Procedimiento:

1. Se decide el nivel de riesgo (α) que se desea asumir en el contraste de hipótesis y se plantean las hipótesis estadística y nula. Tres posibles hipótesis en este caso, donde k es el valor de media que conjeturamos tendrá la población:

$$H_e : \mu_X > k \rightarrow H_o : \mu_X \leq k \ \ (contraste\ unilateral)$$
$$H_e : \mu_X \neq k \rightarrow H_o : \mu_X = k \ \ (contraste\ bilateral)$$
$$H_e : \mu_X < k \rightarrow H_o : \mu_X \geq k \ \ (contraste\ unilateral)$$

2. Explorar si la media empírica obtenida parece apoyar, en principio, la hipótesis estadística planteada. En caso contrario, no tiene sentido continuar con los siguientes pasos del contraste de hipótesis y se mantendría la H_o. El resultado obtenido para la media muestral puede resultarnos de interés a la hora de plantear hipótesis estadísticas más afinadas en el futuro.
3. Se calcula uno de los dos siguientes estadísticos de contraste:

   - En el caso de ser conocida la varianza en la población: $z = \dfrac{\left|\overline{X} - k\right|}{\dfrac{\sigma_X}{\sqrt{n}}}$

   - En el caso más habitual de no conocerse la varianza en la población: $t = \dfrac{\left|\overline{X} - k\right|}{\dfrac{s'_X}{\sqrt{n}}}$

4. Se obtiene en la distribución normal estandarizada, para el primer caso, o en la distribución t con $n\text{-}1$ grados de libertad, para el segundo, la probabilidad de obtener un valor como el obtenido con el estadístico de contraste o más extremo, esto es, el nivel de significación observado (*Sig*). En el

segundo caso, si la muestra es grande (≥ 30) se puede utilizar la distribución normal en vez de la distribución *t*.

Se debe multiplicar por dos el valor el valor de *Sig* obtenido si el contraste que se lleva a cabo es bilateral.

5. Decisión: se mantiene la H_o si $Sig > \alpha$; por contra, se rechaza si $Sig < \alpha$.

Ejemplo: Diferentes trabajos sobre memoria icónica han mostrado que el promedio de letras recordadas por sujetos normales en presentación taquistoscópica de 1 segundo es de 4,5 letras (μ = 4,5), con una desviación típica de 1,4 (σ = 1,4). Sin embargo, un grupo de investigadores sospecha que tal afirmación puede no ser correcta y, para ponerlo a prueba, selecciona a una muestra de 25 sujetos a los que se les aplica la citada tarea, obteniéndose un promedio de palabras recordadas de 5,1 ($\overline{X} = 5{,}1$). ¿Apoya este estudio la hipótesis de este grupo de investigadores de que la media de letras recordadas a nivel poblacional es distinta de 4,5?

Prueba de significación:

1. Nivel de riesgo (α) = 0,05. Hipótesis de acuerdo a un contraste de hipótesis bilateral:

$$H_e: \mu \neq 4{,}5 \;\rightarrow\; H_o: \mu = 4{,}5$$

2. El resultado muestral ($\overline{X} = 5{,}1$) parece apoyar, en un principio, la hipótesis de que la media de letras recordadas no es de 4,5, por lo que se prosigue con el siguiente paso.

3. Cálculo del estadístico de contraste:

$$z = \frac{\left|\overline{X} - k\right|}{\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}} = \frac{\left|5{,}1 - 4{,}5\right|}{\frac{1{,}4}{\sqrt{25}}} = 2{,}14$$

Al igual que en el caso de la proporción, este estadístico de contraste es una tipificación de la media obtenida en la muestra ya que, si es cierta H_o (μ = 4,5), la distribución muestral de las medias obtenidas en muestras de n = 25 extraídas al azar de la población anterior seguirá una distribución normal con parámetros:

$$\mu = 4{,}5;\; EE = \frac{1{,}4}{\sqrt{25}} = 0{,}28$$

4. $Sig = P(z \geq 2{,}14) = 0{,}016$

Como se trata de un contraste bilateral → $Sig = 0{,}016 \cdot 2 = 0{,}032$

5. Decisión: 0,032 < 0,05, por tanto, se rechaza la H_o

Ejemplo con *SPSS* a partir de los datos obtenidos con el Cuestionario de Vida Académica:

La edad media de los estudiantes de Estadística del grado de Psicología de la *UVEG* en una muestra de n = 174 sujetos de dicha materia y titulación se situó en 21,15 años y la cuasi-desviación típica en 5,06 años. Sabiendo que la media de edad de los estudiantes de Estadística de Psicología en la *UCM* es de 22 años ¿Podemos afirmar que la media en la *UVEG* es diferente con α=0,05?

– Llevemos a cabo primero el contraste de hipótesis basado en la prueba de significación:

H_e: $\mu_{\text{(UVEG)}} \neq 22$; H_o: $\mu_{\text{(UVEG)}} = 22$ (contraste bilateral)

$\bar{X} = 21{,}15$; $s'_X = 5{,}06$; $n = 174$

Prueba de significación *T* de Student:

$$EE(\bar{X}) = \frac{5{,}06}{\sqrt{174}} = 0{,}384 \quad \rightarrow \quad t = \frac{|21{,}15 - 22|}{0{,}384} = 2{,}21$$

Al ser la muestra grande (> 30), se puede obtener el valor de *Sig* a partir de la distribución normal estandarizada → $Sig = P(t \geq 2{,}21) = 0{,}014$

Y al tratarse de un contraste bilateral, duplicaremos el valor de Sig:

$$Sig = 0{,}014 \cdot 2 = 0{,}028 \rightarrow \text{Rechazo } H_o$$

– Veamos ahora el camino a seguir con *SPSS* para realizar este contraste de hipótesis, así como la salida de resultados proporcionada por este programa para los datos de nuestro ejemplo:

SPSS: Analizar > Prueba T para una muestra (Valor de prueba=*k*)

Estadísticos para una muestra

	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
edad	174	21,15	5,060	,384

Prueba para una muestra

	Valor de prueba = 22					
					95% Intervalo de confianza para la diferencia	
	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Inferior	Superior
edad	-2,217	173	,028	-,851	-1,61	-,09

Ejemplo: Si para el ejemplo anterior, la hipótesis estadística afirmase que la media en la *UVEG* es inferior a la media en la *UCM*, ¿cuál sería el nivel de significación observado correcto?, ¿cuál sería el resultado del contraste de hipótesis (α=0,05)?, ¿cuál hubiera sido la decisión considerando α=0,01?

H_e: $\mu_{\text{(UVEG)}} < 22 \rightarrow H_o$: $\mu_{\text{(UVEG)}} \geq 22$ (contraste unilateral)

El valor del estadístico de contraste *t* será el mismo, pues no cambian los valores de la media muestral y la media poblacional; ahora bien, cambiará el valor del nivel de significación (*Sig*), pues ahora corresponde a un contraste unilateral:

$P(t \geq 2{,}21) = 0{,}014$ (o, también, dividiendo por 2 la significación bilateral proporcionada en el *output* de *SPSS*: 0,028/2 = 0,014)

En consecuencia, dado que *Sig* < α, se rechaza también en este contraste la H_o.

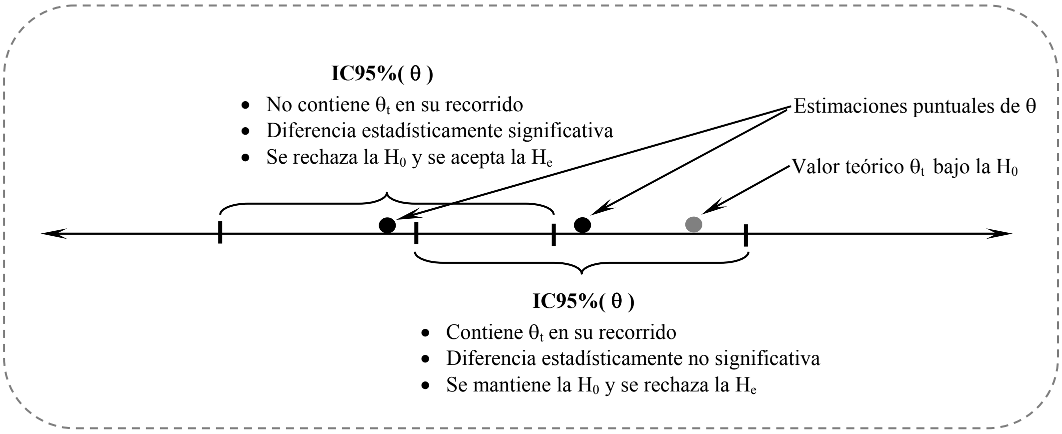
En el caso que se hubiese considerado α=0,01, se mantendría la H_o dado que ahora *Sig* > α. Como se deriva de este ejemplo, un menor nivel de riesgo en el contraste de hipótesis supone que el rechazo de la hipótesis nula se haga más exigente.

2.2. Contraste de hipótesis basado en intervalos de confianza

• Esta segunda aproximación al contraste de hipótesis supone obtener el intervalo de confianza (*IC*) del parámetro implicado en la hipótesis, en base a los datos obtenidos empíricamente y de acuerdo al nivel de riesgo asumido en el contraste de hipótesis. Una vez obtenido el *IC*, se comprueba si éste sustenta el mantenimiento o el rechazo de dicha hipótesis.

• Procedimiento general de contraste de hipótesis basado en *ICs* para cualquier parámetro poblacional (media, proporción, varianza...):

1. Se decide el nivel de riesgo (α) que se desea asumir en el contraste de hipótesis, y se plantean las hipótesis estadística y nula.
2. Se obtiene el *IC* a partir del valor del estadístico obtenido en la muestra.
3. Se decide el rechazo de la H_o en el caso en que el *IC* no contenga en su recorrido el valor teórico bajo la H_o, en caso contrario se mantiene la H_o.



Losilla *et al.* (2005): Contraste de hipótesis basado en intervalos de confianza.

Ejemplo de contraste de hipótesis acerca de una media poblacional:

Diferentes trabajos sobre memoria icónica han mostrado que el promedio de letras recordadas por sujetos normales en presentación taquistoscópica durante 1 segundo es de 4,5 letras (μ = 4,5 letras). Sin embargo, un grupo de investigadores sospecha que tal afirmación puede no ser correcta y, a fin de comprobarlo, selecciona a una muestra de 35 sujetos a los que se les aplica la citada tarea, obteniéndose un promedio de palabras recordadas de 5,1 ($\overline{X} = 5{,}1$ letras), con una cuasi-desviación típica de 1,4 (s'_x = 1,4 letras).

1. Nivel de riesgo (α) = 0,05, o lo que es lo mismo, un nivel de confianza ($1-\alpha$) = 0,95

$$H_e: \mu \neq 4{,}5 \rightarrow H_o: \mu = 4{,}5$$

2. $IC(1-\alpha)(\mu_X) = \left[\overline{X} \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{s'_X}{\sqrt{n}}\right] = \left[5{,}1 + \pm 1{,}96 \cdot \frac{1{,}4}{\sqrt{35}}\right] = [4{,}64\ ;\ 5{,}56]$

3. Decisión: La H_o no aparece sustentada por la evidencia empírica procedente de la muestra (el *IC*), pues el parámetro de la hipótesis nula (μ = 4,5) queda fuera del IC creado, por tanto, se rechaza la H_o y se acepta la H_e.

Ejercicio 3: Un estudio realizado en 2005 señalaba que en la población de jóvenes de entre 30 y 40 años de la Comunidad Valenciana (*CV*), un 27% vivían con sus padres. Para obtener información actualizada sobre este aspecto, y bajo la hipótesis de que este porcentaje ha cambiado en la actualidad, se selecciona una muestra aleatoria de 500 jóvenes de entre 30 y 40 años de la *CV* y se encuentra que 160 de ellos viven con sus padres.

a) Realiza la estimación por *IC* de la proporción de jóvenes de entre 30 y 40 años de la CV que viven con sus padres con un nivel de confianza del 95% (α=0,05). Comprueba que se cumple la condición para que la distribución muestral de la proporción se pueda considerar como normal.
b) Si el nivel de riesgo α se duplicara del habitual 5% al 10%, ¿cuál sería el *IC* obtenido?
c) ¿Se puede rechazar la hipótesis de que la proporción de jóvenes que viven con sus padres ha cambiado respecto a la obtenida en 1995 (α= 0,05)? Formula las correspondientes H_e y H_o y responde la pregunta utilizando la aproximación al contraste de hipótesis basado en *ICs* y también la prueba de significación correspondiente.
d) ¿Y si se hubiese considerado un α= 0,10?
e) ¿Y si un α= 0,01?

Ejercicio 4 (adaptado de Pardo y San Martín, 2004)**:** De acuerdo a los datos recogidos por una psicóloga durante los últimos años en los centros educativos en que trabaja, los estudiantes de 2º de bachiller que no reciben orientación vocacional obtienen una puntuación media de 191 en una prueba de madurez. La psicóloga piensa que los estudiantes que reciben orientación vocacional obtendrán una puntuación superior en la mencionada prueba. Para obtener evidencia sobre tal idea, toma una muestra aleatoria de 30 estudiantes pertenecientes a algunos grupos de 2º de bachiller que sí habían recibido orientación vocacional y les pasó la citada prueba de madurez, obteniendo una media de 195 y una cuasi-desviación típica de 24.

a) Realiza la estimación por *IC* de la puntuación media en la prueba de madurez para los estudiantes que han recibido orientación vocacional (nivel de confianza del 95%)
b) Si el tamaño muestral fuera n=100, ¿cuál sería el intervalo de confianza obtenido?
c) Si se disminuye el nivel de riesgo a un 1%, ¿cuál sería el *IC* con el tamaño de muestra original?
d) ¿Los datos obtenidos en la muestra de 30 estudiantes apoyan la opinión del psicólogo? Formula las H_e y H_o y realiza el correspondiente contraste de hipótesis utilizando el *IC* y también la prueba de significación correspondiente (α= 0,05).
e) Ídem. con un n = 100, una n = 170 y una n = 240 (α= 0,05).

Ejercicio 5 (adaptado de Pardo y San Martín, 2004): Al parecer, la sintomatología del 30 por ciento de los pacientes neuróticos remite espontáneamente durante los tres primeros meses del trastorno. Según esto parece razonable pensar que una terapia eficaz con este tipo de trastorno debería conseguir a lo largo de los tres primeros meses un número de recuperaciones significativamente mayor de las que se producen de forma espontánea. Los resultados obtenidos con 25 pacientes neuróticos a los que se les ha aplicado una determinada terapia indican que en los tres primeros meses ha habido 11 recuperaciones.

a) ¿Podemos afirmar que la terapia fue eficaz, esto es, que el número de mejoras obtenidas es significativamente superior del esperable por simple recuperación espontánea? Realiza el contraste de hipótesis obteniendo el *IC* y en la prueba de significación (α=0.05).
b) ¿Y cuál sería el nivel de significación observado *p* si la hipótesis fuera bilateral?

Ejercicio 6 (adaptado de Losilla *et al.*, 2005)**:** La principal causa de recaída de los esquizofrénicos es la interrupción o disminución del tratamiento al que, habitualmente de por vida, deben someterse. Con el fin de mejorar la adherencia al tratamiento, en 1995 se inició una campaña informativa sobre las consecuencias de la disminución del tratamiento, ya que en esa fecha se sabía que, en promedio, los enfermos tomaban únicamente el 71% de la dosis prescrita. En 1998 se decidió evaluar la eficacia de dicha campaña, para lo que se seleccionó al azar una muestra de 70 sujetos afectos de esquizofrenia, de quienes se obtuvo el porcentaje que representaba el consumo real de fármacos respecto al consumo dictado por el terapeuta, es decir, la adherencia al tratamiento. Se halló que, la media de la dosis prescrita que tomaban los sujetos era del 76%, con una cuasi-desviación estándar igual a 15.

a) ¿Entre qué valores se halla la adherencia media en la población de esquizofrénicos en 1998?

b) ¿Se puede considerar que la campaña informativa fue eficaz, en el sentido de que incrementó la adherencia al tratamiento? Contesta utilizando el *IC* y la prueba de significación ($\alpha = 0{,}05$)

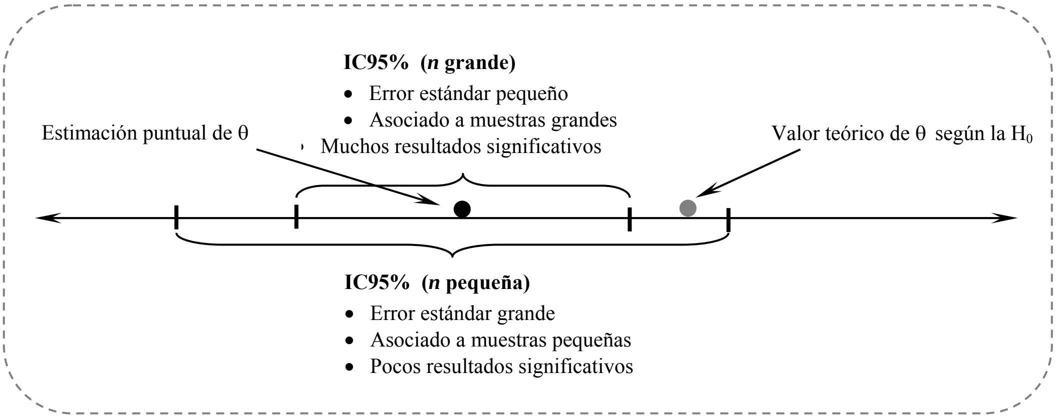
3. Factores que influyen en el rechazo de la hipótesis nula

• El rechazo de la H_o en un contraste de hipótesis dependerá fundamentalmente del grado de discrepancia entre el enunciado de la H_o y el resultado muestral. Ahora bien, una misma discrepancia puede ser estadísticamente significativa o no en función de factores como el tamaño de la muestra, el riesgo de error α fijado para el contraste, y que este contraste sea unilateral o bilateral.

3.1. Significación estadística y tamaño muestral

• Un problema asociado al contraste de hipótesis es que la decisión de mantener o rechazar la H_o viene determinada, aparte de por el grado de discrepancia entre la H_o y el resultado obtenido a nivel empírico, por el tamaño de la muestra utilizada en el estudio. Así, cuanto mayor es el tamaño de la muestra, disminuye el *EE* de la distribución muestral del estadístico (ya sea proporción, media…) y ello influye tanto en el *IC* obtenido como en la prueba de significación.

• Por lo que respecta al *IC*, al aumentar la muestra éste se hace más estrecho (preciso) y, por tanto, más fácil es que el valor del parámetro establecido en la H_o quede fuera del *IC* y que, en consecuencia, se rechace la H_o.



Losilla *et al.*. (2005). Relación entre el tamaño muestral y la significación estadística.

Ejemplo de la orientación vocacional y la madurez (adaptado de Pardo y San Martin, 1998):
De acuerdo con los datos recogidos durante los últimos años por un psicólogo escolar, los estudiantes de COU obtienen una puntación media de 190 en una determinada prueba de madurez. El psicólogo cree que si los estudiantes recibiesen orientación vocacional obtendrían una

puntuación superior en la mencionada prueba. Para obtener evidencia sobre ello, toma una muestra aleatoria de *n* estudiantes de Bachiller a los que proporciona orientación vocacional y, a posteriori, les aplica la citada prueba de madurez obteniendo una puntuación media de 195 y una cuasi-desviación típica de 24. ¿Se puede considerar que hay una mejora en la puntuación en la prueba para los estudiantes que reciben orientación vocacional?

$\mu_x = 190$ → Contraste de hipótesis: $\alpha = 0,05$ $\quad H_e : \mu_X > 190 \quad H_o : \mu_X \leq 190$

Supónganse los dos casos siguientes en que sólo varía el tamaño de muestra considerado:

Caso 1 → Muestra A: $n = 30 \quad \overline{X} = 195 \quad S'_X = 24$

$IC(0,95)(\mu_x)$ = [186,4 ; 203,6] => Se mantiene la H_o

Caso 2 → Muestra B: $n = 100 \quad \overline{X} = 195 \quad S'_X = 24$

$IC(0,95)(\mu_x)$ = [190,3 ;199,7] => Se rechaza la H_o

• De lo anterior se puede deducir que se podría llegar a forzar el rechazo de una H_o simplemente eligiendo un tamaño muestral lo suficientemente grande. Ello no es del todo así porque la reducción en la anchura de un *IC* no está linealmente relacionada con el incremento del tamaño de la muestra. Por otro lado, no hay que olvidar que cuanto mayor sea el tamaño muestral considerado, mayor será también el coste asociado a la recogida de los datos.

Ejemplo de la orientación vocacional y la madurez:

Muestras A, B, C y D: $\overline{X} = 195 \quad S'_X = 24$

Contraste de hipótesis: $\alpha = 0,05 \quad H_e : \mu_X > 190 \quad H_o : \mu_X \leq 190$

Muestra A (n = 30) => $IC(0,95)(\mu_x)$ = [186,4; 203,6]

Muestra B (n = 100) => $IC(0,95)(\mu_x)$ = [190,3; 199,7]

Muestra C (n = 170) => $IC(0,95)(\mu_x)$ = [191,4; 198,6]

Muestra D (n = 240) => $IC(0,95)(\mu_x)$ = [191,9; 198,1]

• De este problema del contraste de hipótesis basado en *ICs* no es ajeno el contraste de hipótesis basado en pruebas de significación, el cual también se ve influido por el tamaño de la muestra ya que, al disminuir el *EE* de la distribución muestral del estadístico (ya sea media, proporción…), aumentará el valor del estadístico de contraste y, en consecuencia, disminuirá el valor de *Sig.*

• Se ha planteado alguna estrategia alternativa a la decisión dicotómica de considerar la relación planteada en la H_o como estadísticamente significativa o no (o sea, rechazo de la H_o vs. mantenimiento de la H_o). Una de ellas se basa en la utilización de indicadores de tamaño del efecto, esto es, un tipo de indicador continuo (no dicotómico) de la magnitud de la diferencia o de la relación planteada en la H_o y que tiene la particularidad de no estar influido por el tamaño de la muestra.

Un problema asociado a los mismos viene determinado a la hora de establecer una decisión relativa a la magnitud de esos índices (¿cuándo se puede decir que es pequeño, o grande, el valor de los mismos?).

3.2. Otros factores

• El rechazo de la H_o en un contraste de hipótesis dependerá también del riesgo de error α fijado a priori para el contraste y de que este contraste sea unilateral o bilateral. Así, por ejemplo, si al contrastar una determinada H_o se obtiene que *Sig* = 0,03, ésta se rechazará si α= 0,05, pero no si fijamos el valor α= 0,01.

• En cuanto a que el contraste sea unilateral o bilateral si, por ejemplo, al realizar el contraste de una hipótesis unilateral obtenemos que *Sig* = 0,03 se rechazaría H_o (siendo α= 0,05), pero si el contraste anterior fuera bilateral el valor *Sig* sería igual a 0,06 (0,03·2) y la decisión sería mantener la H_o . Así pues, un contraste bilateral es siempre más conservador que un contraste unilateral, de manera que si una hipótesis se rechaza siendo el contraste bilateral, también se rechazaría si fuera unilateral, pero no necesariamente a la inversa.

• En síntesis:

	Prueba significación	IC
↑ n: Disminuye EE (DM)	Cálculo: valor del estadístico de contraste superior	Cálculo: IC más preciso (estrecho)
↑ α	Decisión más arriesgada	Cálculo: IC más preciso (estrecho)
Contraste unilateral	El valor de *Sig*. es la mitad del que tendríamos con un contraste bilateral	

4. Significación estadística y relevancia práctica

• El rechazo de la H_o en un contraste de hipótesis dependerá, fundamentalmente, del grado de discrepancia entre el enunciado de la H_o y el resultado muestral. Ahora bien, que una discrepancia sea estadísticamente significativa (esto es, que se haya rechazado la H_o) no implica necesariamente que esa discrepancia sea importante o relevante en la práctica.

• En cualquier caso, la valoración de la relevancia práctica de un resultado sólo tiene sentido cuando previamente se ha rechazado la H_o, esto es, cuando se haya evidenciado la existencia de una diferencia estadísticamente significativa. Cuando éste sea el caso, la forma de valorar esa relevancia o significación práctica la realizaremos a partir del *IC* del parámetro al que se refiere la hipótesis.

Ejemplo de la adherencia al tratamiento con esquizofrénicos: La principal causa de recaída de los esquizofrénicos es la interrupción o disminución del tratamiento farmacológico al que, habitualmente de por vida, deben someterse. Con el fin de mejorar la adherencia al tratamiento, en 1995 se inició una campaña informativa sobre las consecuencias de la disminución del tratamiento, ya que en esa fecha se sabía que, en promedio, los enfermos tomaban únicamente el 71% de la dosis prescrita. En 1998 se decidió evaluar la eficacia de dicha campaña, para lo que se seleccionó al azar una muestra de 70 sujetos afectos de esquizofrenia, de quienes se obtuvo el porcentaje que representaba el consumo real de fármacos respecto al consumo dictado por el terapeuta, es decir, la adherencia al tratamiento. Se halló que la media de la dosis prescrita que tomaban era del 76%, con una cuasi-desviación típica de 15. ¿Podemos decir que se ha producido una mejora estadísticamente significativa en la adherencia al tratamiento respecto al dato de 1995? ¿Se puede considerar esa mejora como relevante en la práctica?

$\mu_x = 71$ → Contraste de hipótesis: $\alpha = 0{,}05 \quad H_e : \mu_X > 71 \quad H_o : \mu_X \leq 71$

Muestra: $n = 70 \quad \bar{X} = 76 \quad S'_X = 15$ → $IC(0{,}95)(\mu_x) = [72{,}5;\ 79{,}5]$

Decisión: Se rechaza la H_o => Diferencia estadísticamente significativa

Pero, ¿es esa diferencia relevante a nivel práctico? – Ello va a depender de criterios sustantivos que, en este caso concreto, se deben concretar en fijar un valor concreto de incremento en la adherencia al tratamiento que se considere como relevante en la práctica.

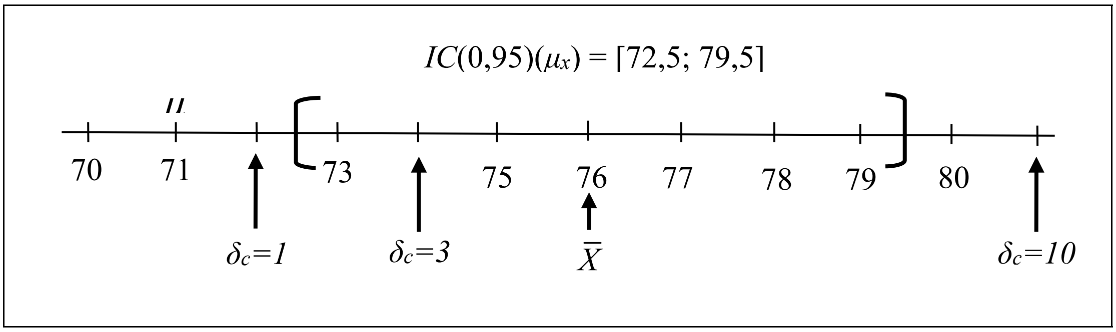
• Establecimiento de un criterio de relevancia o de significación práctica (δ_c) que permita determinar cuándo la diferencia es lo suficientemente grande como para que se puede considerar como relevante en la práctica. Ese valor se puede fijar de acuerdo a criterios prácticos, clínicos, socio-económicos, u otros que se considere importantes, si bien, también se puede dar el caso de que se carezca de argumentos para asignar un valor concreto como criterio de relevancia o que no tenga mucho sentido hacerlo. No valoraremos la relevancia práctica si no tenemos argumentos y criterios que nos permitan establecer un valor para δ_c.

Ejemplo de la adherencia al tratamiento con esquizofrénicos:

$\mu_x = 71$ →Contraste de hipótesis: $\alpha = 0{,}05 \quad H_e : \mu_X > 71 \quad H_o : \mu_X \leq 71$

Muestra: $n = 70 \quad \bar{X} = 76 \quad S'_X = 15 \rightarrow \qquad IC(0{,}95)(\mu_x) = [72{,}5;\ 79{,}5]$

– Si se considerase, por los motivos que fuese, que $\delta_c = 1$ (una unidad por encima del parámetro de referencia: 71+1 = 72), entonces, aparte de una diferencia estadísticamente significativa, podremos decir que la diferencia es relevante en la práctica (y, por tanto, relevante el efecto de la campaña informativa), pues el límite inferior del *IC* está por encima del punto de corte (72). Ver figura adjunta a fin de ilustrar este aspecto.



– Si, por ejemplo, se considera como criterio de relevancia práctica $\delta_c = 10$, entonces, el punto de corte se situaría en 81 (71+10), por lo que tendríamos una diferencia que sigue siendo estadísticamente significativa (la significación estadística no depende del criterio de relevancia práctica), pero que no es relevante en la práctica dado que ni siquiera el límite superior del *IC* alcanza ese punto de corte.

– Y si, por ejemplo, se considerase $\delta_c = 3$, entonces, el punto de corte se situaría en 74 (71+3). En este caso, nada cambia respecto a la significación estadística, pero no se podría afirmar nada respecto a la significación práctica, pues el punto de corte cae dentro del *IC* y, por lo tanto, no podemos estar seguros si a nivel poblacional la media estará por debajo o por encima del punto de corte. En casos como éste, tan sólo afirmar que el resultado es no concluyente al respecto y sugerir que se repita el estudio y, a poder ser, con un mayor tamaño muestral a fin de incrementar la precisión del intervalo de confianza.

• Como se deriva de la exposición anterior, aunque *IC* y prueba de significación son dos métodos alternativos que nos permiten tomar una decisión sobre el rechazo o no de la H_o, la aproximación basada en el *IC* es más informativa ya que, además, nos permite estimar el valor del parámetro poblacional de interés y, por tanto, valorar la relevancia práctica del resultado obtenido.

Ejercicio 7 (basado en el enunciado del ejercicio de la orientación vocacional y la prueba de madurez: muestra de tamaño n = 100, media muestral igual a 195 y cuasi-desviación típica igual a 8). De acuerdo a los resultados del contraste de hipótesis, señalar cuál es la significación estadística y práctica en cada uno de los cuatro casos siguientes:

(a) Los *teóricos de la madurez* consideran como un efecto relevante de la formación en orientación vocacional, que en la media de la prueba de madurez haya una mejora de dos puntos.

(b) …haya una mejora de cuatro puntos.

(c) …haya una mejora de seis puntos.

(d) …haya una mejora de ocho puntos.

$\mu_X = 190 \rightarrow$ Contraste de hipótesis: $\alpha = 0{,}05 \quad H_e: \mu_X > 190 \quad H_o: \mu_X \leq 190$

Muestra: $n = 100 \quad \overline{X} = 195 \quad S'_X = 8 \rightarrow IC(0{,}95)(\mu_X) = [193{,}4;\ 196{,}6]$

5. Errores asociados al contraste de hipótesis

• El rechazo o no de la hipótesis nula en un contraste de hipótesis es una decisión que lleva asociada una determinada probabilidad de error. Así, al rechazar una H_o nula cuando el nivel de significación observado *Sig* es inferior al valor α fijado a priori podemos cometer un error, dado que podría ser cierta la H_o. Así, podría ocurrir que, siendo cierta la hipótesis nula, obtuviéramos por azar en la muestra un valor del estadístico de contraste cuya probabilidad fuera inferior a α, y esto podría ocurrir en un α % de las posibles muestras obtenidas. A este riesgo de error de rechazar H_o siendo que es verdadera se le conoce como <u>error tipo I</u> y la probabilidad de ocurrencia del mismo es igual al nivel de riesgo α fijado a priori. Al complementario de este valor se le suele conocer como <u>nivel de confianza</u> ($1-\alpha$) y, consecuentemente, representa la probabilidad de tomar una decisión acertada, esto es, mantener la H_o siendo que ésta es en realidad la verdadera.

• Cuando como resultado de la realización de un contraste de hipótesis mantengamos la H_o, no nos debe preocupar el haber realizado un error tipo I, pues éste sólo puede que lo cometamos cuando se haya rechazado la H_o. Si mantenemos la H_o sí que nos debe preocupar, sin embargo, la posibilidad de haber cometido un segundo tipo de error, el conocido como <u>error tipo II</u>, esto es, el mantener la H_o siendo que es falsa (o lo que es lo mismo, no aceptar la H_e siendo que es la hipótesis verdadera). La probabilidad de ocurrencia de este tipo de error se expresa con la letra β.

		Hipótesis verdadera	
		H_0	**H_e**
Decisión del investigador	**Mantener H_0**	Decisión correcta (**nivel de confianza**) Pr = **$1-\alpha$**	Error tipo II (**riesgo β**) Pr = **β**
	Rechazar H_o	Error tipo I (**riesgo α**) Pr = **α**	Decisión correcta (**potencia**) Pr = **$1-\beta$**

• La probabilidad asociada a la decisión complementaria al error tipo II (esto es, la decisión acertada de aceptar la H_e cuando la H_o es falsa) se expresa simbólicamente como ($1-\beta$), si bien, es más conocido en la literatura estadística como potencia estadística del contraste de hipótesis. Su magnitud depende de diversos factores, entre ellos, el tamaño de la muestra y el nivel de riego (α) asumido en el contraste de hipótesis. Cuanto mayor son éstos, mayor es también ($1-\beta$). El cálculo de la potencia es facilitado por el programa SPSS para algunos contrastes de hipótesis concretos. Se suele considerar como deseable que su valor esté por encima de 0,80

Referencias

Losilla, J. M., Navarro, B., Palmer, A., Rodrigo, M. F., y Ato, M. (2005). *Del contraste de hipótesis al modelado estadístico.* Documenta Universitaria. [www.edicionsapeticio.com]

Pardo, A., Ruiz, M.A. y San Martín, R. (2009). *Análisis de datos en ciencias sociales y de la salud I.* Madrid: Síntesis.