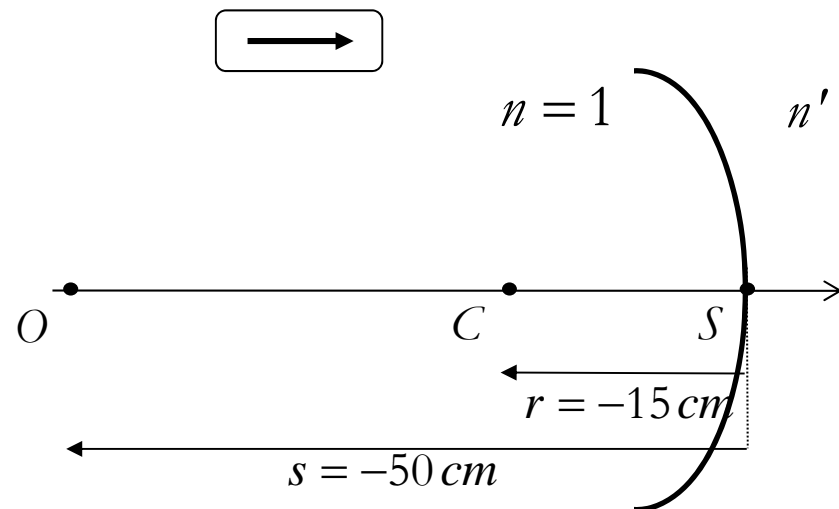


PROBLEMAS DE FÍSICA II. ÓPTICA GEOMÉTRICA

Soluciones del Boletín 3

Problemas Boletín 3

3.1. Un objeto se encuentra 50 cm a la izquierda de un dioptrio esférico de radio -15 cm que separa dos medios de índices 1 y 1.42 . Puesto que los rayos que llegan al dioptrio sufren refracción, determínese la posición y el aumento de la imagen.



ECUACIÓN Invariante Abbe

$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right)$$

$$\left(\frac{1}{-50 \text{ cm}} - \frac{1}{-15 \text{ cm}} \right) = 1.42 \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{-15 \text{ cm}} \right)$$

$$s' = -29.58 \text{ cm}$$

$$\beta' = \frac{n}{n'} \frac{s'}{s} = \frac{y'}{y}$$

$$\beta' = \frac{1}{1.42} \frac{(-29.58 \text{ cm})}{(-50 \text{ cm})} = 0.4166$$

Problemas Boletín 3

3.2. Una superficie esférica de radio $r = 5 \text{ cm}$, considerando que el centro de curvatura se encuentra a la derecha del vértice de la superficie, separa dos medios de índices de refracción $n_1 = 1.2$ y $n_2 = 1.5$. Encuéntrese la imagen de un punto, O , situado 100 cm a la izquierda del vértice de la superficie:

a) Cuando O actúa como objeto real.

ECUACIÓN Invariante Abbe

$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right)$$

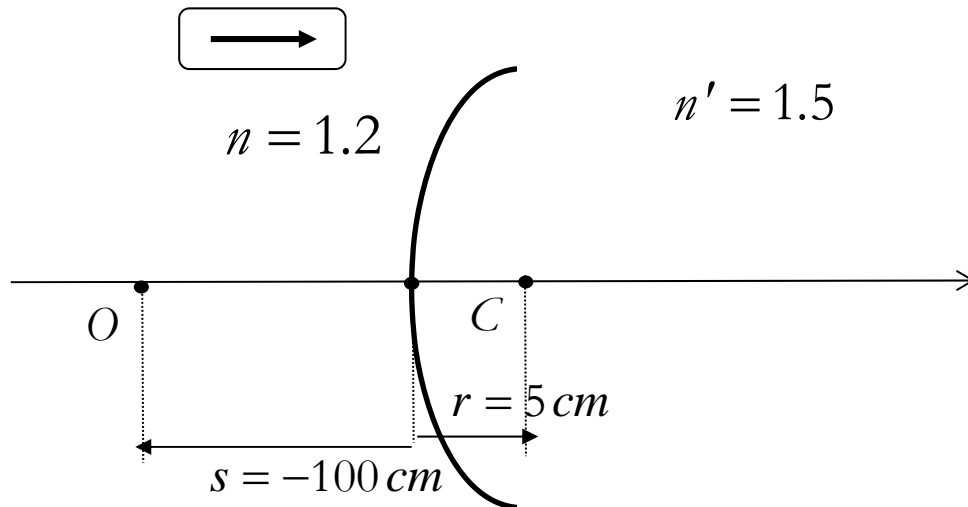
$$1.2 \left(\frac{1}{-100 \text{ cm}} - \frac{1}{5 \text{ cm}} \right) = 1.5 \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{5 \text{ cm}} \right)$$

$$s' = 31.25 \text{ cm}$$

$$\beta' = \frac{n}{n'} \frac{s'}{s} = \frac{y'}{y}$$

$$\beta' = \frac{1.2}{1.5} \frac{31.25 \text{ cm}}{-100 \text{ cm}} = -0.25$$

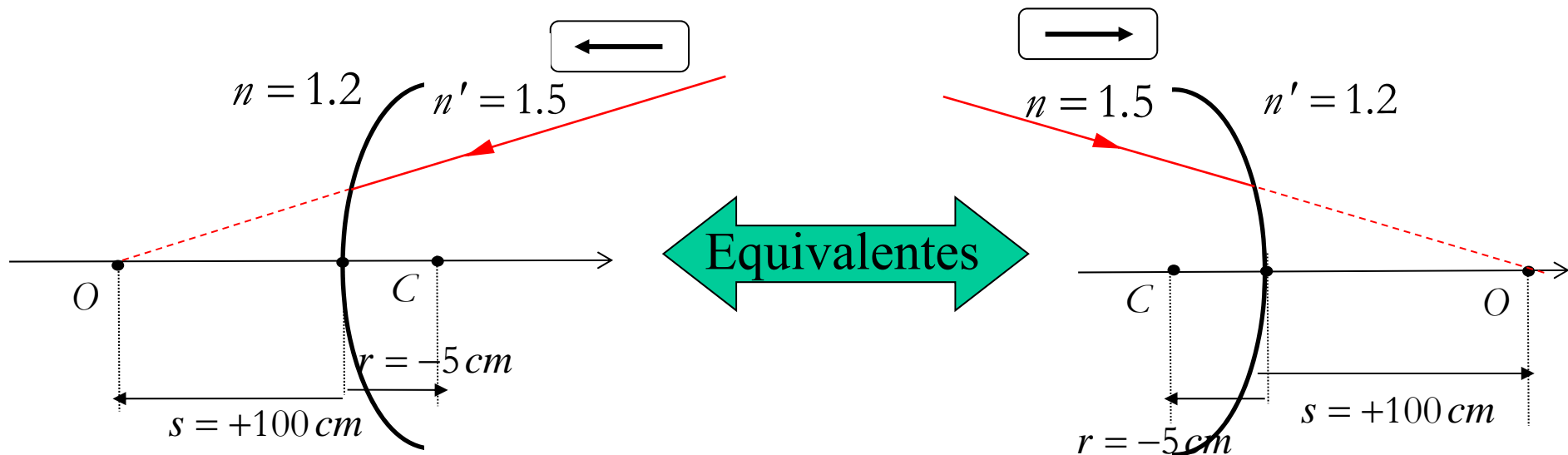
Imagen invertida y 4 veces más pequeña que O



Problemas Boletín 3

3.2. Una superficie esférica de radio $r = -5 \text{ cm}$, considerando que el centro de curvatura se encuentra a la derecha del vértice de la superficie, separa dos medios de índices de refracción $n_1 = 1.2$ y $n_2 = 1.5$. Encuéntrese la imagen de un punto, O, situado 100 cm a la izquierda del vértice de la superficie:

b) Cuando O actúa como objeto virtual.



Criterio de signos:

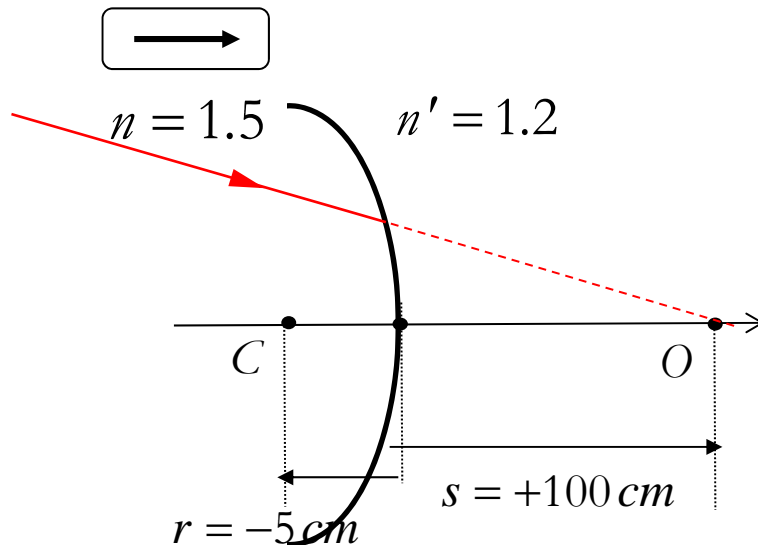
Distancias positivas \rightarrow Sentido Luz

Distancias negativas \rightarrow Contra-Sentido

Problemas Boletín 3

3.2. Una superficie esférica de radio $r = -5 \text{ cm}$, considerando que el centro de curvatura se encuentra a la derecha del vértice de la superficie, separa dos medios de índices de refracción $n_1 = 1.2$ y $n_2 = 1.5$. Encuéntrese la imagen de un punto, O , situado 100 cm a la izquierda del vértice de la superficie:

b) Cuando O actúa como objeto virtual.



ECUACIÓN Invariante Abbe

$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right)$$

$$1.5 \left(\frac{1}{+100 \text{ cm}} - \frac{1}{-5 \text{ cm}} \right) = 1.2 \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{-5 \text{ cm}} \right)$$

$$s' = 16 \text{ cm}$$

$$\beta' = \frac{n}{n'} \frac{s'}{s} = \frac{y'}{y}$$

$$\beta' = \frac{1.5}{1.2} \frac{16 \text{ cm}}{(+100 \text{ cm})} = \frac{1}{5}$$

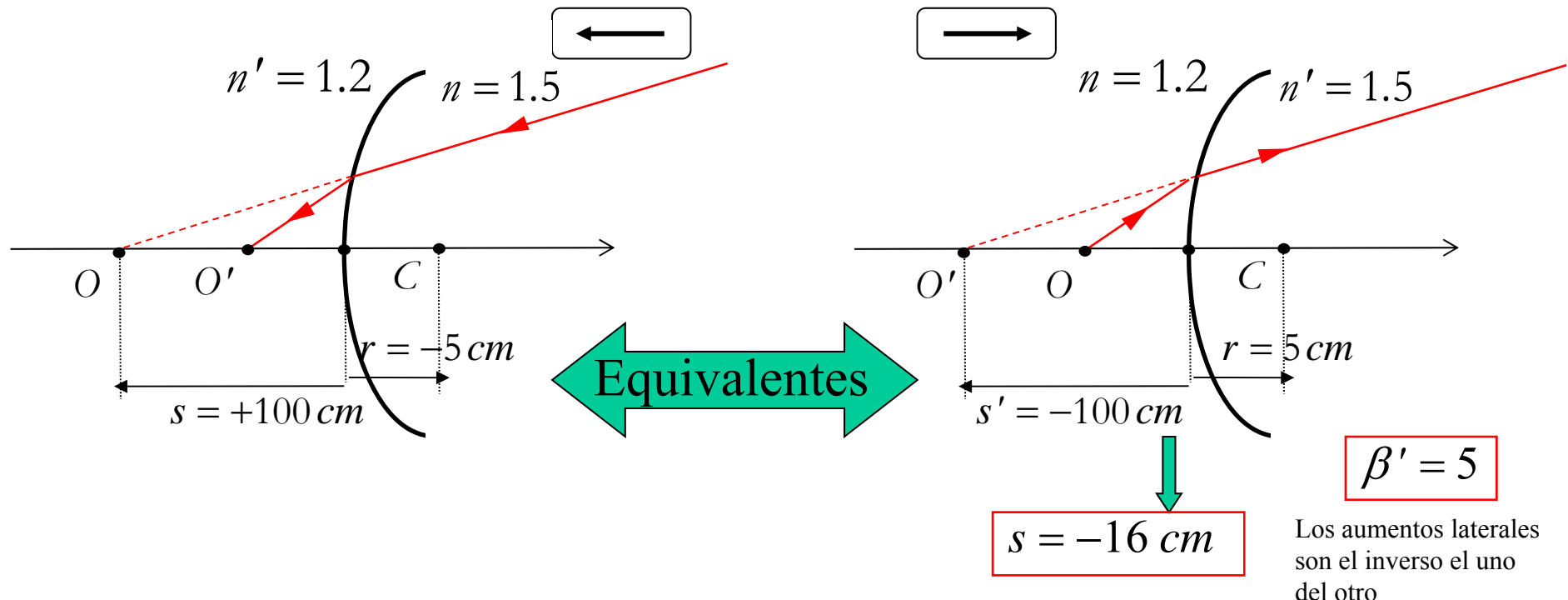
Imagen directa y 5 veces más pequeña que O

Problemas Boletín 3

3.2. Una superficie esférica de radio $r = -5 \text{ cm}$, considerando que el centro de curvatura se encuentra a la derecha del vértice de la superficie, separa dos medios de índices de refracción $n_1 = 1.2$ y $n_2 = 1.5$. Encuéntrese la imagen de un punto, O , situado 100 cm a la izquierda del vértice de la superficie:

b) Cuando O actúa como objeto virtual.

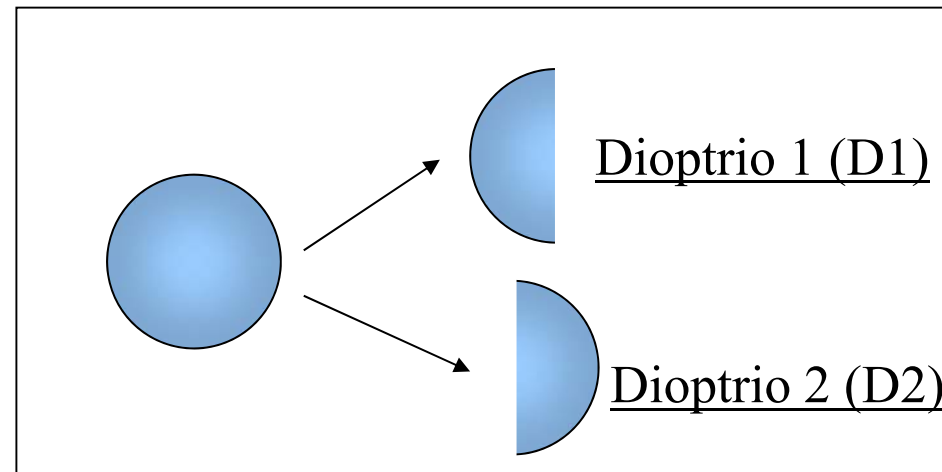
Otra manera de resolverlo: Utilizando el **Principio de Reversibilidad $O \leftrightarrow O'$**



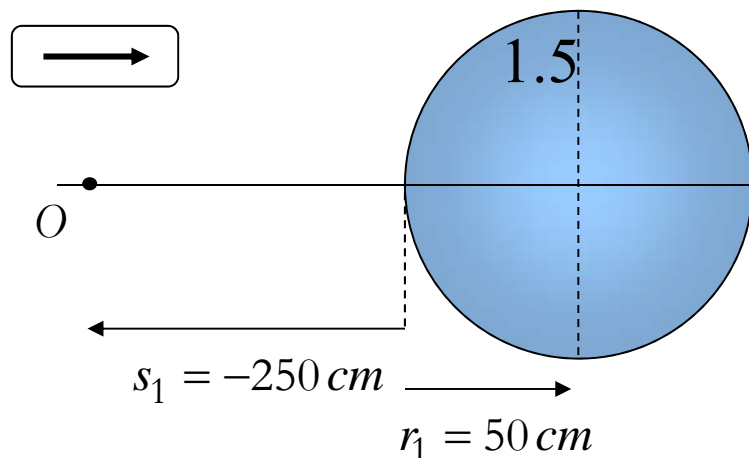
Problemas Boletín 3

3.4. Considérese una bola de cristal de radio $r = 50 \text{ cm}$, de un vidrio de índice de refracción $n = 1.5$. Calcúlese la posición y el aumento lateral de la imagen proporcionada por la bola de un objeto real situado a 250 cm de la primera superficie.

$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right)$$



1) Imagen de O a través del D1



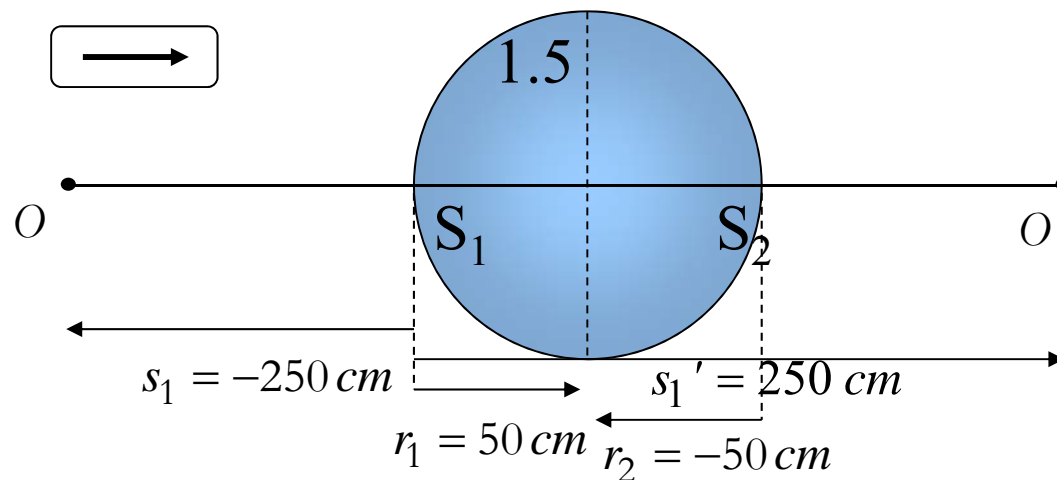
$$n \left(\frac{1}{s_1} - \frac{1}{r_1} \right) = n' \left(\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{r_1} \right)$$

$$1 \left(\frac{1}{-250 \text{ cm}} - \frac{1}{50 \text{ cm}} \right) = 1.5 \left(\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{50 \text{ cm}} \right)$$

$$s_1' = 250 \text{ cm}$$

Problemas Boletín 3

3.4. Considérese una bola de cristal de radio $r = 50 \text{ cm}$, de un vidrio de índice de refracción $n = 1.5$. Calcúlese la posición y el aumento lateral de la imagen proporcionada por la bola de un objeto real situado a 250 cm de la primera superficie.



$$s_1' = 250 \text{ cm}$$

$$\beta_1' = \frac{n}{n'} \frac{s_1'}{s_1} = \frac{1}{1.5} \frac{250}{-250} = -\frac{2}{3}$$

2) Imagen de O' a través del D2

$$s_2 = \overline{S_2 O'} = \overline{S_2 S_1} + \overline{S_1 O'} = -100 \text{ cm} + 250 \text{ cm} = 150 \text{ cm}$$

$$n \left(\frac{1}{s_2} - \frac{1}{r_2} \right) = n' \left(\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{r_2} \right) \rightarrow 1.5 \left(\frac{1}{150 \text{ cm}} - \frac{1}{-50 \text{ cm}} \right) = 1 \left(\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{-50 \text{ cm}} \right)$$

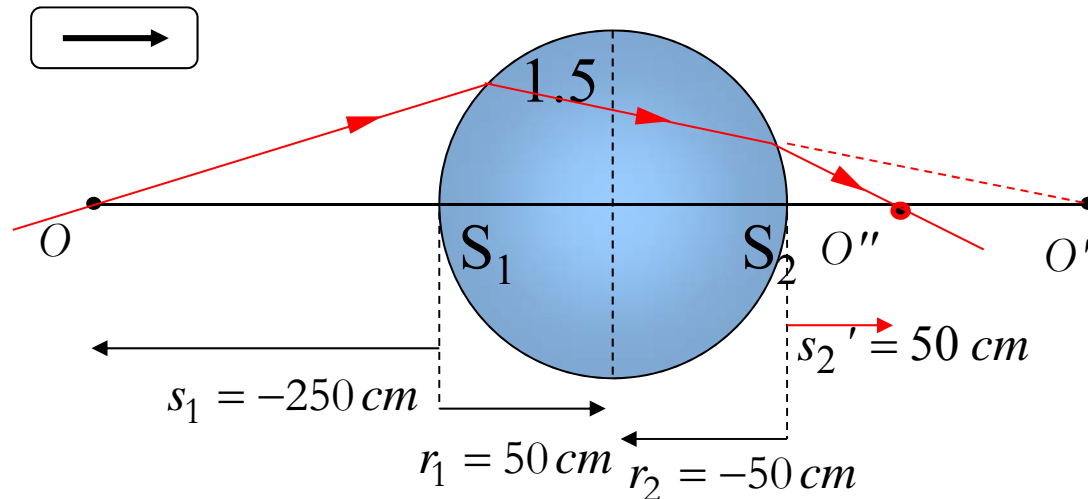
$$s_2' = 50 \text{ cm}$$

Problemas Boletín 3

3.4. Considérese una bola de cristal de radio $r = 50 \text{ cm}$, de un vidrio de índice de refracción $n = 1.5$. Calcúlese la posición y el aumento lateral de la imagen proporcionada por la bola de un objeto real situado a 250 cm de la primera superficie.

$$s_2' = 50 \text{ cm}$$

$$\beta_2' = \frac{n}{n'} \frac{s_2'}{s_2} = \frac{1.5}{1} \frac{50}{150} = \frac{1}{2}$$

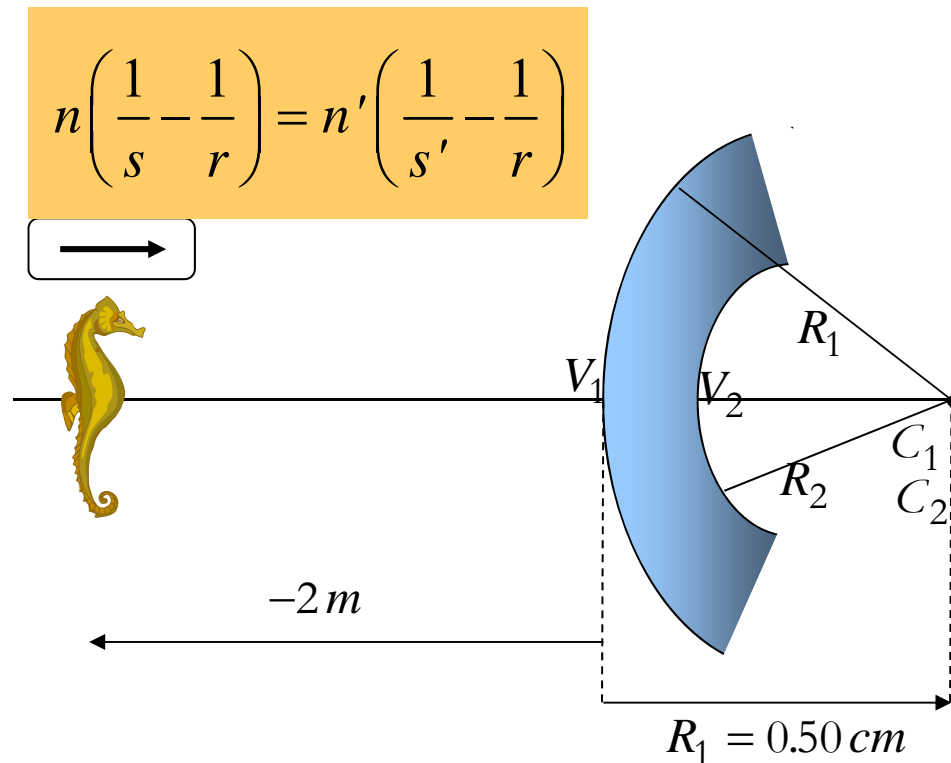


$$\beta' = \beta_1' \beta_2' = -\frac{2}{3} \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}$$

Problemas Boletín 3

3.5. Unas gafas submarinas tienen el cristal de forma de pared esférica con un grosor de 5 mm . Las dos caras están formadas por dos dioptrios esféricos concéntricos siendo el radio mayor de 50 cm (índice del vidrio 1.50, índice del agua 1.33)

a) ¿En qué lugar y con qué aumento verá el submarinista un caballito de mar situado a 2 m del vértice anterior de las gafas?



$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right)$$

1) Imagen de O a través del D1

$$n_1 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{s_1} \right) = n_1' \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{s_1'} \right)$$

$$1.33 \left(\frac{1}{0.50} - \frac{1}{-2} \right) = 1.5 \left(\frac{1}{0.50} - \frac{1}{s_1'} \right)$$

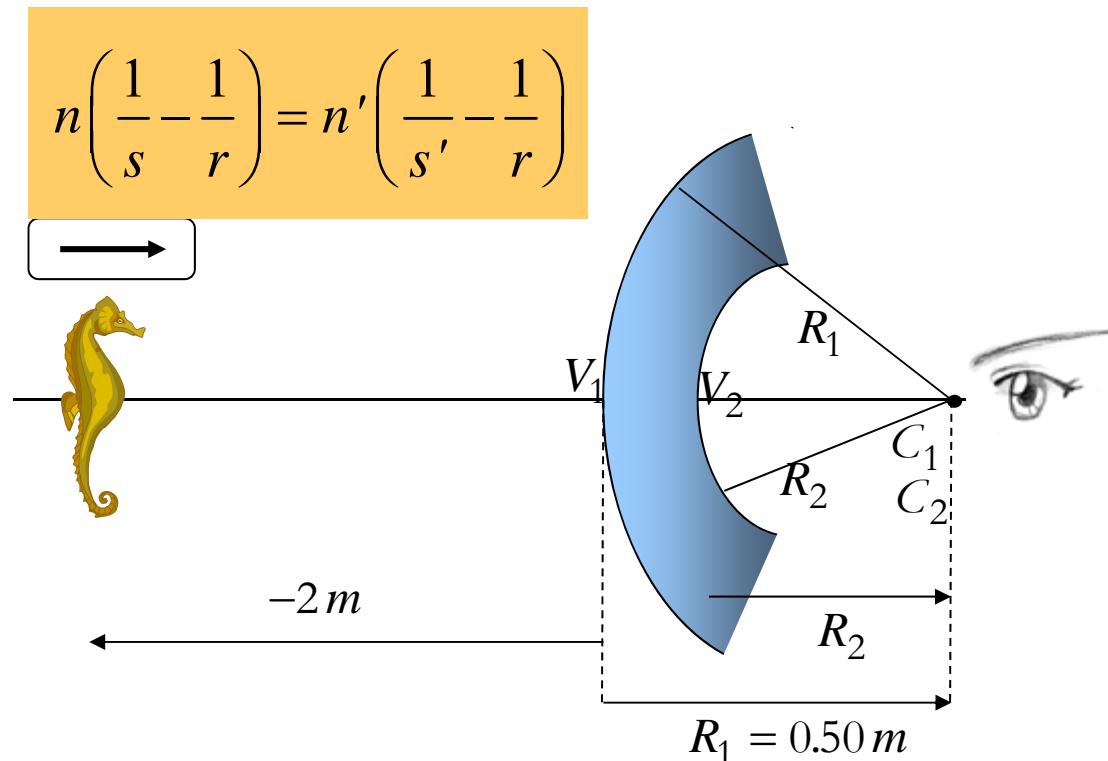
$$s_1' = -4.615 \text{ m}$$

$$\beta_1' = \frac{n_1}{n_1'} \frac{s_1'}{s_1} = \frac{1.33}{1.5} \frac{-4.615}{(-2)} = 2.05$$

Problemas Boletín 3

3.5. Unas gafas submarinas tienen el cristal de forma de pared esférica con un grosor de 5 mm . Las dos caras están formadas por dos dioptrios esféricos concéntricos siendo el radio mayor de 50 cm (índice del vidrio 1.50, índice del agua 1.33)

a) ¿En qué lugar y con qué aumento verá el submarinista un caballito de mar situado a 2 m del vértice anterior de las gafas?



2) Imagen de O' a través del D2

$$n_2 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{s_2} \right) = n_2' \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{s_2'} \right)$$

$$s_2 = \overline{V_2 O'} = \overline{V_2 V_1} + \overline{V_1 O'}$$

$$= -0.005 + 4.615 = -4.620\text{ m}$$

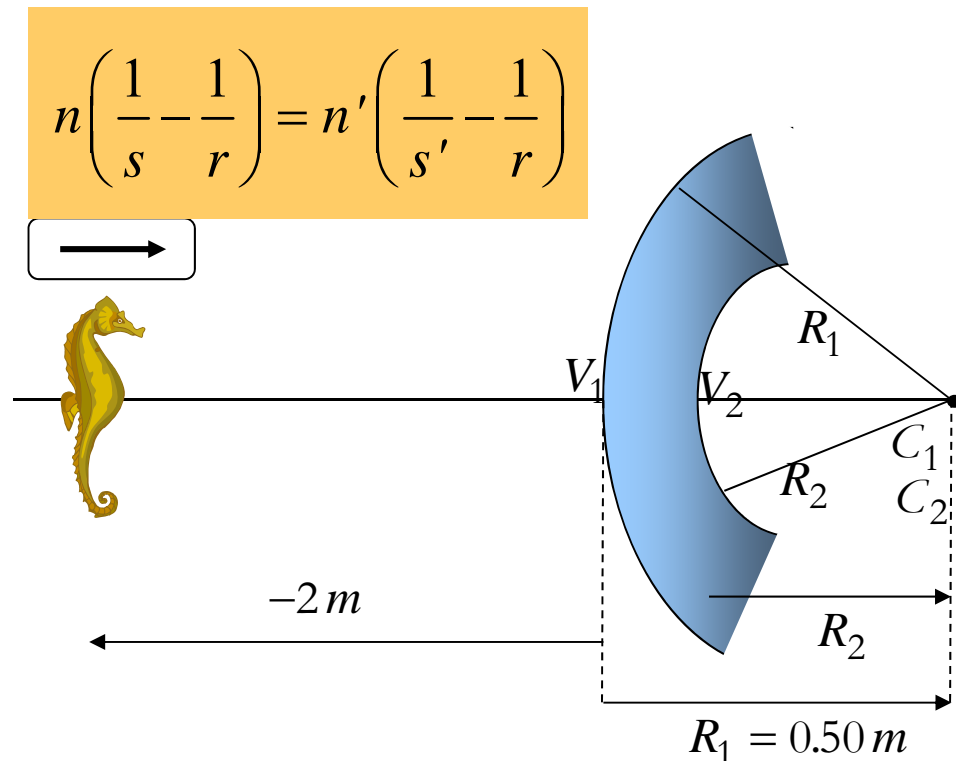
$$R_2 = \overline{V_2 C} = \overline{V_2 V_1} + \overline{V_1 C}$$

$$= -0.005 + 0.500 = 0.495\text{ m}$$

Problemas Boletín 3

3.5. Unas gafas submarinas tienen el cristal de forma de pared esférica con un grosor de 5 mm . Las dos caras están formadas por dos dioptrios esféricos concéntricos siendo el radio mayor de 50 cm (índice del vidrio 1.50, índice del agua 1.33)

a) ¿En qué lugar y con qué aumento verá el submarinista un caballito de mar situado a 2 m del vértice anterior de las gafas?



$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right)$$

2) Imagen de O' a través del D2

$$1.5 \left(\frac{1}{0.495} - \frac{1}{-4.620} \right) = 1 \left(\frac{1}{0.495} - \frac{1}{s'_2} \right)$$

$$s'_2 = \overline{V_2 O''} = -0.749 \text{ m}$$

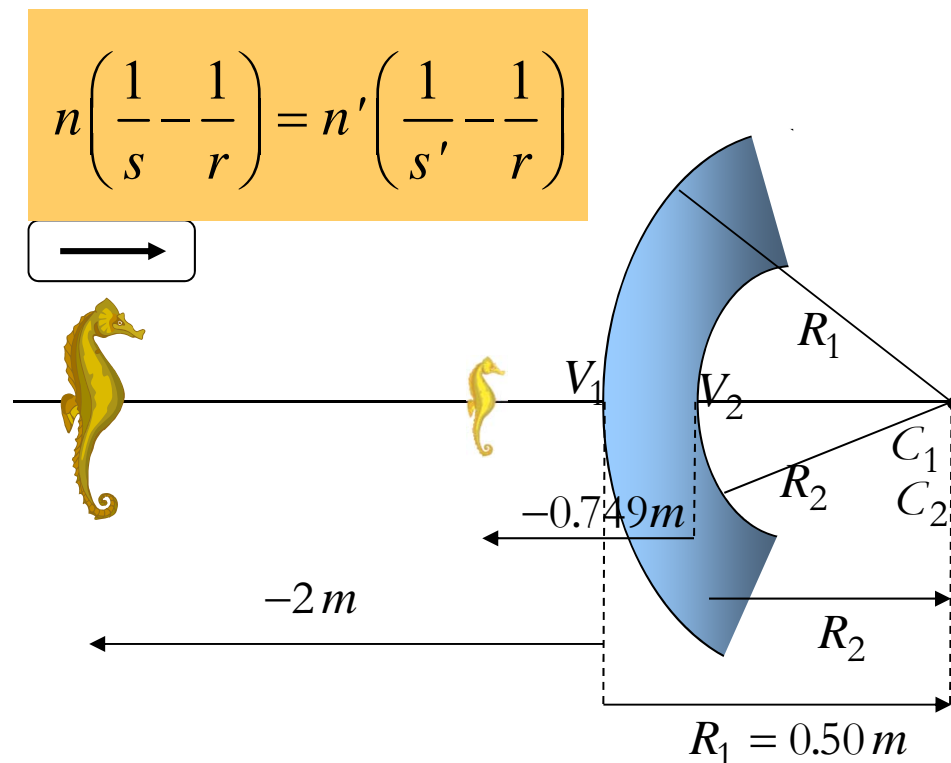
$$\beta_2' = \frac{n_2}{n_2'} \frac{s_2'}{s_2} = \frac{1.5}{1} \frac{(-0.749)}{(-4.620)} = 0.24$$

$$\beta' = \beta_1' \beta_2' = 0.49$$

Problemas Boletín 3

3.5. Unas gafas submarinas tienen el cristal de forma de pared esférica con un grosor de 5 mm . Las dos caras están formadas por dos dioptrios esféricos concéntricos siendo el radio mayor de 50 cm (índice del vidrio 1.50, índice del agua 1.33)

a) ¿En qué lugar y con qué aumento verá el submarinista un caballito de mar situado a 2 m del vértice anterior de las gafas?



$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right)$$

2) Imagen de O' a través del D2

$$1.5 \left(\frac{1}{0.495} - \frac{1}{-4.620} \right) = 1 \left(\frac{1}{0.495} - \frac{1}{s'_2} \right)$$

$$s'_2 = \overline{V_2 O''} = -0.749 \text{ m}$$

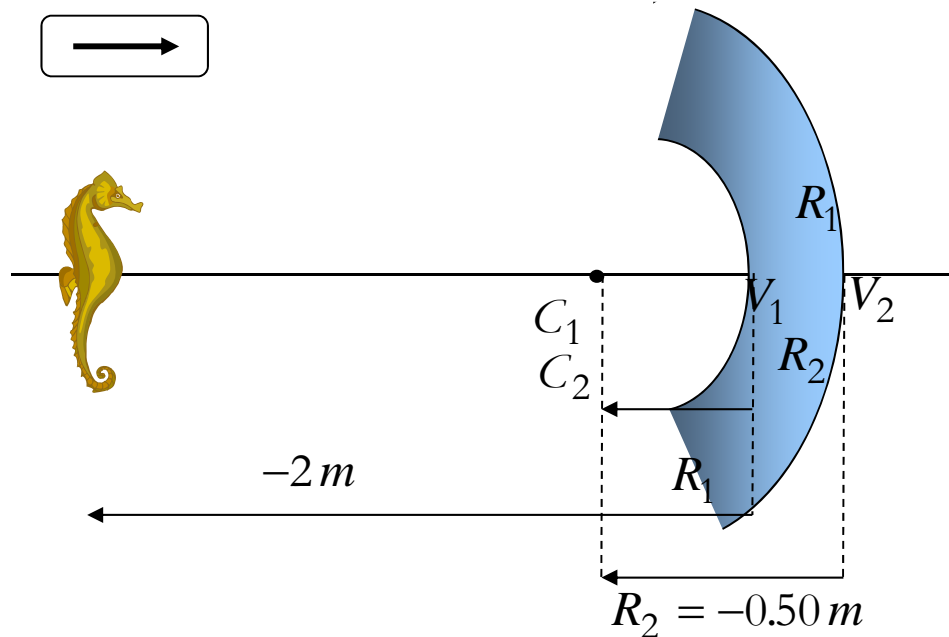
$$\beta'_2 = \frac{n_2}{n_2'} \frac{s_2'}{s_2} = \frac{1.5}{1} \frac{(-0.749)}{(-4.620)} = 0.24$$

$$\beta' = \beta'_1 \beta'_2 = 0.49$$

Problemas Boletín 3

3.5. Unas gafas submarinas tienen el cristal de forma de pared esférica con un grosor de 5 mm . Las dos caras están formadas por dos dioptrios esféricos concéntricos siendo el radio mayor de 50 cm (índice del vidrio 1.50, índice del agua 1.33)

b) Repítase el apartado anterior en el caso de que el cristal tenga la concavidad contraria



1) Imagen de O a través del D1

$$n_1 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{s_1} \right) = n_1' \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{s_1'} \right)$$

$$1.33 \left(\frac{1}{-0.495} - \frac{1}{-2} \right) = 1.5 \left(\frac{1}{-0.495} - \frac{1}{s_1'} \right)$$

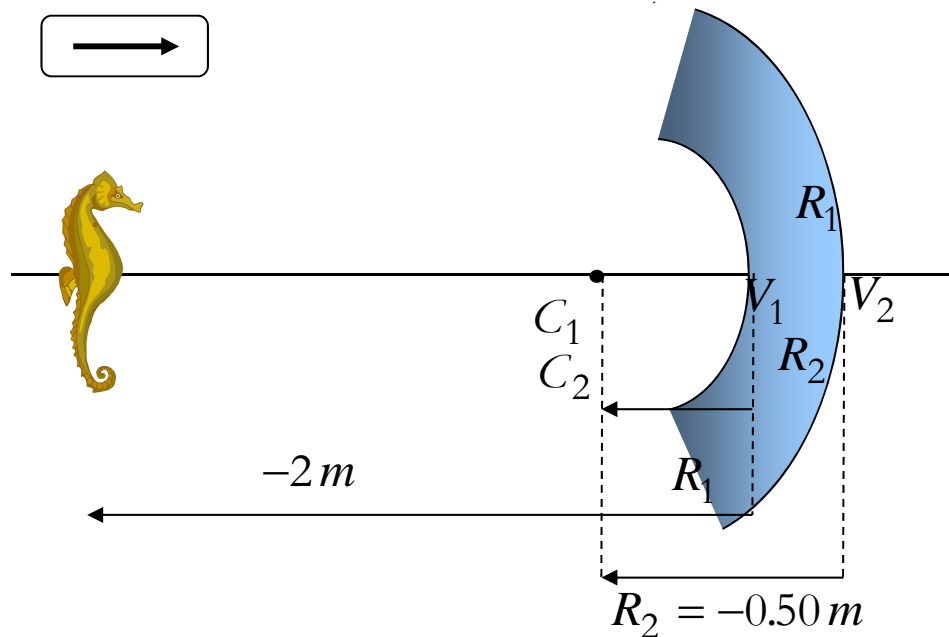
$$s_1' = -1.487 \text{ m}$$

$$\beta_1' = \frac{n_1}{n_1'} \frac{s_1'}{s_1} = \frac{1.33}{1.5} \frac{(-1.487)}{(-2)} = 0.66$$

Problemas Boletín 3

3.5. Unas gafas submarinas tienen el cristal de forma de pared esférica con un grosor de 5 mm . Las dos caras están formadas por dos dioptrios esféricos concéntricos siendo el radio mayor de 50 cm (índice del vidrio 1.50, índice del agua 1.33)

b) Repítase el apartado anterior en el caso de que el cristal tenga la concavidad contraria



2) Imagen de O' a través del D2

$$n_2 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{s_2} \right) = n_2' \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{s_2'} \right)$$

$$s_2 = \overline{V_2 O'} = \overline{V_2 V_1} + \overline{V_1 O'}$$

$$= -0.005 - 1.487 = -1.492\text{ m}$$

$$1.5 \left(\frac{1}{-0.5} - \frac{1}{-1.492} \right) = 1 \left(\frac{1}{-0.5} - \frac{1}{s_2'} \right)$$

$$s_2' = -186.5\text{ m}$$

Problemas Boletín 3

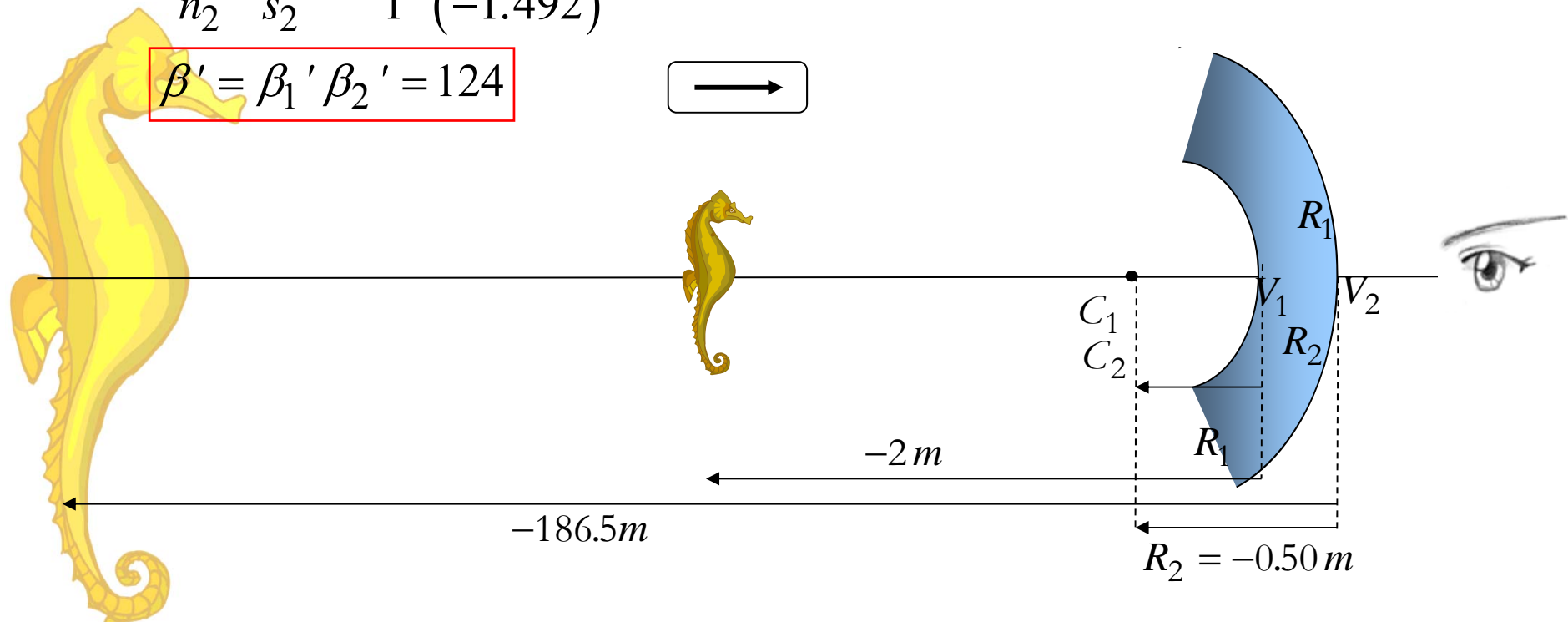
3.5. Unas gafas submarinas tienen el cristal de forma de pared esférica con un grosor de 5 mm . Las dos caras están formadas por dos dioptrios esféricos concéntricos siendo el radio mayor de 50 cm (índice del vidrio 1.50, índice del agua 1.33)

b) Repítase el apartado anterior en el caso de que el cristal tenga la concavidad contraria

2) Imagen de O' a través del D2

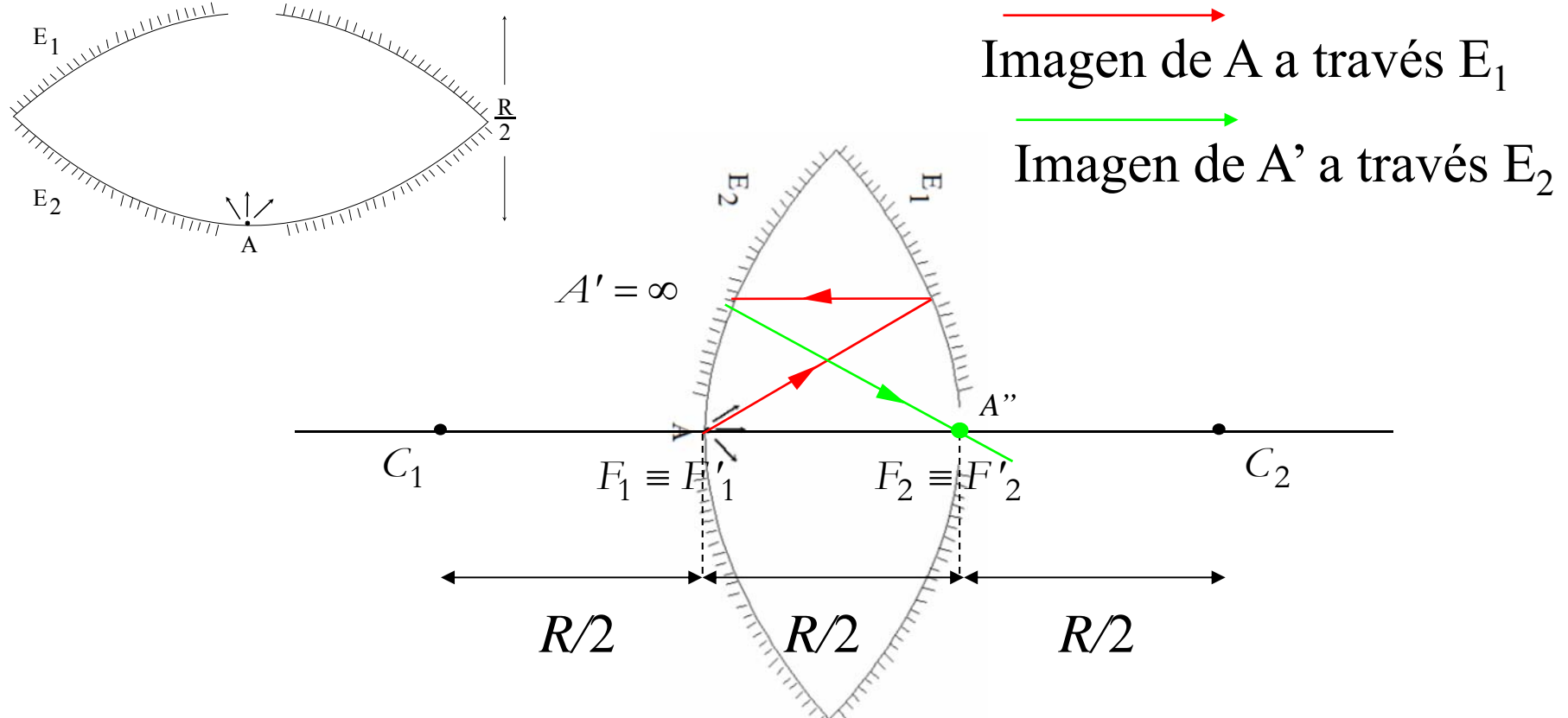
$$\beta_2' = \frac{n_2}{n_2'} \frac{s_2'}{s_2} = \frac{1.5}{1} \frac{(-186.5)}{(-1.492)} = 187.5$$

$$\beta' = \beta_1' \beta_2' = 124$$



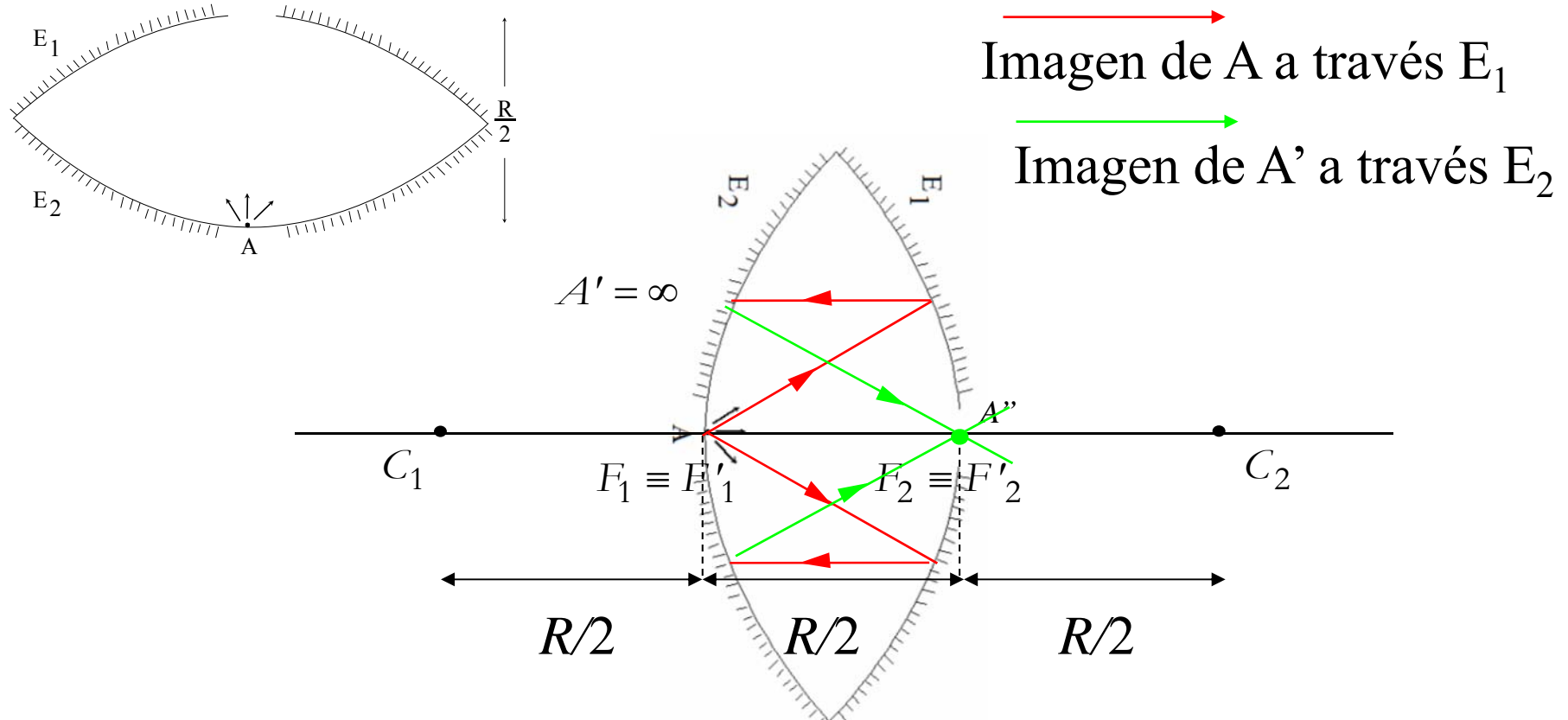
Problemas Boletín 3

3.6. Un sistema óptico centrado está constituido por dos espejos idénticos de radio de curvatura R , uno de los cuales tiene una pequeña abertura en su centro. La distancia entre vértices es $R/2$, tal y como indica la figura. Situamos un objeto puntual luminoso A , en el vértice de uno de los espejos y observamos su imagen a través de todo el sistema. Determinéase la posición de la imagen de dicho objeto a) GRÁFICAMENTE



Problemas Boletín 3

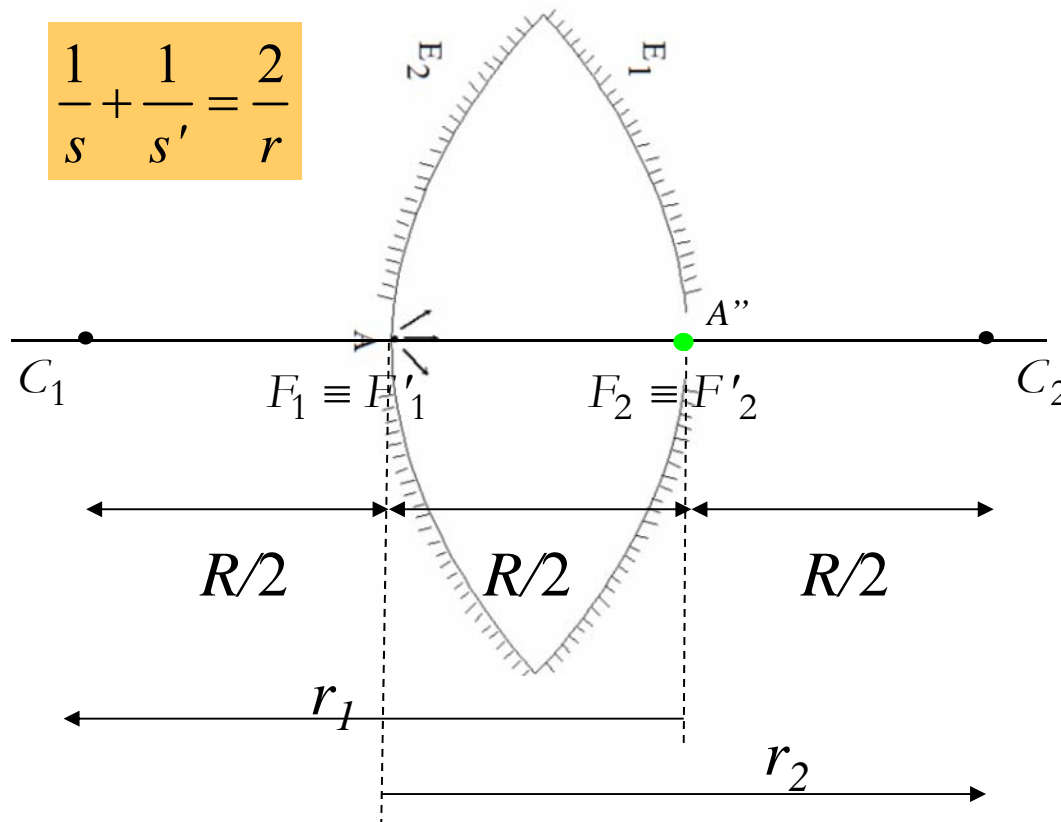
3.6. Un sistema óptico centrado está constituido por dos espejos idénticos de radio de curvatura R , uno de los cuales tiene una pequeña abertura en su centro. La distancia entre vértices es $R/2$, tal y como indica la figura. Situamos un objeto puntual luminoso A , en el vértice de uno de los espejos y observamos su imagen a través de todo el sistema. Determinése la posición de la imagen de dicho objeto a) GRÁFICAMENTE



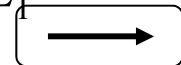
Problemas Boletín 3

3.6. Un sistema óptico centrado está constituido por dos espejos idénticos de radio de curvatura R , uno de los cuales tiene una pequeña abertura en su centro. La distancia entre vértices es $R/2$, tal y como indica la figura. Situamos un objeto puntual luminoso A , en el vértice de uno de los espejos y observamos su imagen a través de todo el sistema. Determinéase la posición de la imagen de dicho objeto a) ANALÍTICAMENTE

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}$$



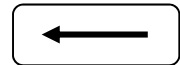
1) Imagen de A a través del E_1



$$\frac{1}{s_1'} = \frac{2}{r_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{2}{-R} - \frac{1}{-R/2} = 0$$

$$s_1' = -\infty$$

2) Imagen de A' a través del E_2



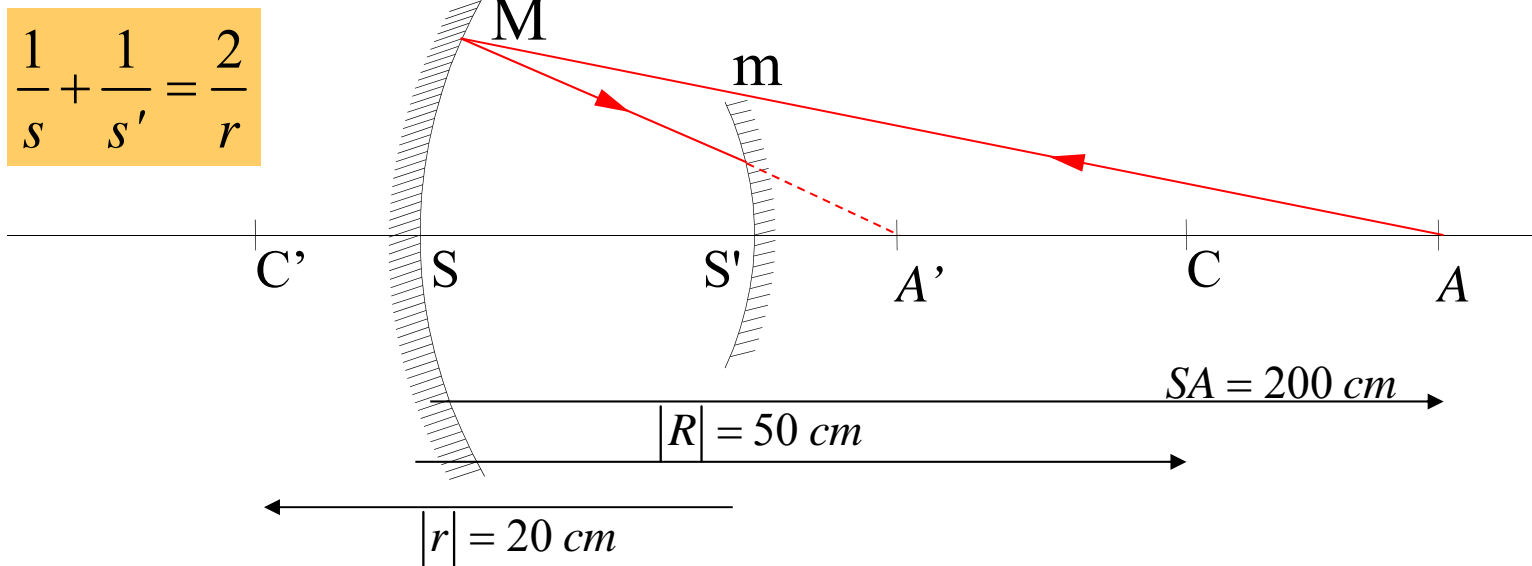
$$\frac{1}{s_2'} = \frac{2}{r_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{2}{-R} - \frac{1}{\infty} = -\frac{2}{R}$$

$$s_2' = -\frac{R}{2}$$

Imagen Real

Problemas Boletín 3

3.7. Dado un sistema centrado como el de la figura, y considerando la aproximación paraxial, calcúlese la imagen del punto A después de reflejarse sucesivamente en los espejos M y en m. Datos: $R=50\text{ cm}$, $r=20\text{ cm}$, $SA=200\text{ cm}$ y $SS'=15\text{ cm}$



1) Imagen de A a través del M ←

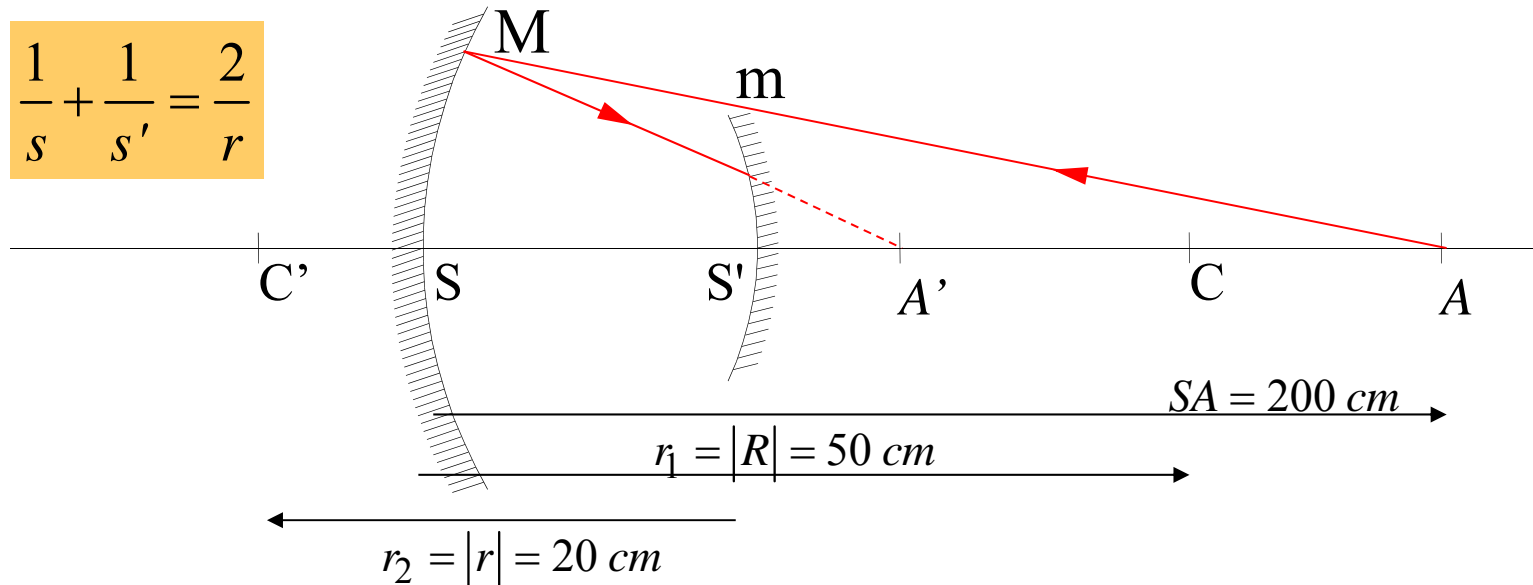
$$\frac{1}{s_1'} = \frac{2}{r_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{2}{(-50)} - \frac{1}{(-200)}$$

$$s_1' = -28.57\text{ cm}$$

$$\beta_1' = -\frac{s_1'}{s_1} = -\frac{(-28.57)}{(-200)} = -0.143$$

Problemas Boletín 3

3.7. Dado un sistema centrado como el de la figura, y considerando la aproximación paraxial, calcúlese la imagen del punto A después de reflejarse sucesivamente en los espejos M y en m. Datos: $R=50\text{ cm}$, $r=20\text{ cm}$, $SA=200\text{ cm}$ y $SS'=15\text{ cm}$



2) Imagen de A' a través del m →

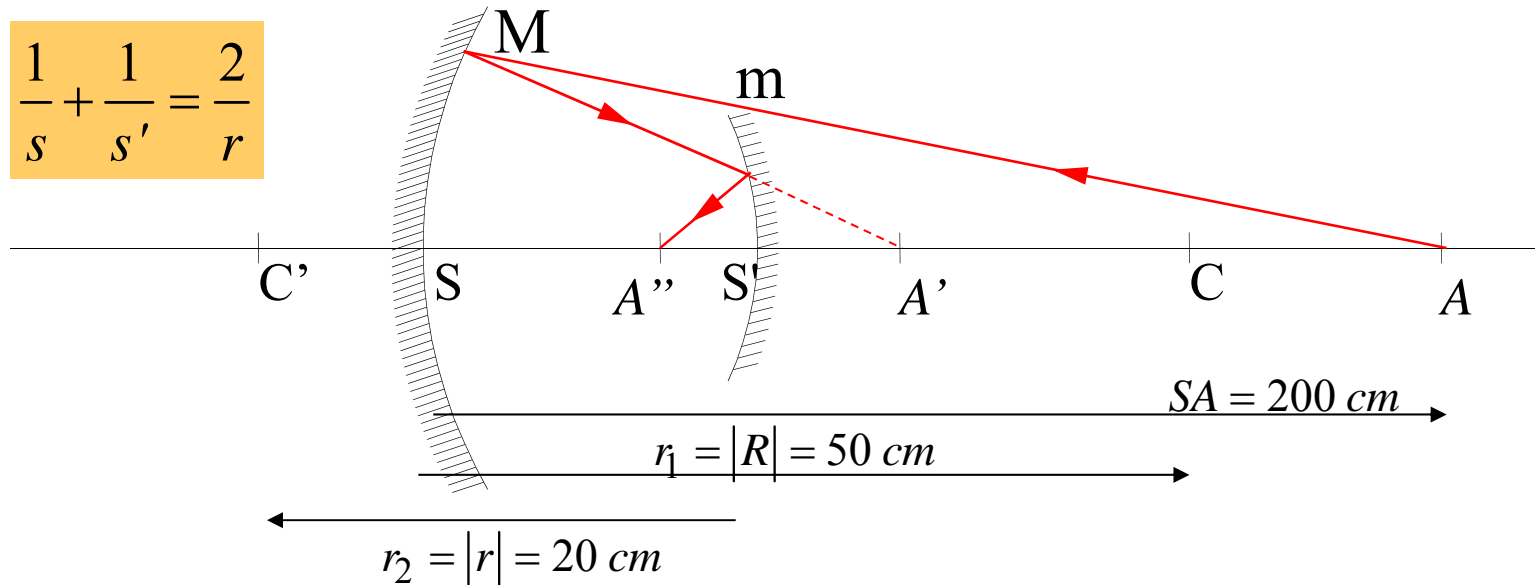
$$\frac{1}{s_2'} = \frac{2}{r_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{2}{(-20)} - \frac{1}{13.57} \quad \Rightarrow \quad s_2' = -5.76\text{ cm}$$

$$s_2 = S'A' = S'S + SA' = -15 + 28.57 = 13.57\text{ cm}$$

$$\beta_2' = -\frac{s_2'}{s_2} = -\frac{(-5.76)}{(13.57)} = 0.424$$

Problemas Boletín 3

3.7. Dado un sistema centrado como el de la figura, y considerando la aproximación paraxial, calcúlese la imagen del punto A después de reflejarse sucesivamente en los espejos M y en m. Datos: $R=50\text{ cm}$, $r=20\text{ cm}$, $SA=200\text{ cm}$ y $SS'=15\text{ cm}$



2) Imagen de A' a través del m \rightarrow

$$\frac{1}{s_2'} = \frac{2}{r_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{2}{(-20)} - \frac{1}{13.57}$$

$$s_2 = S'A' = S'S + SA' = -15 + 28.57 = 13.57\text{ cm}$$

$$s_2' = -5.76\text{ cm}$$

$$\beta' = \beta_1' \beta_2' = -0.06$$