

# Tema II. Sistemas ópticos con superficies planas

- Refracción y reflexión en una interfase plana
- Teoría geométrica de la reflexión y refracción. Leyes de Descartes
- La interfase plana como sistema óptico formador de imágenes
- Lámina de caras planoparalelas
- Refracción en prismas ópticos
- El prisma como sistema formador de imágenes. Prismas oftálmicos
- Dispersión en prismas
- Combinaciones de prismas: prismas acromáticos y prismas de visión directa
- Prismas reflectores
- Espejos dobles



# Sistemas con superficies planas

## *Leyes de Descartes*

### Leyes de la Óptica Geométrica:

- 1 Las trayectorias de los rayos en medios homogéneos e isótropos son **rectilíneas**.

**Leyes de Descartes:** Consideremos una superficie plana que separa dos medios homogéneos e isótropos de índices  $n$  y  $n'$ , y supongamos que un rayo de luz incide sobre la superficie:

2 Los rayos incidente, refractado y reflejado, así como la normal a la superficie son coplanarios (**plano de incidencia**)

3 Ley de la **refracción** de Snell:  $n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon'$

4 Ley de la **reflexión**:  $\varepsilon = -\varepsilon''$

- 5 Las trayectorias de la luz a través de distintos medios son **reversibles**.



# Sistemas con superficies planas

## *Leyes de Descartes*

**Criterio de signos:** Los ángulos de incidencia ( $\varepsilon$ ), refracción ( $\varepsilon'$ ) y reflexión ( $\varepsilon''$ ) son positivos si al llevar el rayo, por giro, a coincidir con la normal por el camino angular más corto, se va en el sentido de las agujas de un reloj.

- En nuestro caso,  $\varepsilon$  y  $\varepsilon'$  son positivos, mientras que  $\varepsilon''$  es negativo.

**Truco** para obtener la ley de la reflexión a partir de la ley de la refracción:  $n'' = -n$

$$\begin{aligned} n \sin \varepsilon &= n'' \sin \varepsilon'' \xrightarrow{n'' = -n} \sin \varepsilon = -\sin \varepsilon'' \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sin \varepsilon = \sin(-\varepsilon'') \Rightarrow \varepsilon = -\varepsilon'' \end{aligned}$$

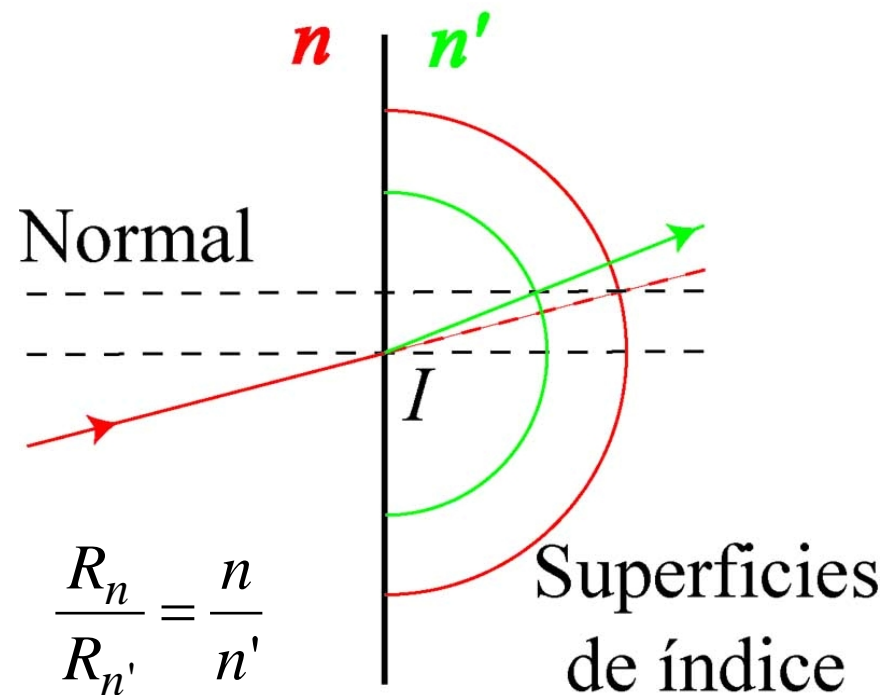


# Sistemas con superficies planas

## *Leyes de Descartes*

**Método de las superficies de índice** para la construcción gráfica de un rayo **refractado**:

- Las **superficies de índice** son dos superficies esféricas cuyos centros de curvatura coinciden ambas con el punto de incidencia del rayo considerado con la interfase,  $I$ , y cuyos radios de curvatura son proporcionales a los índices de refracción  $n$  y  $n'$  de ambos medios.

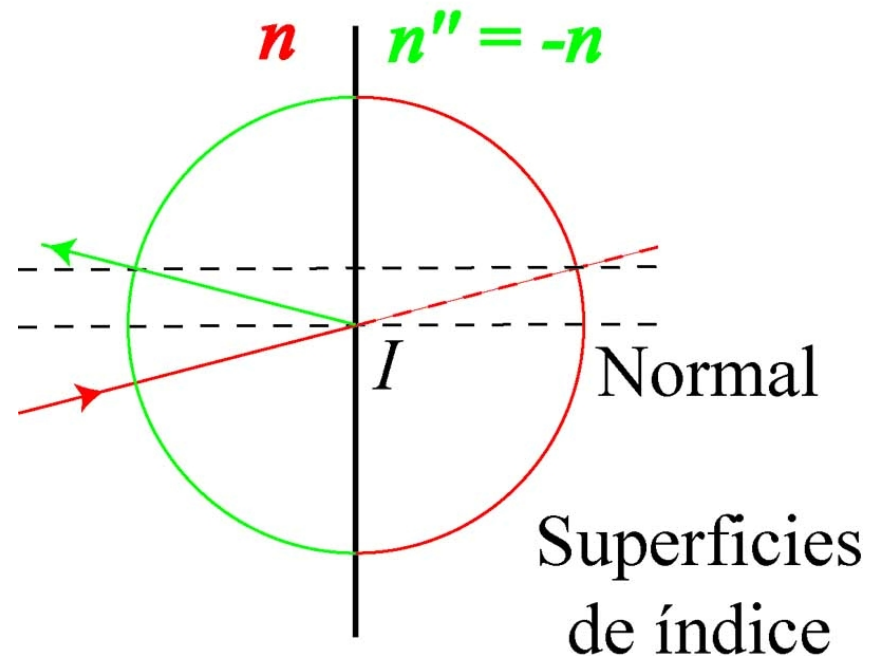


# Sistemas con superficies planas

## *Leyes de Descartes*

**Método de las superficies de índice** para la construcción gráfica de un rayo **reflejado**:

- En este caso las dos **superficies de índice** tienen el mismo centro y radio de curvatura. Para la onda reflejada debe considerarse la parte de la superficie de índice asignada a ondas que viajan en sentido opuesto a la incidente.



# Sistemas con superficies planas

## *Leyes de Descartes*

Fenómeno de la **reflexión total**:

- Cuando en la refracción la luz atraviesa una interfase a otro medio de menor índice de refracción, el ángulo de refracción es mayor que el incidente:  $n > n'$  implica que  $\varepsilon < \varepsilon'$ .
- Existe un ángulo de incidencia (ángulo límite) para el cual el rayo refractado emerge rasante a la interfase ( $\varepsilon' = 90^\circ$ ). Para dicho ángulo de incidencia se cumple que:

$$n \sen \varepsilon_l = n' \Rightarrow \varepsilon_l = \arcsen\left(\frac{n'}{n}\right)$$

- Para ángulos mayores ( $\varepsilon > \varepsilon_l$ ) no existe luz refractada, sino que se refleja. Este fenómeno se llama **reflexión total**.



# Tema II. Sistemas ópticos con superficies planas

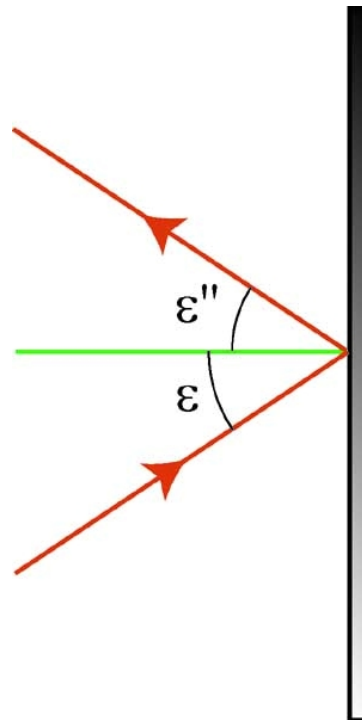
- Refracción y reflexión en una interfase plana
- Teoría geométrica de la reflexión y refracción. Leyes de Descartes
- La interfase plana como sistema óptico formador de imágenes
- Lámina de caras planoparalelas
- Refracción en prismas ópticos
- El prisma como sistema formador de imágenes. Prismas oftálmicos
- Dispersión en prismas
- Combinaciones de prismas: prismas acromáticos y prismas de visión directa
- Prismas reflectores
- Espejos dobles



# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El espejo plano*

Un **espejo plano** es una superficie plana reflectante. Se suelen utilizar materiales metálicos para conseguir una reflexión prácticamente total del flujo luminoso incidente.

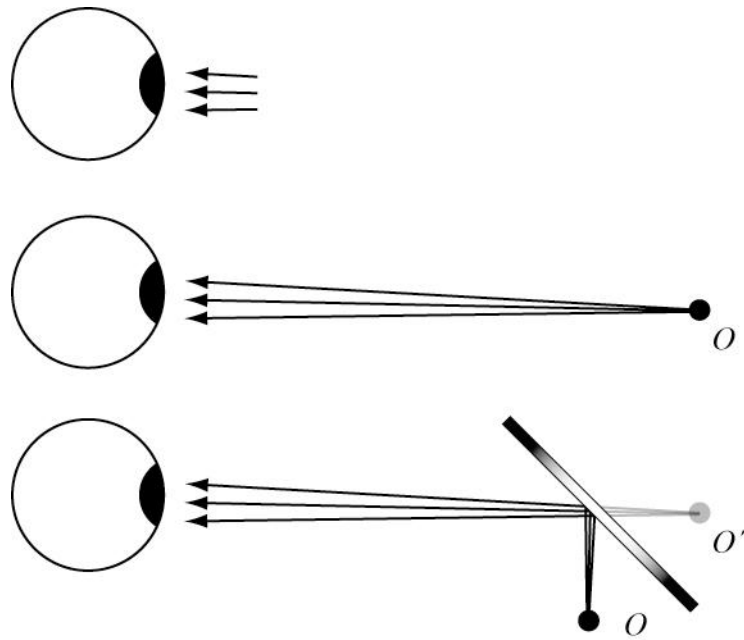




# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El espejo plano*

### Objeto e imagen



# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El espejo plano*

Definiciones:

- **Condición de estigmatismo:** Se dice que un sistema óptico se comporta **estigmáticamente** para un par de puntos,  $O$  y  $O'$ , cuando todos los rayos que emergen de  $O$  pasan **real** o **virtualmente** por  $O'$  después de atravesar el sistema.
- Si los rayos emergen realmente de  $O$  y se cortan realmente en  $O'$ , se dice que  $O$  es un punto **objeto real** y que  $O'$  es un punto **imagen real**.



# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El espejo plano*

- Puede ocurrir que los rayos a la salida sean divergentes, pero sus prolongaciones en sentido contrario al de la propagación de la luz se corten en un punto  $O'$ ; a este punto  $O'$  se le llama en este caso **imagen virtual**.
- Un **espejo plano** produce de un **objeto puntual** real,  $O$ , una **imagen virtual estigmática**,  $O'$ , simétrica del punto objeto respecto al plano del espejo.



# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El espejo plano*

Definiciones:

- **Espacio objeto:** Es aquel espacio geométrico donde los rayos de luz, ya sea real o virtualmente, no sienten la influencia del sistema óptico.
- **Espacio imagen:** Es aquel espacio geométrico donde los rayos ya han modificado (en caso necesario) su trayectoria, ya sea real o virtualmente, debido a la actuación del sistema óptico.



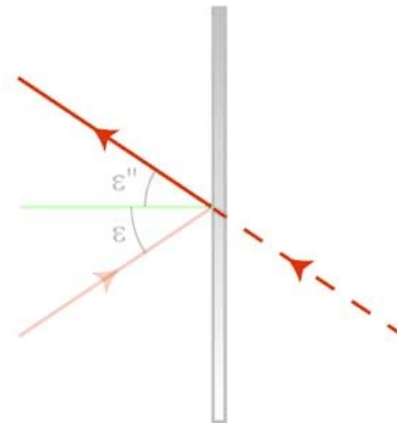
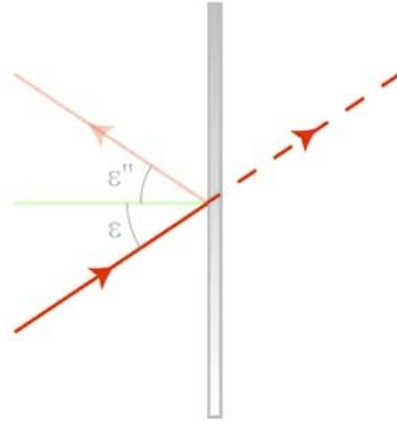
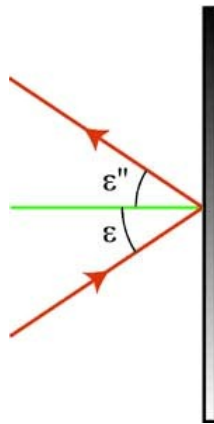
# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El espejo plano*

Sistema Óptico

Espacio Objeto

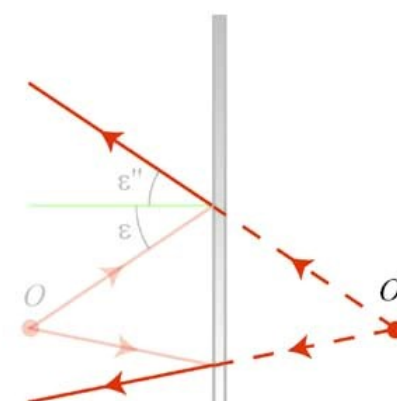
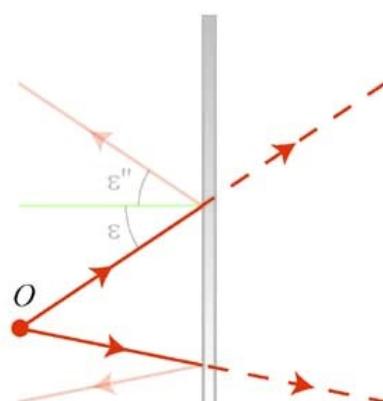
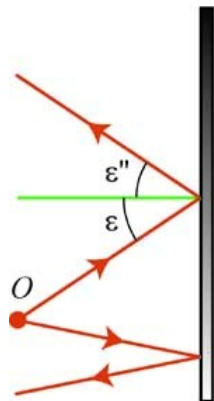
Espacio Imagen



Sistema Óptico

Espacio Objeto

Espacio Imagen

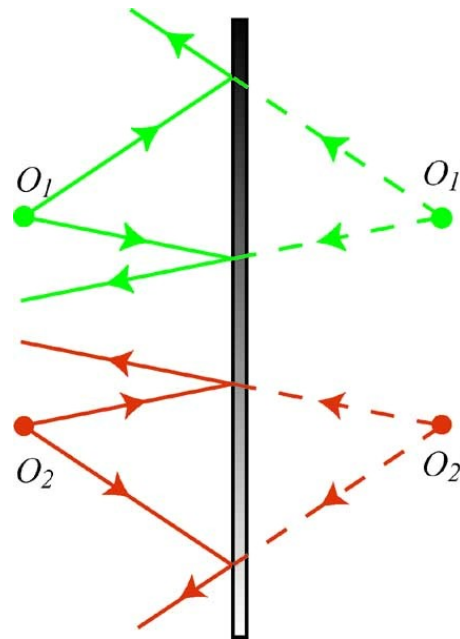


# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El espejo plano*

Consideramos la formación de la imagen de un objeto extenso.

- La imagen es simétrica al objeto respecto del plano del espejo. Consecuentemente, la imagen y el objeto tienen el mismo tamaño.



$$\left. \begin{aligned} y &= \overline{O_1 O_2} \\ y' &= \overline{O'_1 O'_2} \end{aligned} \right\}$$

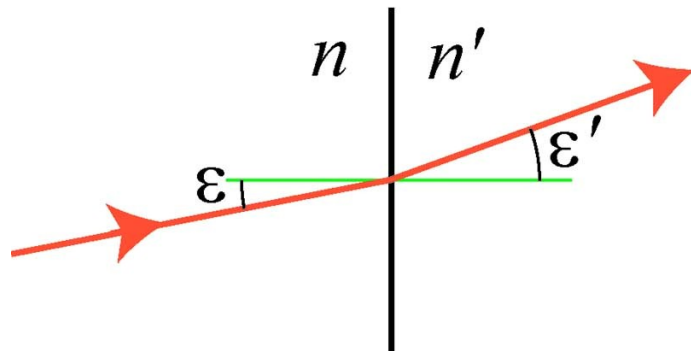
$$\beta' = \frac{y'}{y} = 1$$

# Sistemas con superficies planas

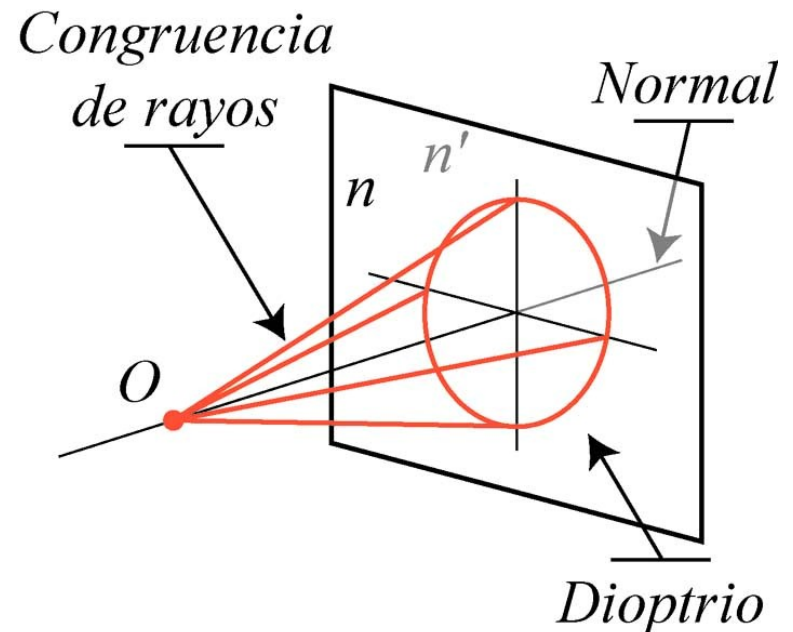
## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*

Un **dioptrio plano** es un sistema óptico formado por dos medios dieléctricos (transparentes) de índices de refracción diferentes, que están separados por una interfase plana.

### Refracción de un rayo

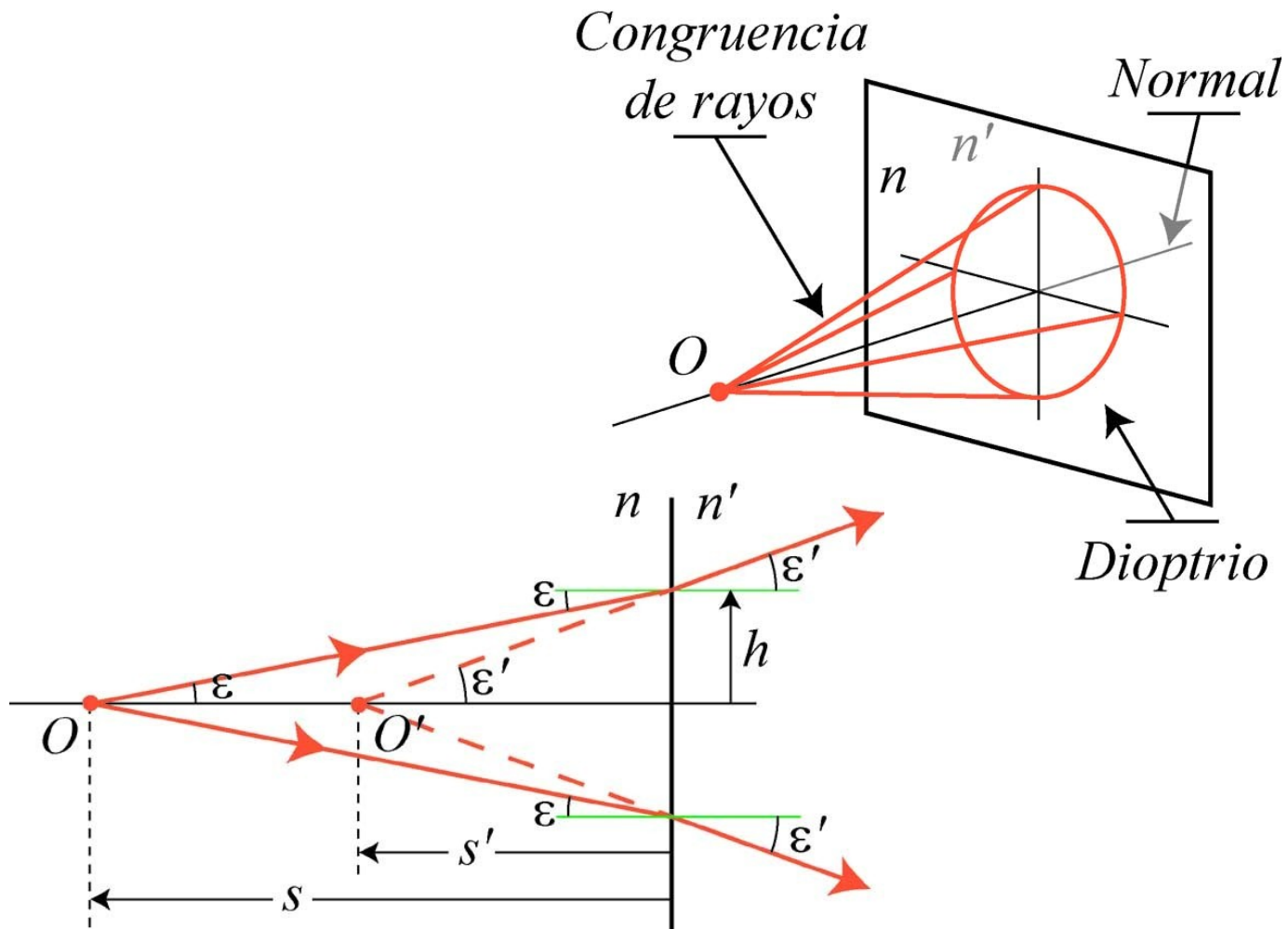


### Refracción de una congruencia



# Sistemas con superficies planas

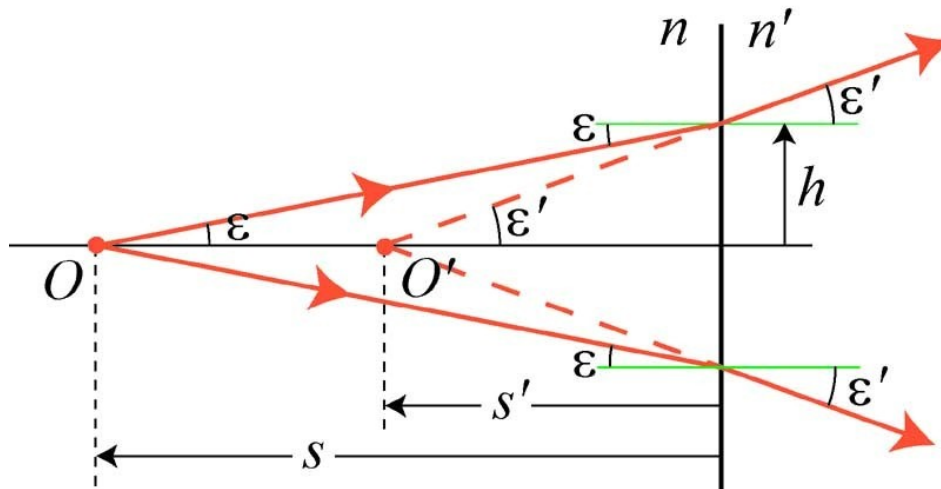
## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*





# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*

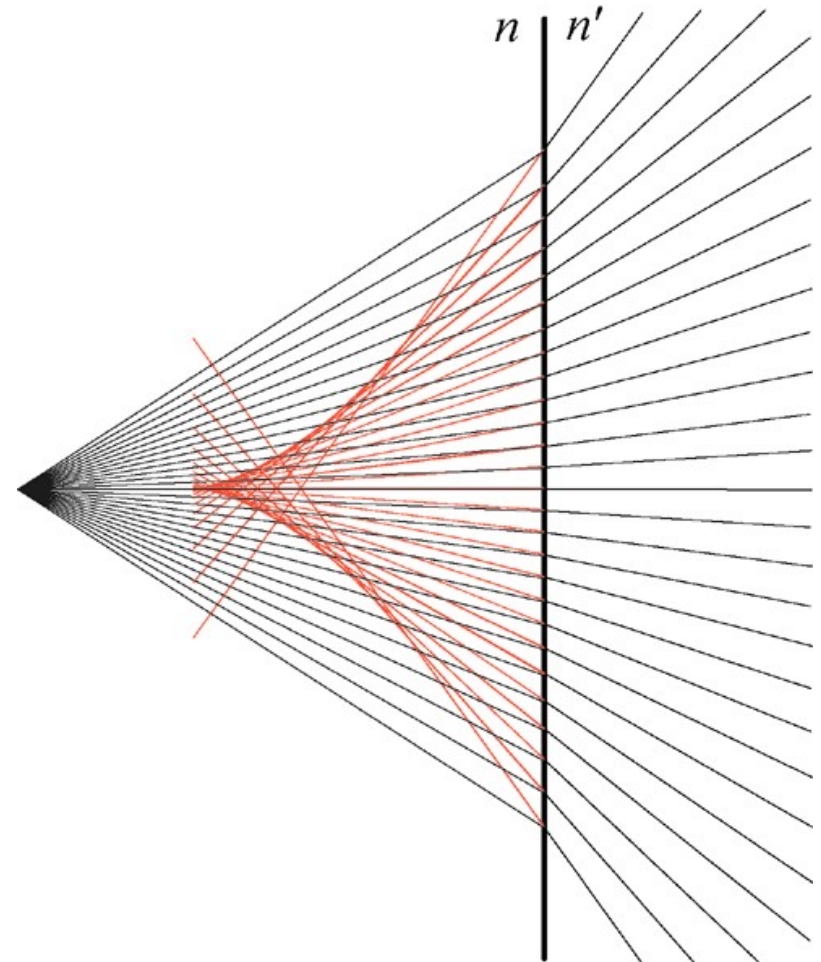
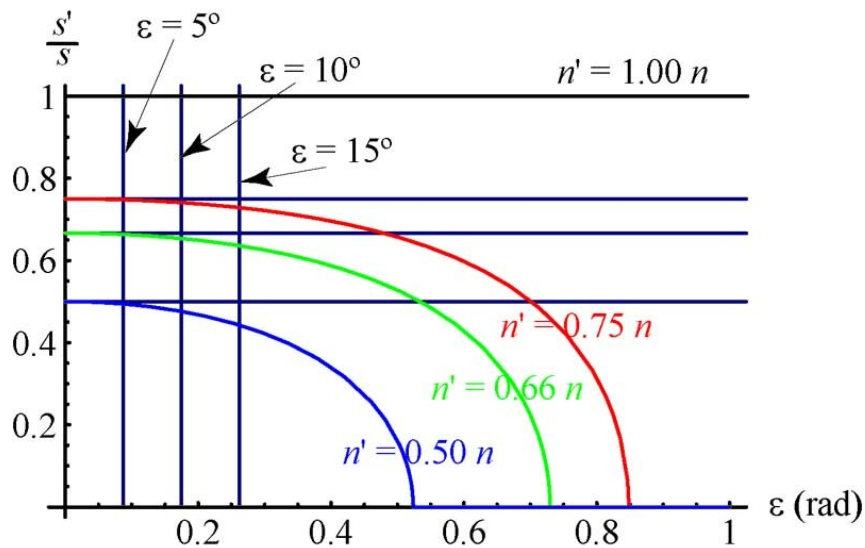


$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varepsilon &= \frac{h}{-s} \\ \operatorname{tg} \varepsilon' &= \frac{h}{-s'} \end{aligned} \right\} s' = s \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \varepsilon'}$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varepsilon' &= \frac{\operatorname{sen} \varepsilon'}{\cos \varepsilon'} = \frac{\operatorname{sen} \varepsilon'}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \varepsilon'}} \\ \operatorname{sen} \varepsilon' &= \frac{n}{n'} \operatorname{sen} \varepsilon \end{aligned} \right\} s' = s \frac{1}{\cos \varepsilon} \sqrt{\left(\frac{n'}{n}\right)^2 - \operatorname{sen}^2 \varepsilon}$$

# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*



# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*

Observamos que la posición del punto  $O'$ , caracterizada por la distancia  $s'$ , depende de:

- La **posición** del punto **objeto**  $O$  caracterizada por  $s$ .
- El cociente de **índices de refracción**  $n'/n$ . Si suponemos que  $n' = 1$  (aire) resulta que:

$$s' = s \frac{1}{\cos \varepsilon} \sqrt{\left(\frac{n'}{n}\right)^2 - \sin^2 \varepsilon}$$

- $n \approx 4/3$  (agua)  $\rightarrow n'/n = 0.75$

- $n \approx 3/2$  (vidrio)  $\rightarrow n'/n = 0.66$

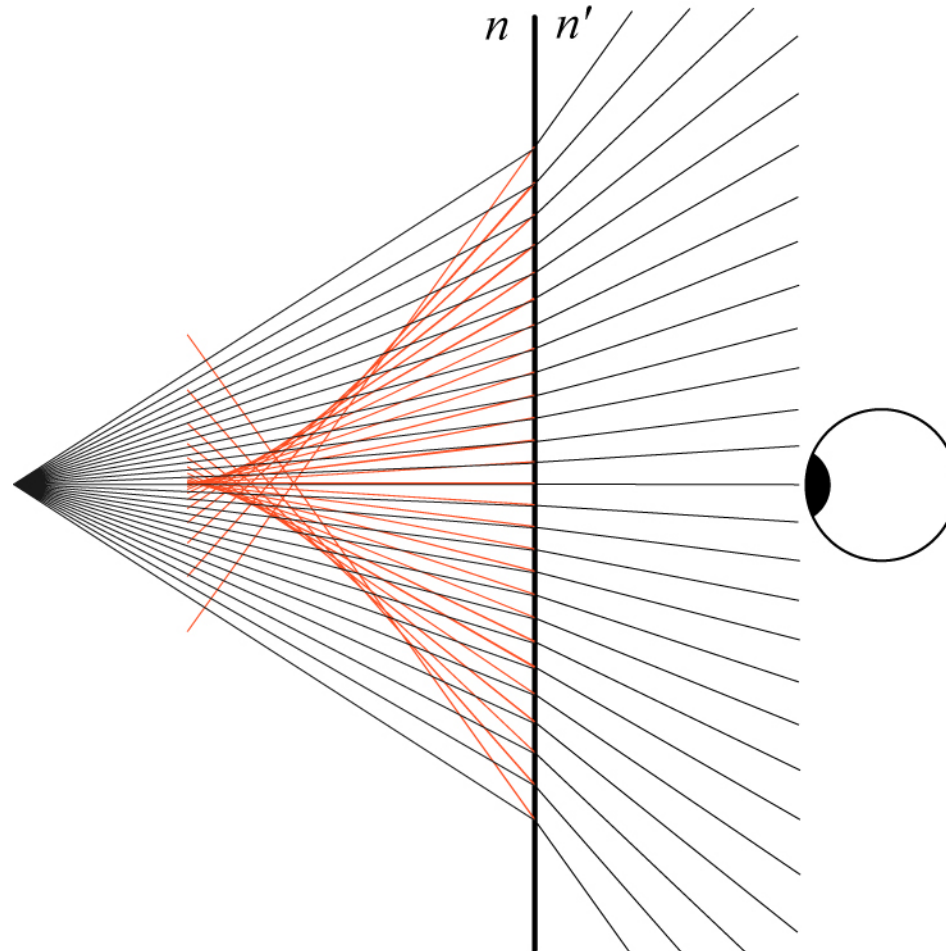
- $n \approx 2$  (vidrio refractivo)  $\rightarrow n'/n = 0.50$

- El **ángulo de incidencia**  $\varepsilon$  de los rayos.



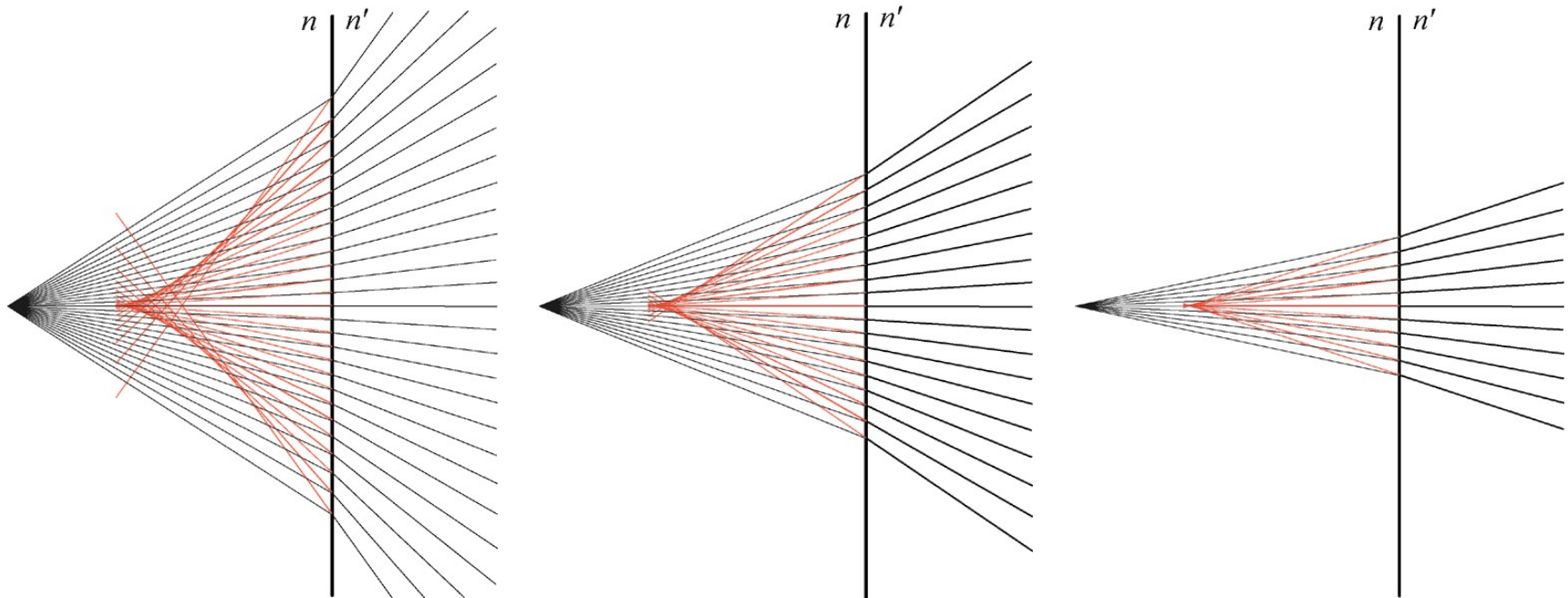
# Sistemas con superficies planas

*Formación de imágenes. El dioptrio plano*



# Sistemas con superficies planas

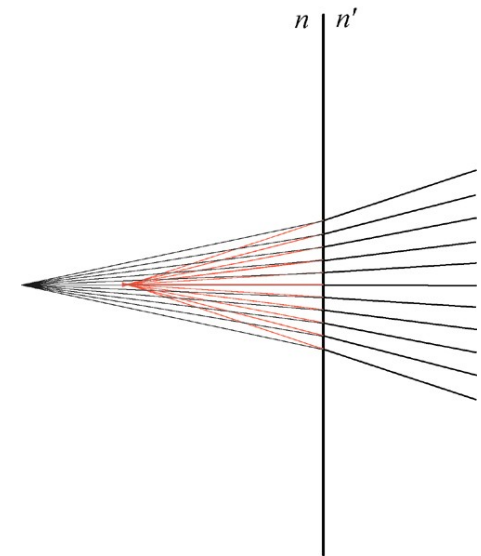
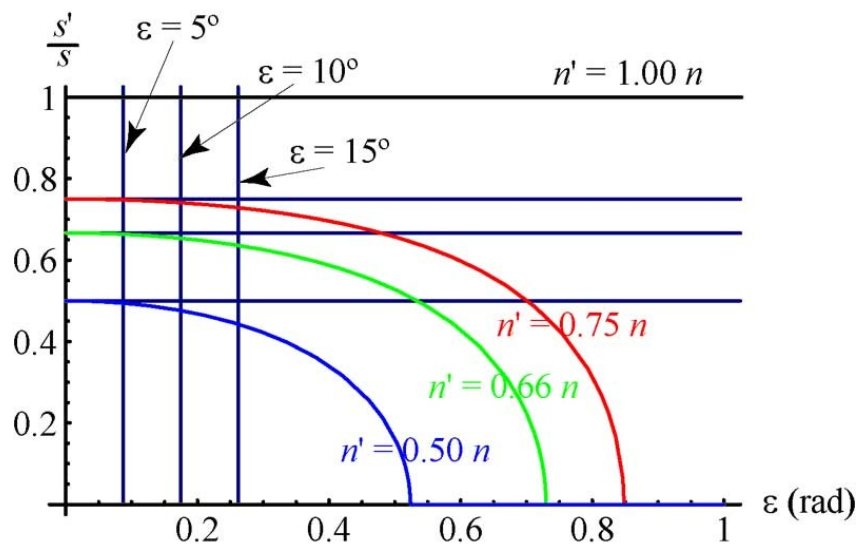
## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*



# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*

- Para una posición fija del punto objeto  $O$  ( $s$  fijo), se obtiene una **posición distinta del punto  $O'$** , ya que  $s'$  varía, considerando rayos con ángulos de incidencia  $\varepsilon$  diferentes.
- Sin embargo, para **ángulos** de incidencia **pequeños** ( $\varepsilon < 5^\circ$ ) y variaciones del índice de refracción pequeñas ( $0.5 < n'/n < 2$ ) la posición de  $O'$  es prácticamente invariable.



# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*

**Aproximación paraxial:** Consideramos ángulos de incidencia pequeños ( $\varepsilon < 5^\circ$ ):

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \varepsilon &= \varepsilon + \frac{1}{3} \varepsilon^3 + \frac{2}{15} \varepsilon^5 + \dots \approx \varepsilon \\ \operatorname{sen} \varepsilon &= \varepsilon - \frac{1}{6} \varepsilon^3 + \frac{1}{120} \varepsilon^5 + \dots \approx \varepsilon\end{aligned}$$

Si además exigimos que las variaciones del índice de refracción sean pequeñas ( $0.5 < n'/n < 2$ ), encontramos que el ángulo de emergencia también es pequeño ( $\varepsilon' < 10^\circ$ ):

$$\left. \begin{aligned}n \operatorname{sen} \varepsilon &= n' \operatorname{sen} \varepsilon' \\ s' &= s \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \varepsilon'}\end{aligned} \right\} \xrightarrow{\varepsilon, \varepsilon' \approx 0} \begin{aligned}n \varepsilon &= n' \varepsilon' \\ s' &= s \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = s \frac{n'}{n}\end{aligned}$$

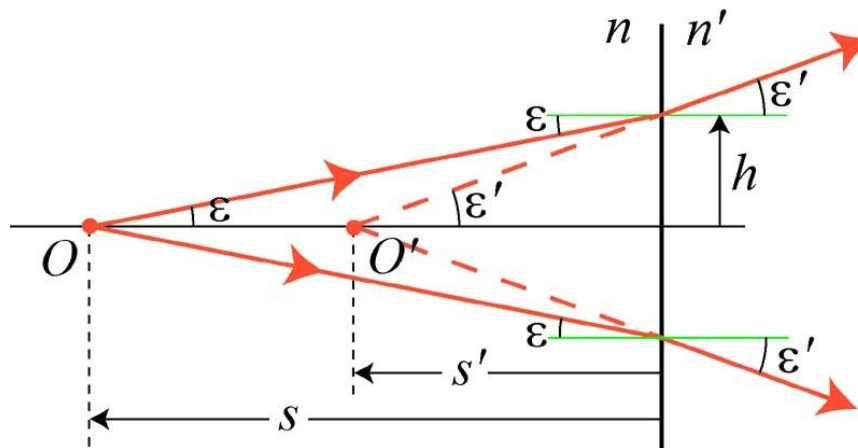




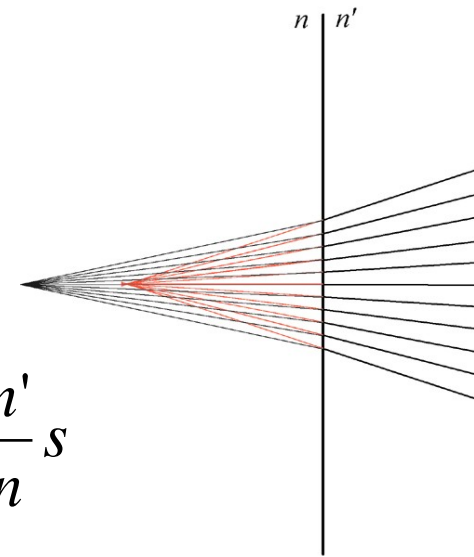
# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*

- Ahora  $s'$  no depende de  $\varepsilon$ .
- Existe una condición de **estigmatismo aproximado** si consideramos rayos con ángulos de incidencia  $\varepsilon$  y emergencia  $\varepsilon'$  pequeños (**rayos paraxiales**).
- En la práctica se consigue con la inserción de **diafragmas** que elimina los rayos que no cumplen la condición de estigmatismo aproximado.



$$s' = \frac{n'}{n} s$$





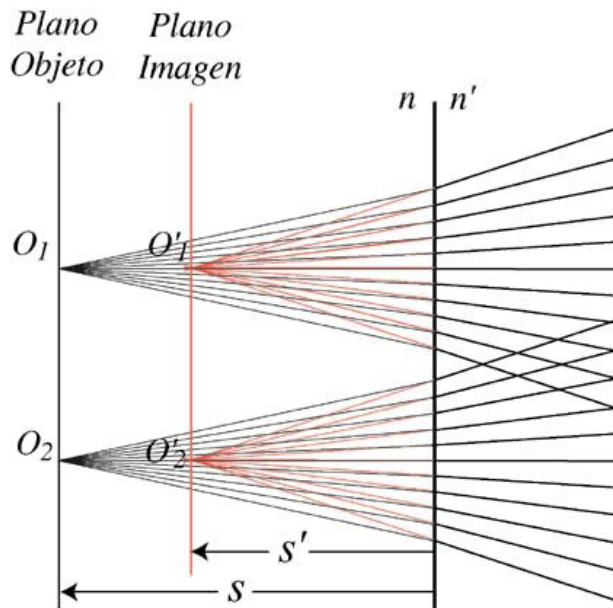
# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*

Imagen de un objeto plano perpendicular al eje óptico:

- El **eje de un sistema óptico** queda determinado por la trayectoria de un rayo que no se desvía al atravesarlo.
- Si el objeto extenso es plano y perpendicular al eje óptico, la **imagen** también es **plana** y perpendicular al eje.

$$s' = \frac{n'}{n} s$$



$$\left. \begin{aligned} y &= \overline{O_1 O_2} \\ y' &= \overline{O'_1 O'_2} \end{aligned} \right\}$$

$$\beta' = \frac{y'}{y} = 1$$

# Sistemas con superficies planas

## *Formación de imágenes. El dioptrio plano*

Para que la condición de estigmatismo aproximado sea válida, se ha de cumplir la **aproximación de Gauss**:

- Dioptrio con superficie activa pequeña.

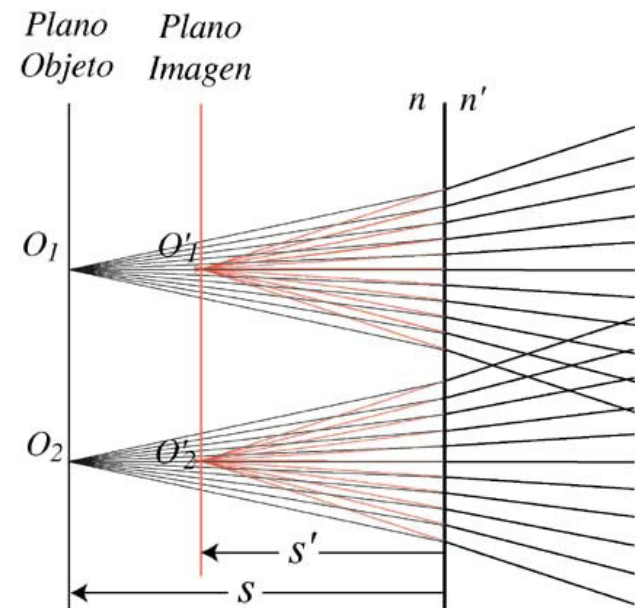
- Superficie de extensión pequeña

- Uso de **diafragmas (de abertura)**: pupila ocular

- Objeto plano perpendicular al eje óptico y centrado, de pequeña dimensión activa.

- Objeto de extensión pequeña

- Uso de **diafragmas (de campo)**: retina ocular



# Tema II. Sistemas ópticos con superficies planas

- Refracción y reflexión en una interfase plana
- Teoría geométrica de la reflexión y refracción. Leyes de Descartes
- La interfase plana como sistema óptico formador de imágenes
- Lámina de caras planoparalelas
- Refracción en prismas ópticos
- El prisma como sistema formador de imágenes. Prismas oftálmicos
- Dispersión en prismas
- Combinaciones de prismas: prismas acromáticos y prismas de visión directa
- Prismas reflectores
- Espejos dobles

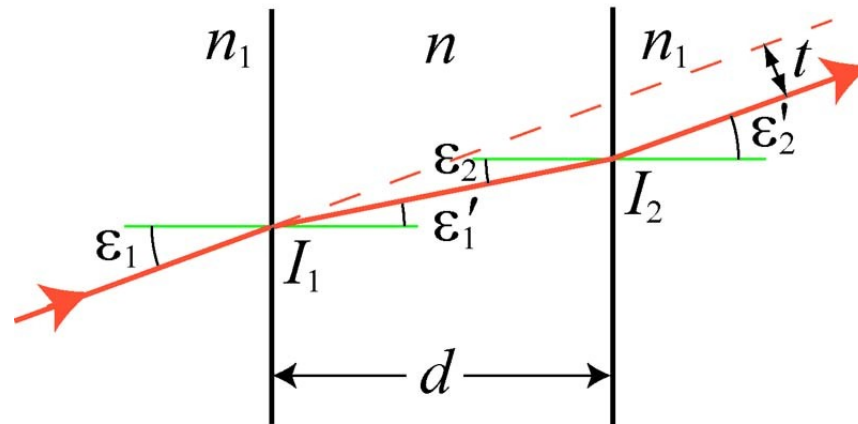


# Sistemas con superficies planas

## *Lámina de caras planoparalelas*

Una **lámina** es un conjunto de dos dioptrios planos entre si.

- Cuando una lámina de caras planoparalelas de índice  $n$ , sumergida en un medio de índice  $n_1$  es atravesada por un rayo, el emergente es paralelo al incidente.

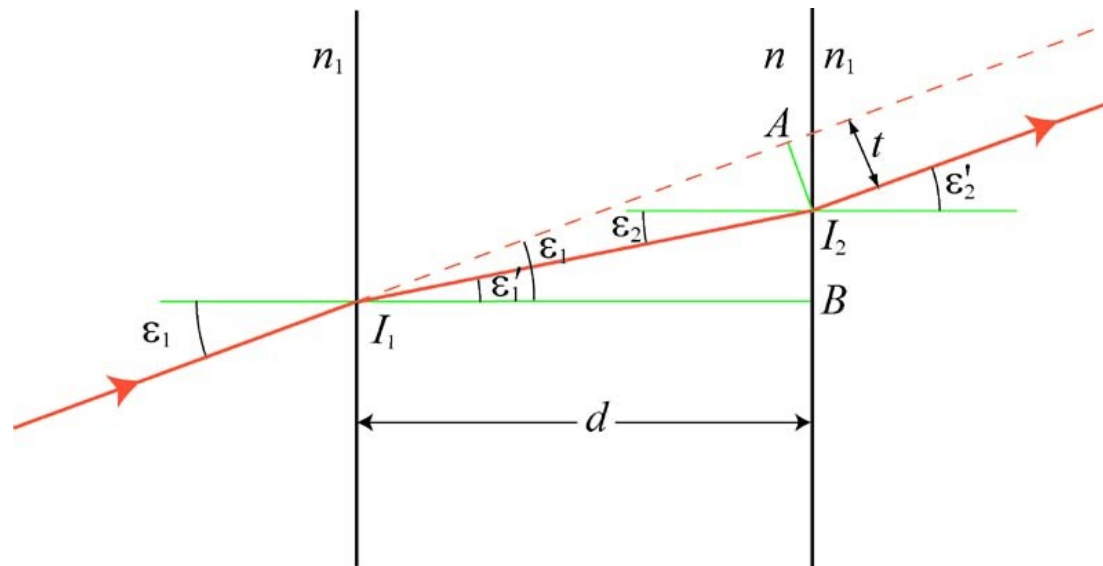


$$\left. \begin{array}{l} n_1 \operatorname{sen} \varepsilon_1 = n \operatorname{sen} \varepsilon'_1 \\ n \operatorname{sen} \varepsilon_2 = n_1 \operatorname{sen} \varepsilon'_2 \end{array} \right\} \quad \varepsilon'_1 = \varepsilon_2 \Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon'_2$$

# Sistemas con superficies planas

## *Lámina de caras planoparalelas*

Determinación de la traslación que sufre un rayo al atravesar una lámina de caras planoparalelas:



$$\left. \begin{aligned} \operatorname{sen}(\varepsilon_1 - \varepsilon'_1) &= \frac{t}{I_1 I_2} \\ \cos \varepsilon'_1 &= \frac{d}{I_1 I_2} \end{aligned} \right\} \quad t = d \frac{\operatorname{sen}(\varepsilon_1 - \varepsilon'_1)}{\cos \varepsilon'_1}$$

# Sistemas con superficies planas

## *Lámina de caras planoparalelas*

Observamos que la traslación del rayo  $t$  depende del ángulo de incidencia  $\varepsilon_1$ , y varía linealmente con la anchura  $d$  de la lámina.

$$t = d \frac{\text{sen}(\varepsilon_1 - \varepsilon'_1)}{\cos \varepsilon'_1}$$

- Otras expresiones útiles para hallar la traslación del rayo:

$$\begin{aligned} t &= d \frac{\text{sen}(\varepsilon_1 - \varepsilon'_1)}{\cos \varepsilon'_1} = d \frac{\text{sen} \varepsilon_1 \cos \varepsilon'_1 - \cos \varepsilon_1 \text{sen} \varepsilon'_1}{\cos \varepsilon'_1} = \\ &= d \text{sen} \varepsilon_1 \left( 1 - \frac{\text{sen} \varepsilon'_1 \cos \varepsilon_1}{\text{sen} \varepsilon_1 \cos \varepsilon'_1} \right) \Rightarrow \begin{cases} t = d \text{sen} \varepsilon_1 \left( 1 - \frac{n_1 \cos \varepsilon_1}{n \cos \varepsilon'_1} \right) \\ t = d \text{sen} \varepsilon_1 \left( 1 - \frac{\text{tg} \varepsilon'_1}{\text{tg} \varepsilon_1} \right) \end{cases} \end{aligned}$$



# Sistemas con superficies planas

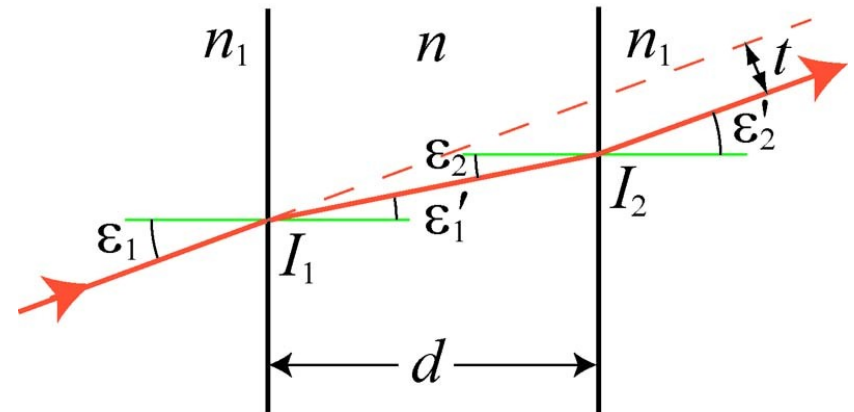
## *Lámina de caras planoparalelas*

- En la aproximación paraxial se cumple que los ángulos de incidencia,  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$ , y refracción,  $\varepsilon'_1$  y  $\varepsilon'_2$ , son pequeños.

$$t = d \operatorname{sen} \varepsilon_1 \left( 1 - \frac{\operatorname{tg} \varepsilon'_1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1} \right) \approx d \varepsilon_1 \left( 1 - \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon_1} \right) = d \varepsilon_1 \left( 1 - \frac{n_1}{n} \right)$$

- la traslación del rayo varía linealmente con el ángulo de incidencia  $\varepsilon_1$

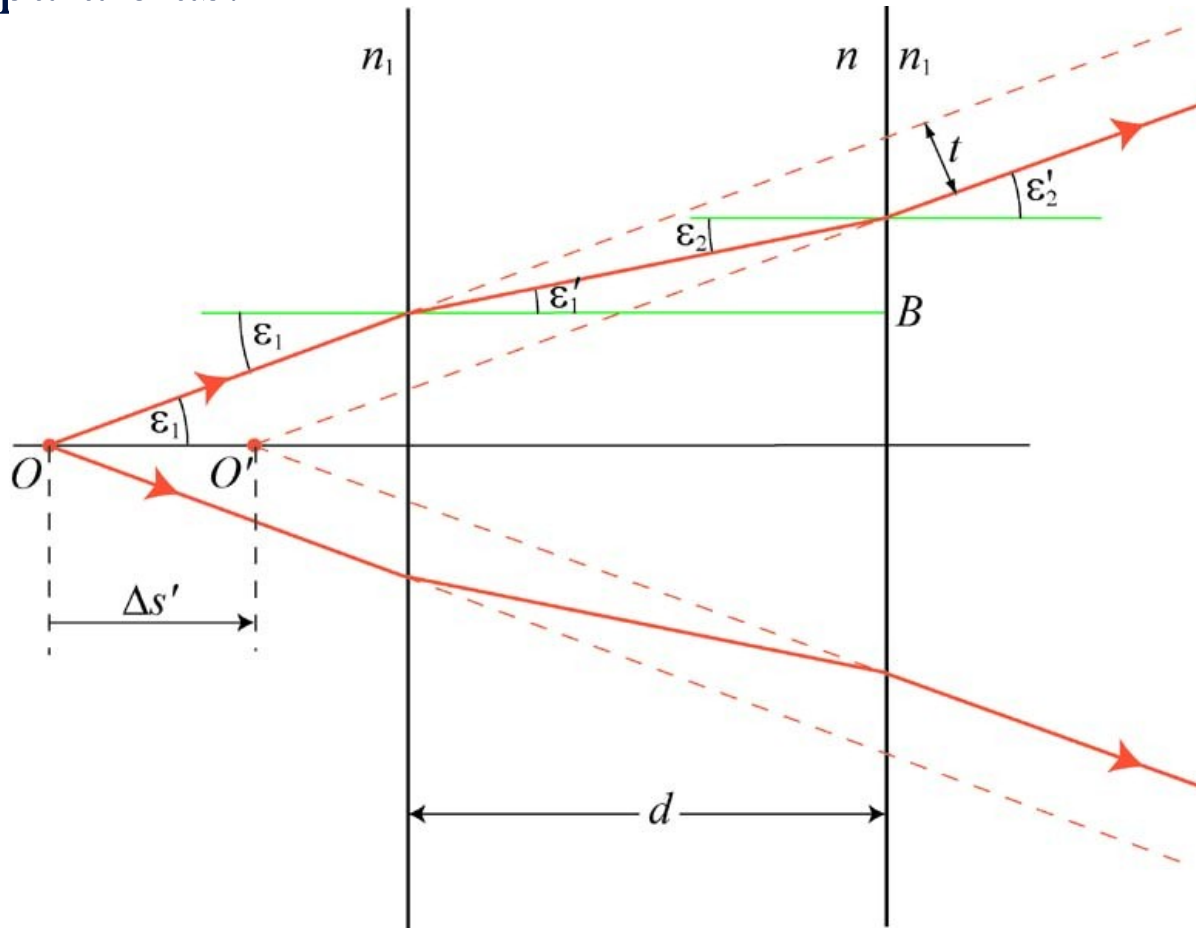
$$t = \varepsilon_1 d \left( 1 - \frac{n_1}{n} \right)$$



# Sistemas con superficies planas

## *Lámina de caras planoparalelas*

**Formación de la imagen** generada por una lámina de caras planoparalelas:



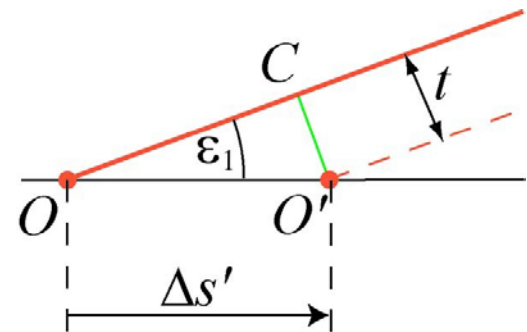


# Sistemas con superficies planas

## *Lámina de caras planoparalelas*

**Formación de la imagen** generada por una lámina de caras planoparalelas:

$$\Delta s' = \frac{t}{\sin \varepsilon_1} \Rightarrow \begin{cases} \Delta s' = d \left( 1 - \frac{n_1 \cos \varepsilon_1}{n \cos \varepsilon'_1} \right) \\ \Delta s' = d \left( 1 - \frac{\operatorname{tg} \varepsilon'_1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1} \right) \end{cases}$$



De nuevo, encontramos que este sistema **no cumple** la condición de estigmatismo, ya que la posición de la imagen,  $\Delta s'$ , varía con el ángulo de incidencia  $\varepsilon_1$ .

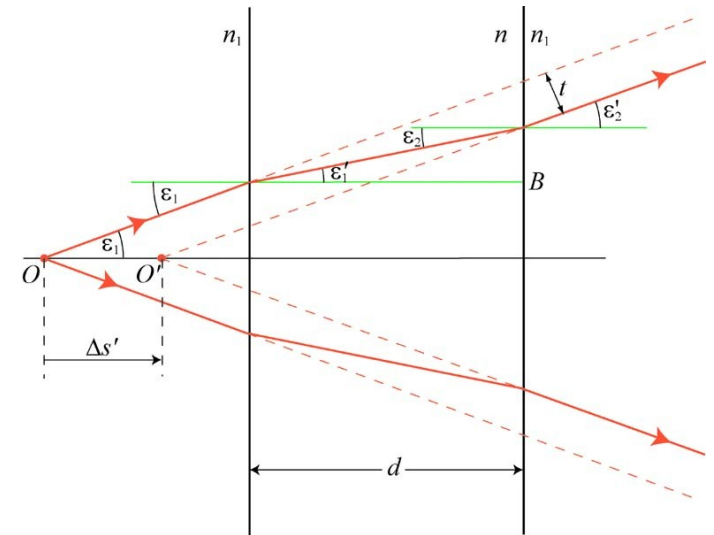


# Sistemas con superficies planas

## *Lámina de caras planoparalelas*

**Formación de la imagen** en una lámina de caras planoparalelas bajo la **aproximación de Gauss**:

$$\Delta s' = d \left( 1 - \frac{\operatorname{tg} \varepsilon'_1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1} \right) \approx d \left( 1 - \frac{n_1}{n} \right)$$



- Observamos que se cumple la **condición de estigmatismo aproximada**.
- Existe un **desplazamiento axial** de la imagen que no depende de la posición del plano objeto.

- Se cumple que  $\beta' = 1$

# Tema II. Sistemas ópticos con superficies planas

- Refracción y reflexión en una interfase plana
- Teoría geométrica de la reflexión y refracción. Leyes de Descartes
- La interfase plana como sistema óptico formador de imágenes
- Lámina de caras planoparalelas
- **Refracción en prismas ópticos**
- El prisma como sistema formador de imágenes. Prismas oftálmicos
- Dispersión en prismas
- Combinaciones de prismas: prismas acromáticos y prismas de visión directa
- Prismas reflectores
- Espejos dobles

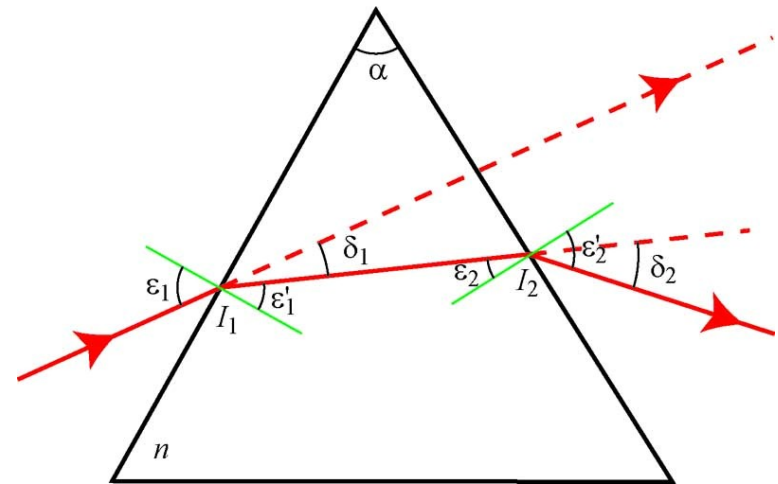


# Sistemas con superficies planas

## *Refracción en prismas ópticos*

Un **prisma óptico** es un medio (dieléctrico) transparente limitado por dos superficies planas que forman un ángulo diedro,  $\alpha$ , denominado **ángulo de refringencia**.

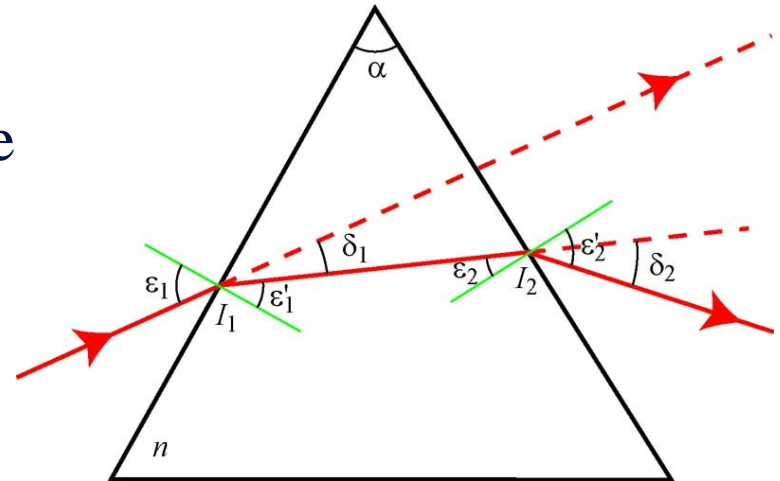
- Toda sección normal a la arista del prisma se llama **sección principal**.
- Estudiaremos la refracción en una sección principal generada por un prisma de índice de refracción  $n$  y sumergido en un medio de índice de refracción  $n' = 1$



# Sistemas con superficies planas

## *Refracción en prismas ópticos*

- El ángulo  $\delta$  que forma la prolongación del rayo incidente con el emergente se llama **desviación angular** del rayo.



### Convenio de signos:

- El ángulo  $\alpha$  se toma como positivo si al llevar por giro con eje la arista de la primera cara sobre la segunda se va en sentido antihorario ( $\alpha > 0$ )
- La desviación angular  $\delta$  se toma como positiva si al llevar el rayo emergente sobre el incidente se va en sentido antihorario ( $\delta_1, \delta_2 > 0$ )



# Sistemas con superficies planas

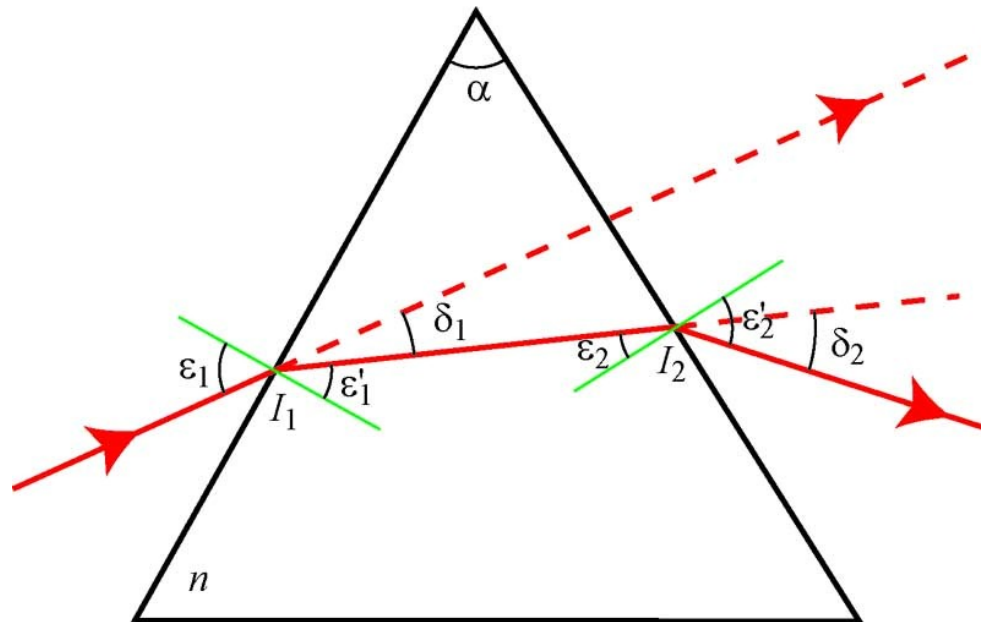
## *Refracción en prismas ópticos*

- Según el triángulo interior del prisma con base el rayo refractado:

$$\alpha + \left( \frac{\pi}{2} - \varepsilon'_1 \right) + \left( \frac{\pi}{2} + \varepsilon_2 \right) = \pi \Rightarrow \alpha = \varepsilon'_1 - \varepsilon_2$$

- Cálculo de la **desviación angular**:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = (\varepsilon_1 - \varepsilon'_1) + (\varepsilon_2 - \varepsilon'_2) \Rightarrow \delta = \varepsilon_1 - \varepsilon'_2 - \alpha$$



# Sistemas con superficies planas

## *Refracción en prismas ópticos*

**Condición de emergencia:** Considerando el fenómeno de la reflexión total:  $|\varepsilon_2| \leq \varepsilon_l = \arcsen(1/n)$

Además se cumple que:  $|\varepsilon_1| \leq \pi/2 \Rightarrow |\varepsilon'_1| \leq \varepsilon_l$

$$|\alpha| = |\varepsilon'_1 - \varepsilon_2| \leq |\varepsilon'_1| + |\varepsilon_2| \leq \varepsilon_l + \varepsilon_l$$

- Condición de emergencia:  $|\alpha| \leq 2\varepsilon_l$
- Esta condición asegura que al menos 1 rayo emerge del prisma óptico.
- En caso contrario, exigimos que  $|\alpha| > 2\varepsilon_l$  para conseguir que todos los rayos se reflejen en la segunda cara del prisma.



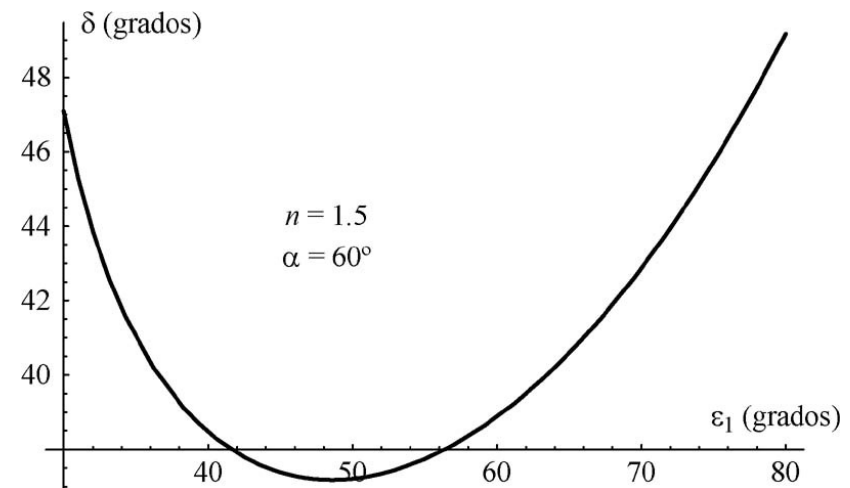
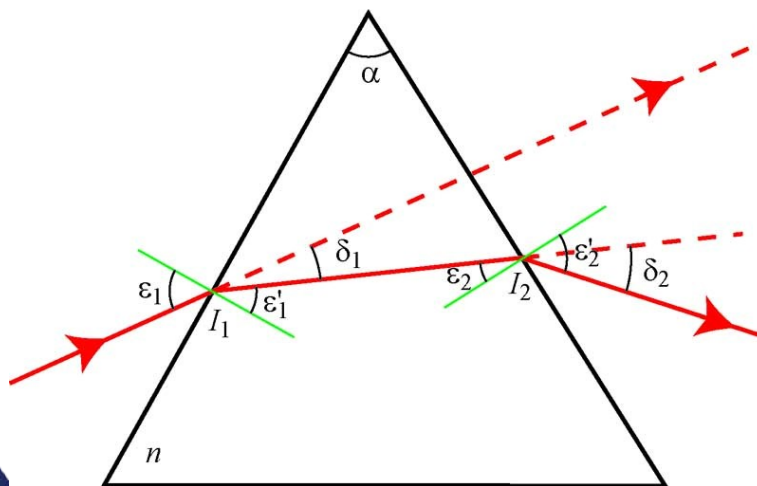
# Sistemas con superficies planas

## Refracción en prismas ópticos

**Desviación angular** en función del **ángulo de incidencia** del rayo  $\varepsilon_1$ , y de los parámetros óptico-geométricos  $n$  y  $\alpha$ .

$$\delta = \varepsilon_1 - \varepsilon'_2 - \alpha \Rightarrow \begin{cases} n \sin \varepsilon_2 = \sin \varepsilon'_2 \\ \alpha = \varepsilon'_1 - \varepsilon_2 \\ \sin \varepsilon_1 = n \sin \varepsilon'_1 \end{cases}$$

$$\delta = \varepsilon_1 - \arcsen \left\{ \cos \alpha \sin \varepsilon_1 - \sin \alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_1} \right\} - \alpha$$



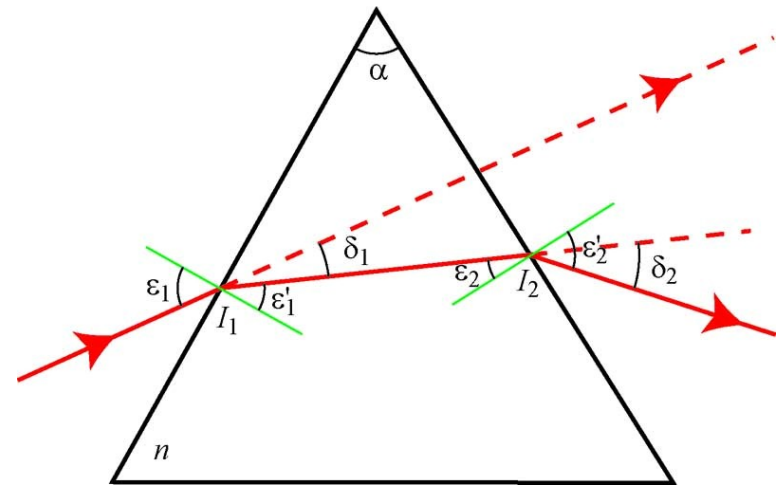


# Sistemas con superficies planas

## Refracción en prismas ópticos

**Desviación mínima:** Se produce cuando la trayectoria es simétrica y el rayo interior del prisma es normal al plano bisector del prisma.

$$\frac{d\delta}{d\varepsilon_1} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon'_1 = -\varepsilon_2 \\ \varepsilon_1 = -\varepsilon'_2 \end{cases}$$



- Además se cumple que:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_1 &= \frac{\alpha}{2} \\ \delta_m &= 2\varepsilon_1 - \alpha \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\sin \varepsilon_1 = n \sin \varepsilon'_1} n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_m + \alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

# Tema II. Sistemas ópticos con superficies planas

- Refracción y reflexión en una interfase plana
- Teoría geométrica de la reflexión y refracción. Leyes de Descartes
- La interfase plana como sistema óptico formador de imágenes
- Lámina de caras planoparalelas
- Refracción en prismas ópticos
- El prisma como sistema formador de imágenes. Prismas oftálmicos
- Dispersión en prismas
- Combinaciones de prismas: prismas acromáticos y prismas de visión directa
- Prismas reflectores
- Espejos dobles



# Sistemas con superficies planas

## *Prismas oftálmicos*

**Prisma delgado** es todo prisma óptico cuyo ángulo de refringencia  $\alpha$  es pequeño.

- No es estrictamente necesario que el grosor del prisma sea pequeño. Sin embargo, estudiaremos este caso más simple.



# Sistemas con superficies planas

## *Prismas oftálmicos*

Consideremos la desviación angular producida por un prisma delgado cuando el ángulo de incidencia  $\varepsilon_1$  es pequeño.

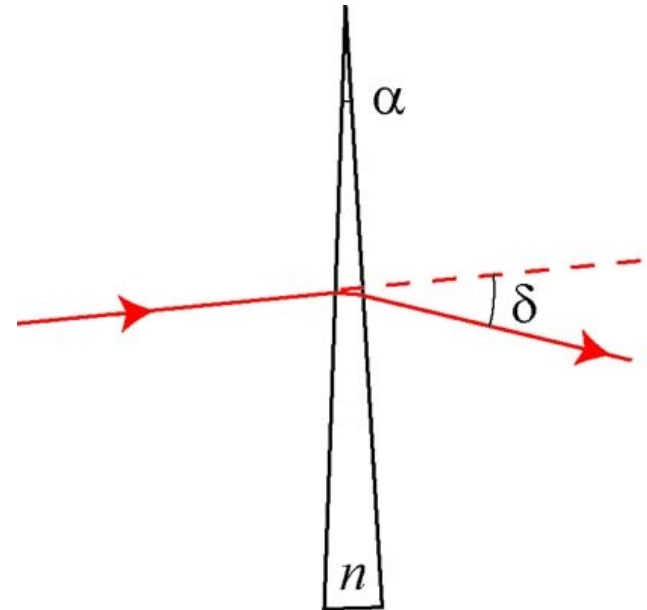
$$\delta = \varepsilon_1 - \varepsilon'_2 - \alpha \Rightarrow \delta = (n - 1)\alpha$$



$$n \sin \varepsilon_2 = \sin \varepsilon'_2 \Rightarrow n\varepsilon_2 = \varepsilon'_2$$

$$\alpha = \varepsilon'_1 - \varepsilon_2$$

$$\sin \varepsilon_1 = n \sin \varepsilon'_1 \Rightarrow \varepsilon_1 = n\varepsilon'_1$$



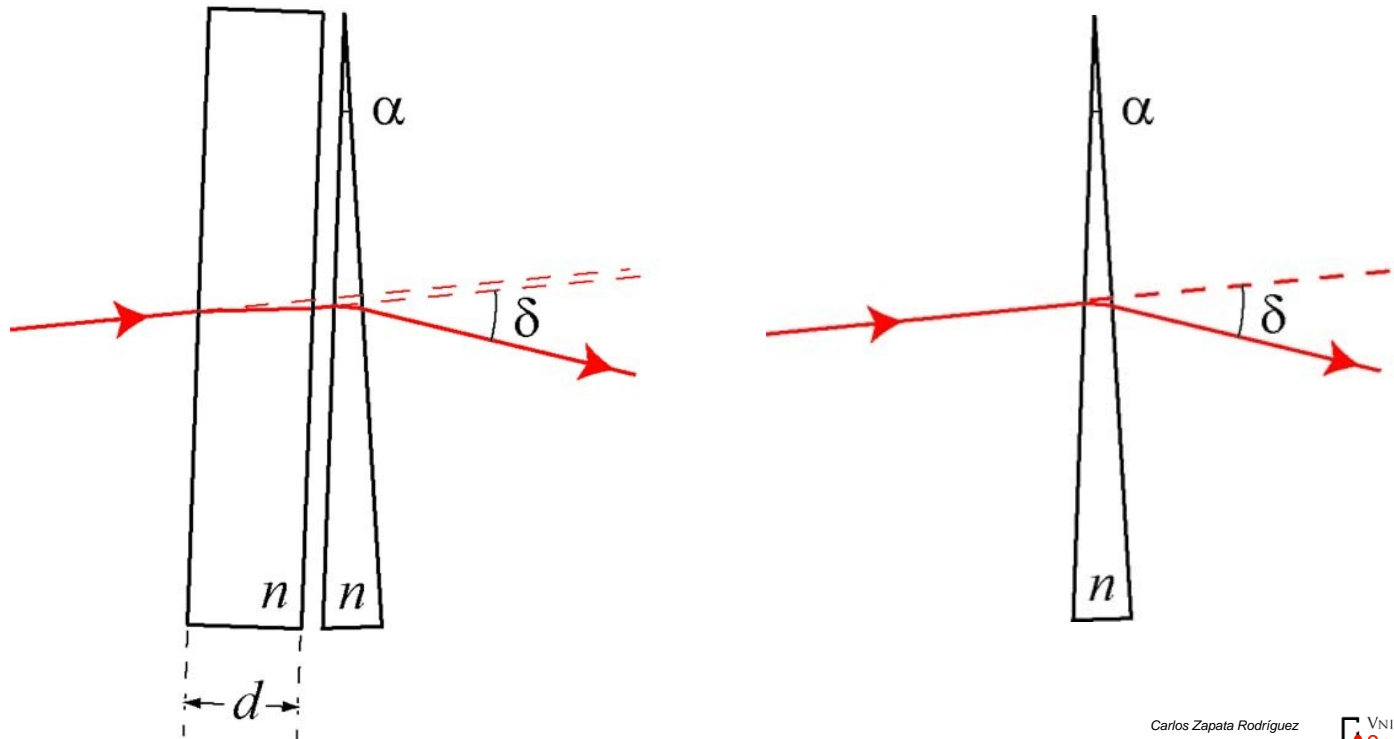
- La desviación angular producida por un prisma delgado **no depende** del ángulo de incidencia  $\varepsilon_1$  del rayo.



# Sistemas con superficies planas

## *Prismas oftálmicos*

En caso que el grosor del prisma  $d$  no sea despreciable, hemos de considerar que el sistema se comporta como el acoplamiento de una lámina delgada de caras planoparalelas y grosor  $d$ , y un prisma delgado de grosor despreciable.



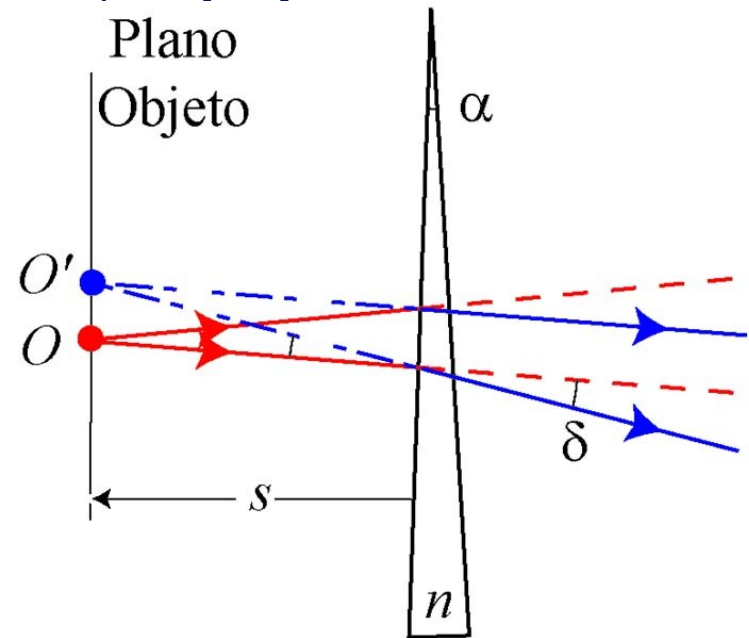
# Sistemas con superficies planas

## *Prismas oftálmicos*

Consideremos la formación de imágenes producida por un prisma delgado (denominados para este fin **prismas oftálmicos**) cuando el ángulo de incidencia  $\varepsilon_1$  es pequeño.

$$\left. \begin{aligned} \delta &= (n-1)\alpha \\ \overline{OO'} &= -s\delta \end{aligned} \right\}$$

$$\overline{OO'} = -(n-1)s\alpha$$



- Un prisma oftálmico genera una imagen del mismo tamaño que el objeto, en el mismo plano, pero desplazada lateralmente.

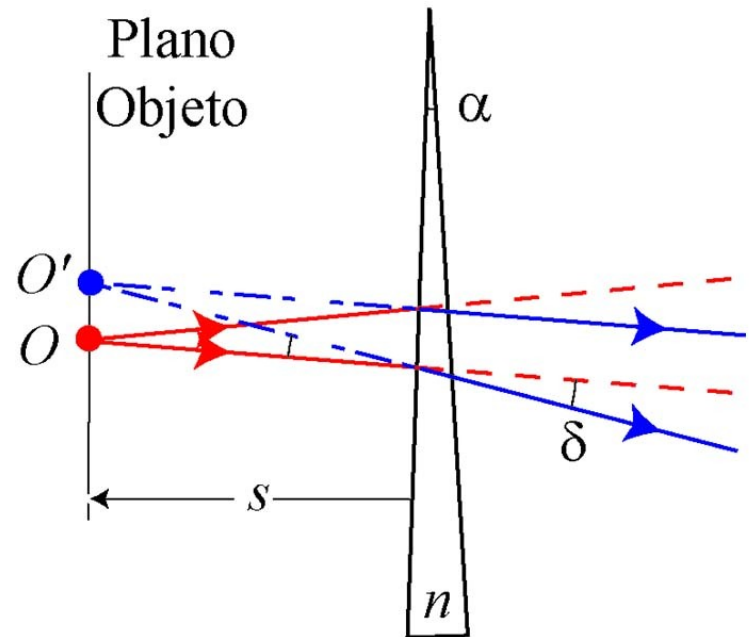
# Sistemas con superficies planas

## *Prismas oftálmicos*

Un prisma oftálmico genera una imagen del mismo tamaño que el objeto, en el mismo plano, pero **desplazada lateralmente**.

$$\overline{OO'} = -(n-1)s\alpha$$

$$\Delta s' = d \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$



- Cuando el grosor del prisma,  $d$ , no es despreciable, existe además un **desplazamiento axial** del plano imagen.

# Tema II. Sistemas ópticos con superficies planas

- Refracción y reflexión en una interfase plana
- Teoría geométrica de la reflexión y refracción. Leyes de Descartes
- La interfase plana como sistema óptico formador de imágenes
- Lámina de caras planoparalelas
- Refracción en prismas ópticos
- El prisma como sistema formador de imágenes. Prismas oftálmicos
- **Dispersión en prismas**
- Combinaciones de prismas: prismas acromáticos y prismas de visión directa
- Prismas reflectores
- Espejos dobles

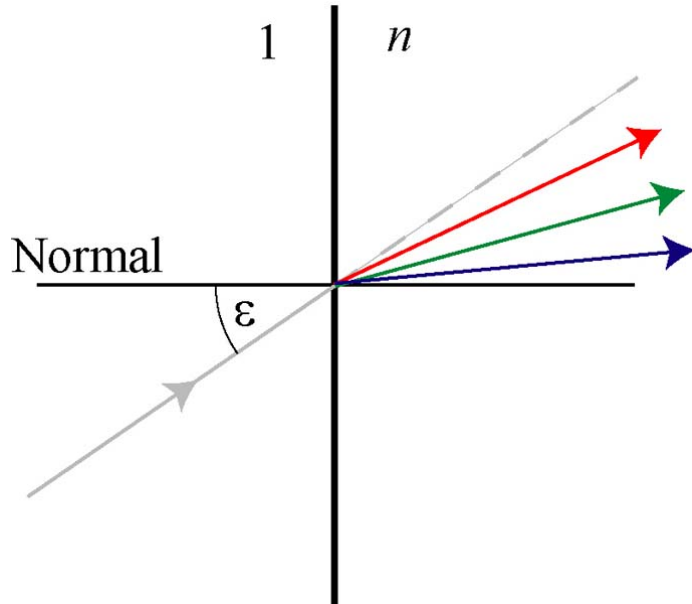




# Sistemas con superficies planas

## *Dispersión en prismas*

Separación espacial de las componentes espectrales de un haz policromático al atravesar un dioptrio plano:



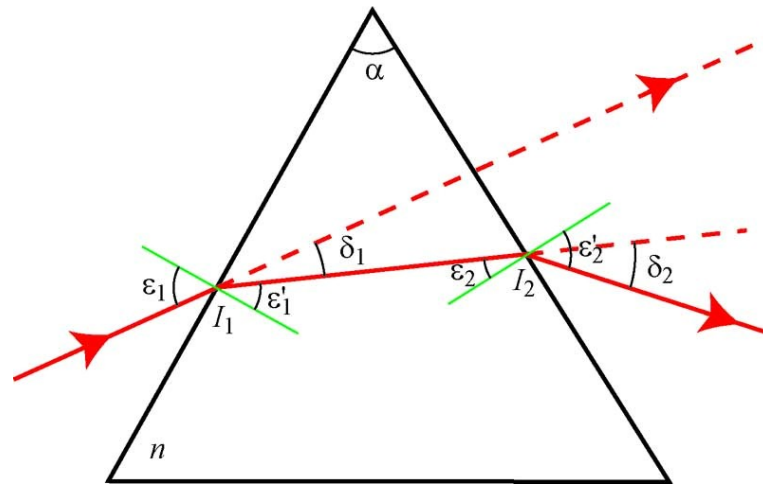
$$\text{sen } \varepsilon'(\lambda) = \frac{\text{sen } \varepsilon}{n(\lambda)}$$

- Las longitudes de onda cortas (azules) sufren una mayor desviación angular que las longitudes largas (rojos).

# Sistemas con superficies planas

## *Dispersión en prismas*

Dispersión cromática en un prisma:



$$\delta(\lambda) = \varepsilon_1 - \arcsen \left\{ \cos \alpha \sin \varepsilon_1 - \sin \alpha \sqrt{n^2(\lambda) - \sin^2 \varepsilon_1} \right\} - \alpha$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\delta}{dn} &= \frac{\sin \alpha}{\cos \varepsilon'_1 \cos \varepsilon'_2} > 0 \\ \frac{dn}{d\lambda} &< 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{d\delta}{dn} \frac{dn}{d\lambda} < 0$$

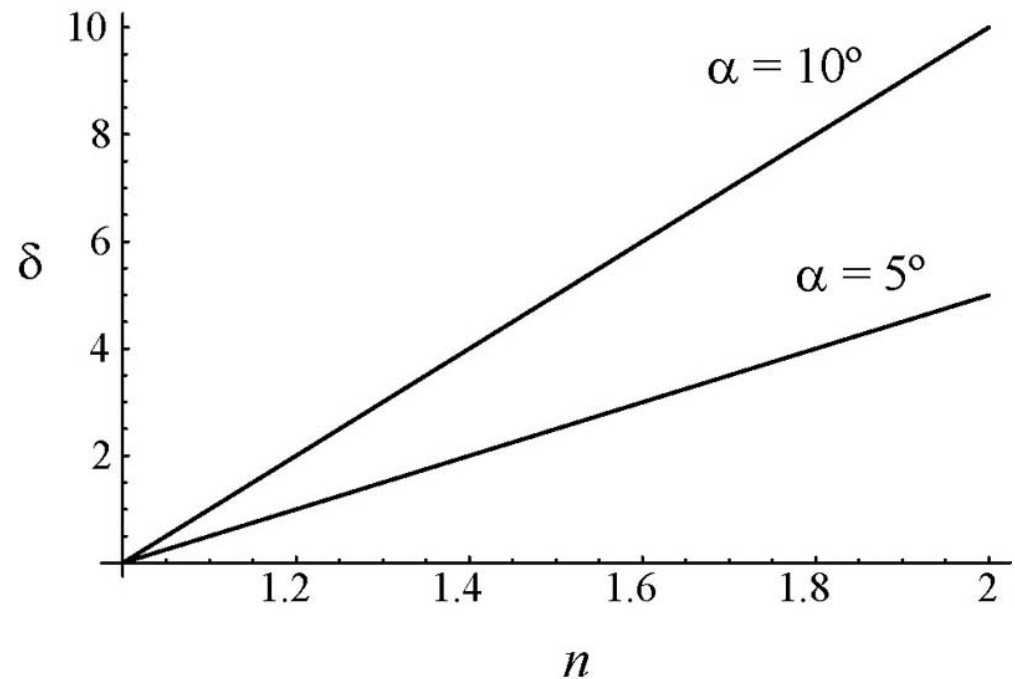
# Sistemas con superficies planas

## *Dispersión en prismas*

Dispersión cromática en un prisma delgado:

$$\delta(\lambda) = (n - 1)\alpha$$

$$\frac{d\delta}{dn} = \alpha = \frac{\delta(\lambda)}{n(\lambda) - 1}$$



# Sistemas con superficies planas

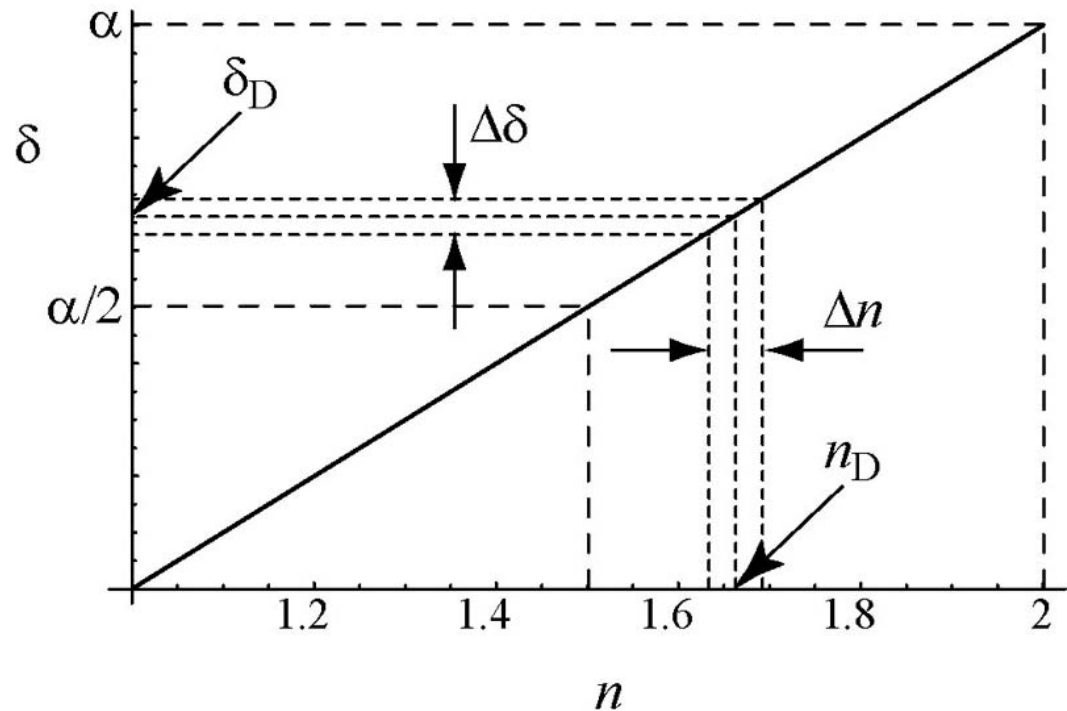
## *Dispersión en prismas*

Dispersión cromática en un prisma delgado:

$$\Delta\delta \approx \frac{d\delta}{dn} \Delta n$$

$$\begin{cases} \Delta\delta = \delta_F - \delta_C \\ \Delta n = n_F - n_C \end{cases}$$

$$\Delta\delta = \alpha \Delta n$$



$$\Delta\delta = \frac{\delta_D}{n_D - 1} (n_F - n_C) = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \delta_D$$

$$\Delta\delta = \frac{\delta_D}{v_D}$$

# Sistemas con superficies planas

## *Dispersión en prismas*

Dispersión cromática en un prisma delgado:

$$\Delta\delta = \frac{\delta_D}{v_D}$$

$$\Delta\delta = \alpha \Delta n$$

$$\begin{cases} \Delta\delta = \delta_F - \delta_C \\ \Delta n = n_F - n_C \end{cases}$$

- En la primera expresión obtenemos la diferencia en la desviación angular sufrida por las rayas C y F en función del número de Abbe.
  - En un vidrio crown ( $v_D$  alto)  $\Delta\delta$  es pequeño. Esto es debido a que el material es poco dispersivo.
  - En un vidrio flint ( $v_D$  bajo)  $\Delta\delta$  es grande. Esto es debido a que el material es muy dispersivo.



# Sistemas con superficies planas

## *Dispersión en prismas*

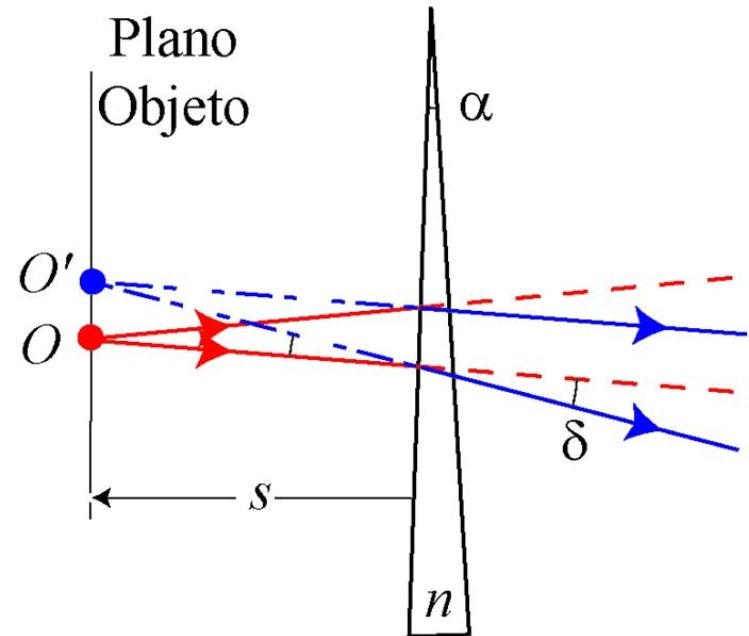
Dispersión cromática en la formación de imágenes de un prisma delgado:

$$\left. \begin{aligned} \overline{OO'} &= -s\delta \\ \overline{OO'} &= -s(n-1)\alpha \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta \overline{OO'} = \overline{OO'_F} - \overline{OO'_C} = \overline{O'_C O'_F}$$

$$\Delta \overline{OO'} = -s\Delta\delta$$

$$\Delta \overline{OO'} = -s \frac{\delta_D}{v_D} = \frac{\overline{OO'_D}}{v_D}$$



$$\Delta \overline{OO'} = \overline{O'_C O'_F} = -s \alpha \Delta n$$



# Sistemas con superficies planas

## *Dispersión en prismas*

Dispersión cromática en la formación de imágenes de un prisma delgado:

$$\Delta \overline{OO'} = -s \frac{\delta_D}{v_D} = \frac{\overline{OO'_D}}{v_D} \quad \Delta \overline{OO'} = \overline{O'_C O'_F} = -s \alpha \Delta n$$

- En la primera expresión obtenemos la distancia entre los dos puntos imagen generados por las rayas C y F en función del número de Abbe.
  - En un vidrio crown ( $v_D$  alto)  $\overline{O'_C O'_F}$  es pequeño. Esto es debido a que el material es poco dispersivo.
  - En un vidrio flint ( $v_D$  bajo)  $\overline{O'_C O'_F}$  es grande. Esto es debido a que el material es muy dispersivo.



# Tema II. Sistemas ópticos con superficies planas

- Refracción y reflexión en una interfase plana
- Teoría geométrica de la reflexión y refracción. Leyes de Descartes
- La interfase plana como sistema óptico formador de imágenes
- Lámina de caras planoparalelas
- Refracción en prismas ópticos
- El prisma como sistema formador de imágenes. Prismas oftálmicos
- Dispersión en prismas
- Combinaciones de prismas: prismas acromáticos y prismas de visión directa
- Prismas reflectores
- Espejos dobles

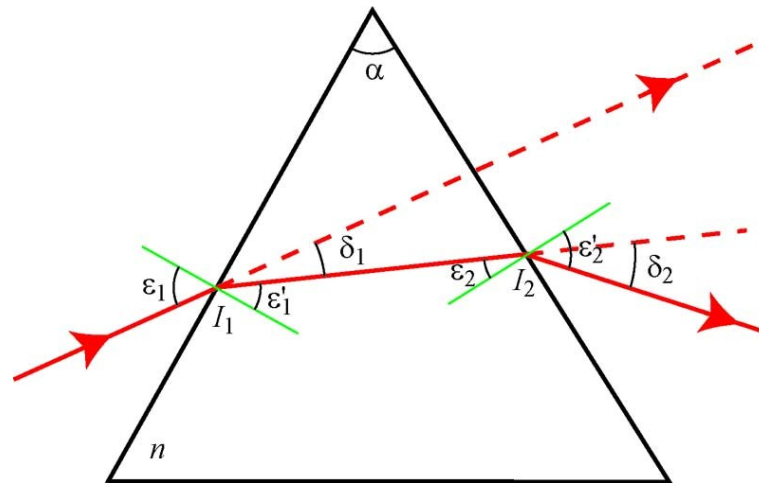




# Sistemas con superficies planas

## *Combinaciones de prismas*

- Un prisma único produce, en general, desviación y dispersión:



- Un **tren de prismas** es un conjunto de prismas, que pueden estar pegados, diseñados para controlar la dispersión cromática y/o la desviación angular:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

# Sistemas con superficies planas

## *Combinaciones de prismas*

- Un doblete de **prismas de visión directa** es una combinación de dos prismas delgados que, para una longitud de onda (en general se elige la raya D), no sufre desviación angular:

$$\delta_D = \delta_{1D} + \delta_{2D} = 0$$

$$\delta_i = (n_i - 1)\alpha_i$$

$$(n_{1D} - 1)\alpha_1 + (n_{2D} - 1)\alpha_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{n_{1D} - 1}{n_{2D} - 1} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

- Es necesario que los signos de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  sean de signo opuesto.

Existe desviación angular para otras longitudes de onda.



# Sistemas con superficies planas

## *Combinaciones de prismas*

- Un doblete de **prismas acromáticos** es una combinación de dos prismas delgados que sufre la misma desviación angular para dos longitudes de onda (en general se eligen las rayas C y F) :

$$\Delta\delta = \alpha \Delta n \quad \begin{cases} \Delta\delta = \delta_F - \delta_C \\ \Delta n = n_F - n_C \end{cases}$$

$$\delta_C = \delta_F \quad \Rightarrow \quad \Delta\delta = 0 = \Delta\delta_1 + \Delta\delta_2 = \alpha_1 \Delta n_1 + \alpha_2 \Delta n_2$$

$$\frac{n_{1F} - n_{1C}}{n_{2F} - n_{2C}} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

- Es necesario que los signos de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  sean de signo opuesto.
- Existe una desviación angular diferente para otras longitudes de onda.



# Tema II. Sistemas ópticos con superficies planas

- Refracción y reflexión en una interfase plana
- Teoría geométrica de la reflexión y refracción. Leyes de Descartes
- La interfase plana como sistema óptico formador de imágenes
- Lámina de caras planoparalelas
- Refracción en prismas ópticos
- El prisma como sistema formador de imágenes. Prismas oftálmicos
- Dispersión en prismas
- Combinaciones de prismas: prismas acromáticos y prismas de visión directa
- **Prismas reflectores**
- Espejos dobles



# Sistemas con superficies planas

## *Prismas reflectores*

- En los **prismas reflectores**, donde la dispersión es un efecto no deseado, el haz se introduce de tal manera que al menos ocurra una reflexión total, para el propósito específico de cambiar la dirección de propagación, o la orientación de la imagen, o ambos.
- En el **prisma rectangular** existe 1 reflexión total interna:
  - Los rayos se desvían 90°.
  - Existe inversión de la imagen en una sola dirección.

$$\begin{cases} \beta_x = +1 \\ \beta_y = -1 \end{cases}$$



# Sistemas con superficies planas

## *Prismas reflectores*

- En el **prisma de porro** existen 2 reflexiones internas:
  - Los rayos se desvían  $180^\circ$ .
  - Existe inversión de la imagen en una sola dirección.

$$\begin{cases} \beta_x = +1 \\ \beta_y = -1 \end{cases}$$

- En el **prisma de Dove** existe 1 reflexión total interna:
  - Los rayos no se desvían.
  - Existe inversión de la imagen en una sola dirección.

$$\begin{cases} \beta_x = +1 \\ \beta_y = -1 \end{cases}$$



# Sistemas con superficies planas

## *Prismas reflectores*

- En el **prisma de Dove** existe 1 reflexión total interna:
  - Los rayos no se desvían.
  - Existe inversión de la imagen en una sola dirección.

$$\begin{cases} \beta_x = +1 \\ \beta_y = -1 \end{cases}$$

- En el **pentaprisma** existen 2 reflexiones internas:
  - Los rayos se desvían  $270^\circ$  ( $= 90^\circ$ ).
  - No hay inversión de la imagen.

$$\begin{cases} \beta_x = +1 \\ \beta_y = +1 \end{cases}$$



# Sistemas con superficies planas

## *Prismas reflectores*

- El **techo** es un dispositivo de reflexión en dos caras que forman un ángulo recto y que produce la inversión total de la imagen en una dirección:
  - Los rayos se desvían  $90^\circ$ .
  - Existe inversión de la imagen en dos direcciones.

$$\begin{cases} \beta_x = -1 \\ \beta_y = -1 \end{cases}$$





# Tema II. Sistemas ópticos con superficies planas

- Refracción y reflexión en una interfase plana
- Teoría geométrica de la reflexión y refracción. Leyes de Descartes
- La interfase plana como sistema óptico formador de imágenes
- Lámina de caras planoparalelas
- Refracción en prismas ópticos
- El prisma como sistema formador de imágenes. Prismas oftálmicos
- Dispersión en prismas
- Combinaciones de prismas: prismas acromáticos y prismas de visión directa
- Prismas reflectores
- **Espejos dobles**



# Sistemas con superficies planas

## *Espejos dobles*

Un **espejo doble** es un sistema óptico **descentrado**, es decir, el eje óptico del sistema cambia de dirección al atravesarlo.

$$\delta_1, \delta_2 > 0$$

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2 < 0$$

$$\varepsilon''_1, \varepsilon''_2 > 0$$

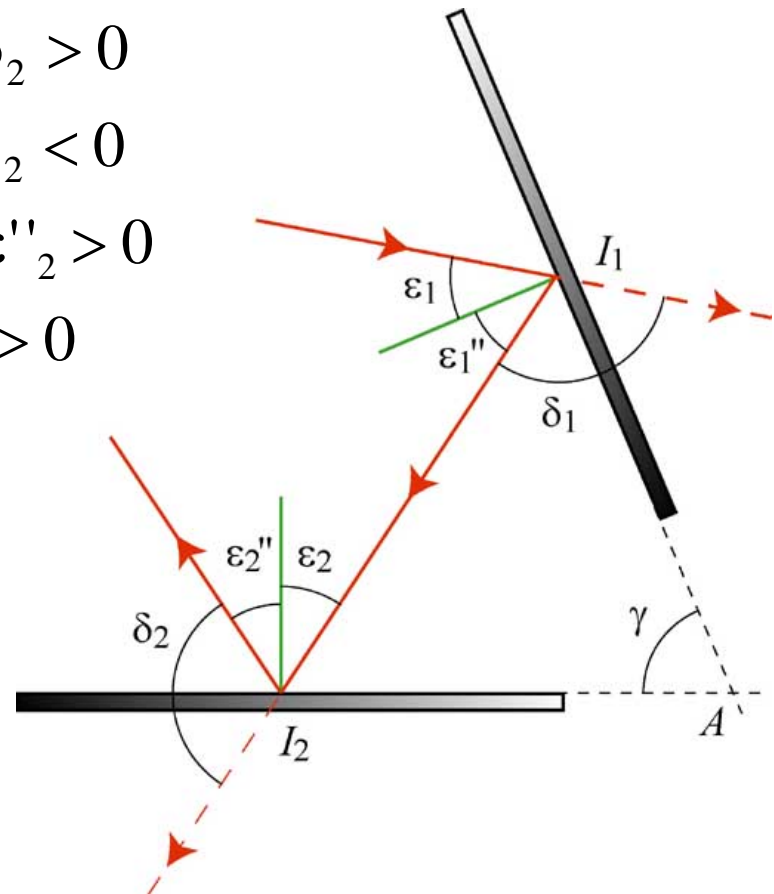
$$\gamma > 0$$

$$\pi = \delta_1 + \varepsilon''_1 - \varepsilon_1$$

$$\pi = \delta_2 + \varepsilon''_2 - \varepsilon_2$$

$$\pi = \gamma + \left( \frac{\pi}{2} - \varepsilon''_1 \right) + \left( \frac{\pi}{2} + \varepsilon_2 \right)$$

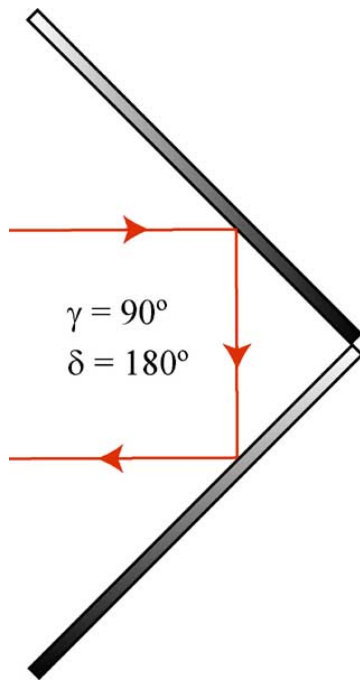
$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 2\pi - 2\gamma$$



# Sistemas con superficies planas

## *Espejos dobles*

### Espejo en ángulo recto



### Montaje romboide: usado en los periscopios

