

# TEMA 3:

# LA ELECCIÓN EN CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

# Índice y bibliografía

---

## Índice

1. La descripción del riesgo: el valor esperado.
2. Las preferencias por el riesgo: la utilidad esperada.
3. La reducción del riesgo.

---

## Bibliografía

- Capítulo 5 (págs 149-165)

# Índice

---

**1. La descripción del riesgo: el valor esperado.**

2. Las preferencias por el riesgo: la utilidad esperada.

3. La reducción del riesgo.

## La descripción del riesgo

---

### **Análisis de decisiones tomadas bajo incertidumbre.**

Decisiones en las que el futuro es incierto, existen varios resultados posibles y cada uno de ellos puede darse con diferente **probabilidad**.

Para comparar el riesgo de distintas opciones, es necesario cuantificarlo. Para ello debemos conocer:

- Todos los **resultados posibles** de un acontecimiento.
- La **probabilidad** de que se produzca **cada resultado**.

## La descripción del riesgo

---

- La **interpretación objetiva** de la probabilidad se basa en la **frecuencia** con que tienden a ocurrir ciertos acontecimientos.
- La **interpretación subjetiva** de la probabilidad se basa en los **juicios de valor o en la experiencia** de una persona, pero no necesariamente en la frecuencia con que se ha producido realmente un determinado resultado en el pasado:

## La descripción del riesgo

---

- Dada una interpretación de la probabilidad, necesitamos dos medidas que ayuden a consumidores e inversores en la descripción y comparación de elecciones inciertas

1. El valor esperado

2. La variabilidad

## El valor esperado

---

- **Valor esperado:**

**Media** de los valores correspondientes a todos los resultados posibles **ponderada** por las probabilidades. Es el **valor que esperamos en promedio**.

Si hay dos resultados posibles que tienen unos rendimientos  $W_1$  y  $W_2$  y si las probabilidades de cada resultado son  $P_{r1}$  y  $P_{r2}$ , el valor esperado es:

$$E(W) = P_{r1} W_1 + P_{r2} W_2$$

## El valor esperado

---

- En general, el valor esperado se escribe:
  - Si hay  $n$  resultados posibles que tienen unos rendimientos de  $W_1, W_2, \dots, W_n$
  - Las probabilidades de cada resultado vienen dadas por  $Pr_1, Pr_2, \dots, Pr_n$

$$E(W) = Pr_1 W_1 + Pr_2 W_2 + \dots + Pr_n W_n$$



## 1. La descripción del riesgo: el valor esperado

# Juegos actuarialmente justos

---

- Un **juego** es **justo** cuando el valor esperado de la riqueza si aceptas el juego es igual al valor seguro de la riqueza si lo rechazas.

**Ejemplo 1:** Tienes una renta de 10 € y te proponen el juego consistente en lanzar al aire una moneda. Si sale cara, ganas 1 €; si sale cruz pierdes 1 €.

Riqueza inicial = 10 €

$$E(W) = 0.5 (11) + 0.5 (9) = 10 \text{ €}$$

**Ejemplo 2:** Tienes una renta de 1000 €, puedes invertirlo y perder 500 € con un 20% de probabilidad o ganar 125 € en un 80% de los casos.

Riqueza inicial = 1000 €

$$E(W) = 0.2 (1000 - 500) + 0.8 (1000 + 125) = 1000 \text{ €}$$

## La variabilidad

---

- **Variabilidad**

- Grado en que pueden variar los posibles resultados de un acontecimiento incierto.
- Cuanto **mayor** sea la **variabilidad** de los posibles resultados **mayor riesgo**.
- La variabilidad la establecemos a partir de las **desviaciones** en los pagos (renta): diferencia entre el rendimiento que realmente tiene lugar, según el estado de la naturaleza que se realice y el valor esperado.

## La variabilidad

- Podemos medir la variabilidad con la **desviación típica**
  - La **desviación típica** es la raíz cuadrada de la media del cuadrado de las desviaciones de los resultados con respecto a su valor esperado.
  - Es una **medida del riesgo**. Mayor variabilidad significa mayor riesgo. Los individuos generalmente prefieren menor variabilidad, menor riesgo.
- La ecuación de la desviación típica es:

$$\sigma = \sqrt{\text{Pr}_1 [W_1 - E(W)]^2 + \text{Pr}_2 [W_2 - E(W)]^2}$$

# Índice

---

1. La descripción del riesgo: el valor esperado.

**2. Las preferencias por el riesgo: la utilidad esperada.**

3. La reducción del riesgo.

## Función de utilidad esperada

- Los consumidores ante una elección arriesgada, **maximizan su utilidad esperada**, que depende de la renta o riqueza ( $W$ ), tal que a mayor renta mayor nivel de utilidad ( $\partial u / \partial W > 0$ ).
- La **utilidad esperada** se expresa como una suma ponderada de las utilidades de todos los resultados posibles, donde las ponderaciones son las respectivas probabilidades.

En el caso de dos posibles resultados con pagos  $W_1$  y  $W_2$  y probabilidades  $P_{r1}$  y  $P_{r2}$ , la utilidad esperada es:

$$E(U) = P_{r1} U(W_1) + P_{r2} U(W_2)$$

## Utilidad esperada: ejemplo

---

- Una persona tiene un empleo que le garantiza una renta de 20.000 €.
- Está considerando cambiar de empleo, pero es arriesgado
  - Tiene una probabilidad del 50% de tener una renta de 30,000 €
  - Y probabilidad del 50% de tener una renta de 10,000 €
  - Valor esperado =  $(0.5)(30.000 \text{ €}) + (0.5)(10.000 \text{ €}) = 20.000 \text{ €}$
- Para evaluar el nuevo empleo, tenemos que calcular la **utilidad esperada** del empleo arriesgado
- $E(U) = 0.5 U(30,000) + 0,5 U(10,000)$
- $E(U)$  depende de la función de utilidad.

## Preferencias por el riesgo

---

- La función de utilidad debe reflejar la actitud del individuo ante el riesgo.
- La forma de la función de utilidad ha de reflejar el grado de preferencia por el riesgo y la elección de cada individuo ante un acontecimiento con incertidumbre.
- Los individuos pueden ser renuentes/aversos al riesgo, neutrales o amantes del riesgo.

## Preferencia por el riesgo: renuente al riesgo

---

**Individuos renuentes al riesgo:** Personas que prefieren una renta segura a una renta arriesgada que tenga el mismo valor esperado. A igual valor esperado prefieren menor variabilidad en los resultados.

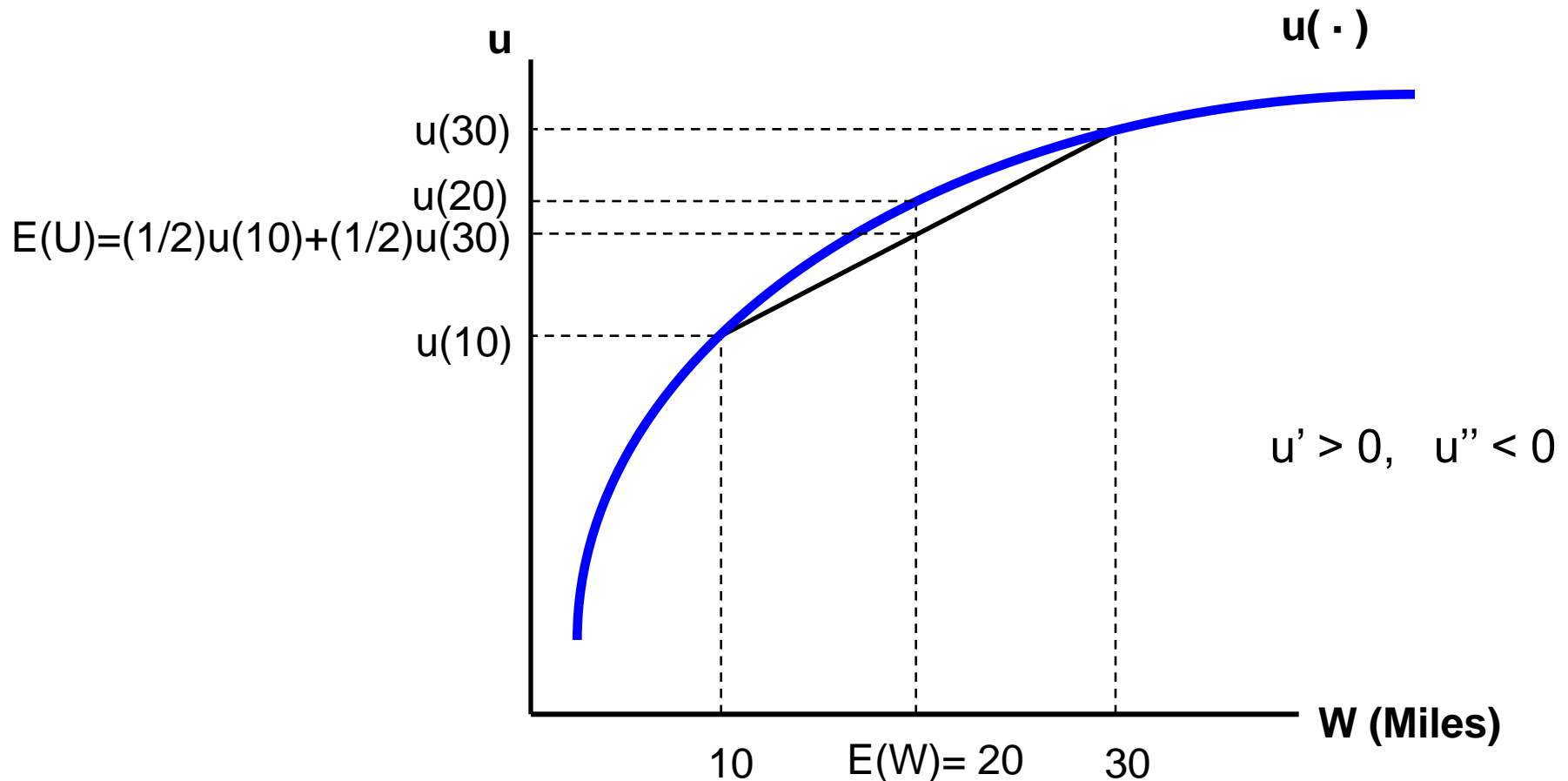
- Aumentos sucesivos e idénticos de  $W$  dan lugar a aumentos en su nivel de utilidad, pero cada vez más pequeños.
- El individuo tiene una función de utilidad de su renta creciente, cuya utilidad marginal descende cuando la renta aumenta.

$$\partial u / \partial W > 0, \quad \partial^2 u / \partial W^2 < 0$$



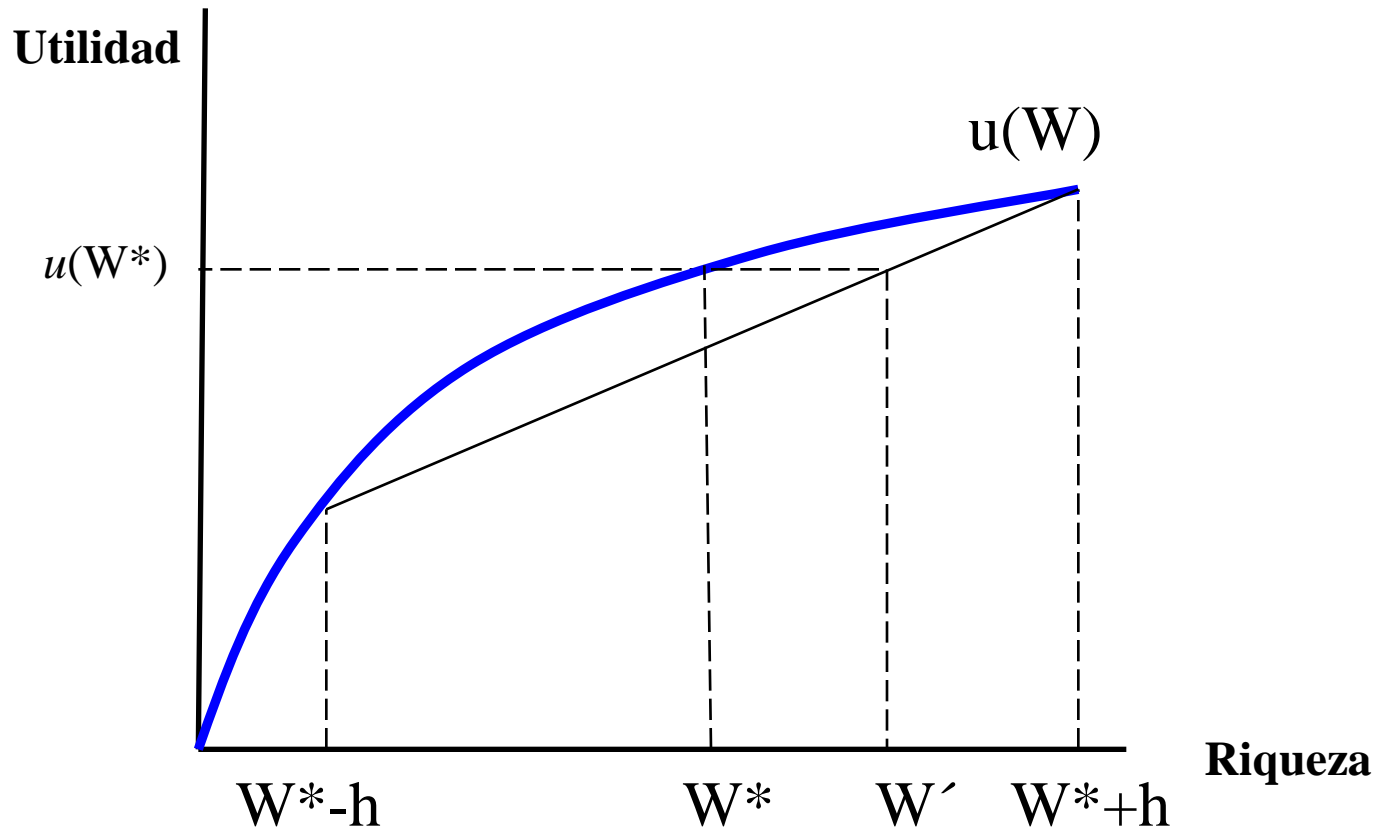
## Preferencia por el riesgo: renuente al riesgo

- Individuo renuente al riesgo



## Individuo renuente al riesgo

- Rechaza todos aquellos juegos con  $E(W) < W'$ , cuya  $E(U) < u(W^*)$



## Preferencia por el riesgo: neutral ante el riesgo

---

**Individuos neutrales ante el riesgo:** Personas que muestran indiferencia entre una renta segura y una renta incierta que tiene el mismo valor esperado. A igual valor esperado, es indiferente ante la variabilidad de los resultados.

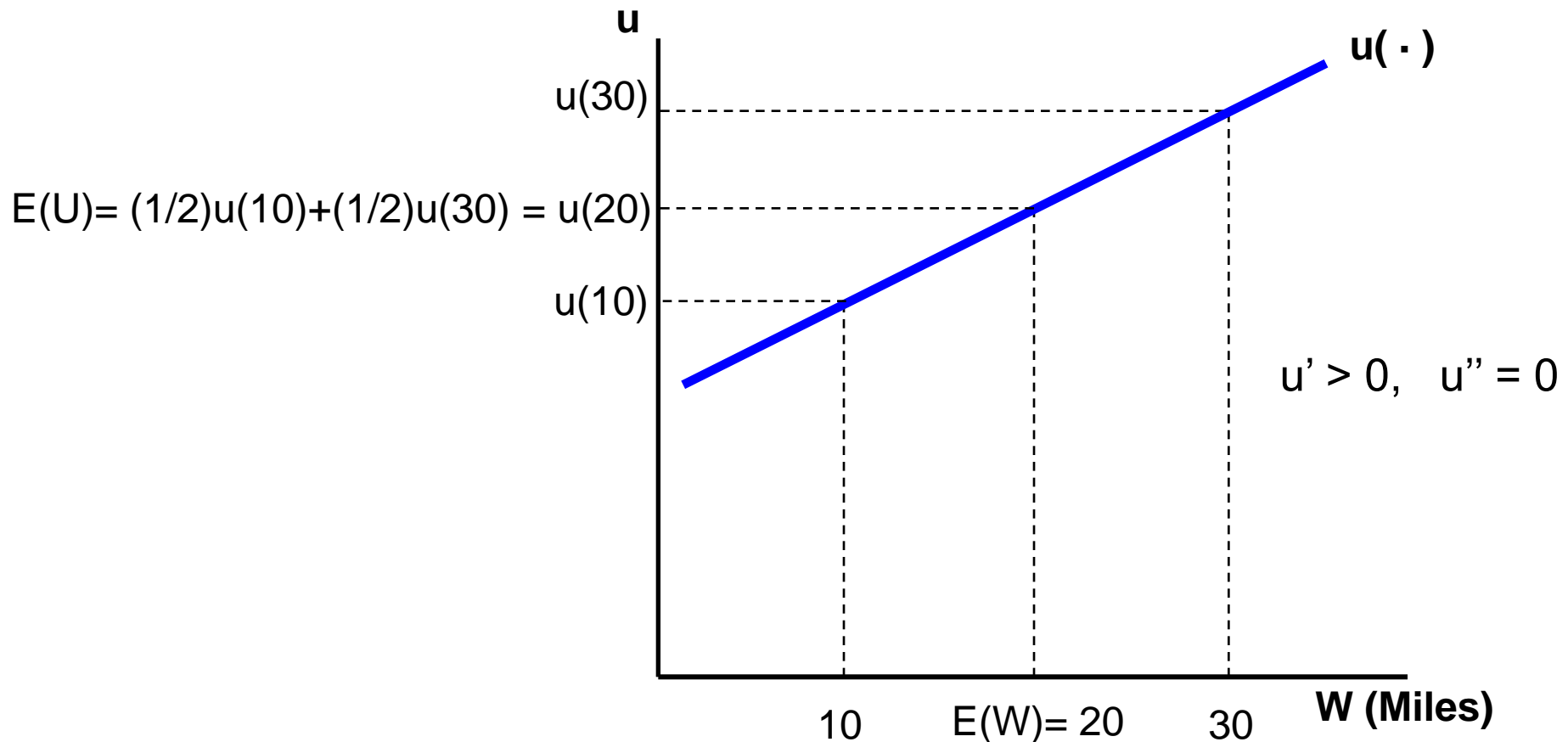
- Aumentos sucesivos e idénticos de  $W$  dan lugar a aumentos en su nivel de utilidad, siempre de la misma cuantía.
- El individuo tiene una función de utilidad de su renta creciente, cuya utilidad marginal de la renta no varía cuando cambia la renta.

$$\partial u / \partial W > 0, \quad \partial^2 u / \partial W^2 = 0$$

## 2. Las preferencias por el riesgo: la utilidad esperada

# Preferencia por el riesgo: neutral ante el riesgo

- Individuo neutral al riesgo



## Preferencia por el riesgo: amante del riesgo

---

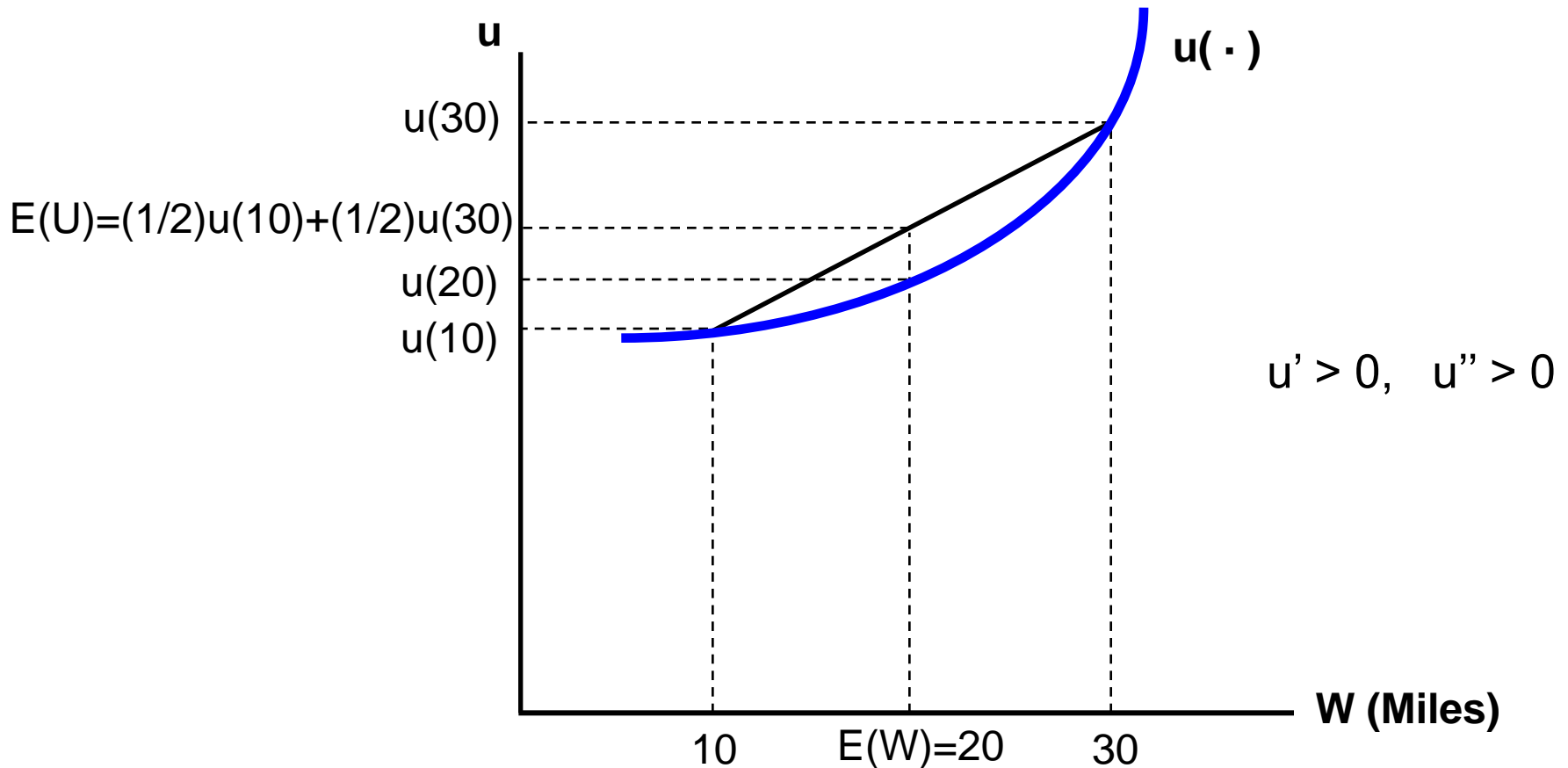
**Individuos amantes del riesgo:** Personas que prefieren una renta arriesgada a una renta segura que tenga el mismo valor esperado. A igual valor esperado prefiere mayor variabilidad en los resultados.

- Aumentos sucesivos e idénticos de  $W$  dan lugar a aumentos en su nivel de utilidad, pero cada vez más grandes.
- El individuo tiene una función de utilidad de su renta creciente, cuya utilidad marginal de la renta aumenta cuando la renta aumenta.

$$\partial u / \partial W > 0, \quad \partial^2 u / \partial W^2 > 0$$

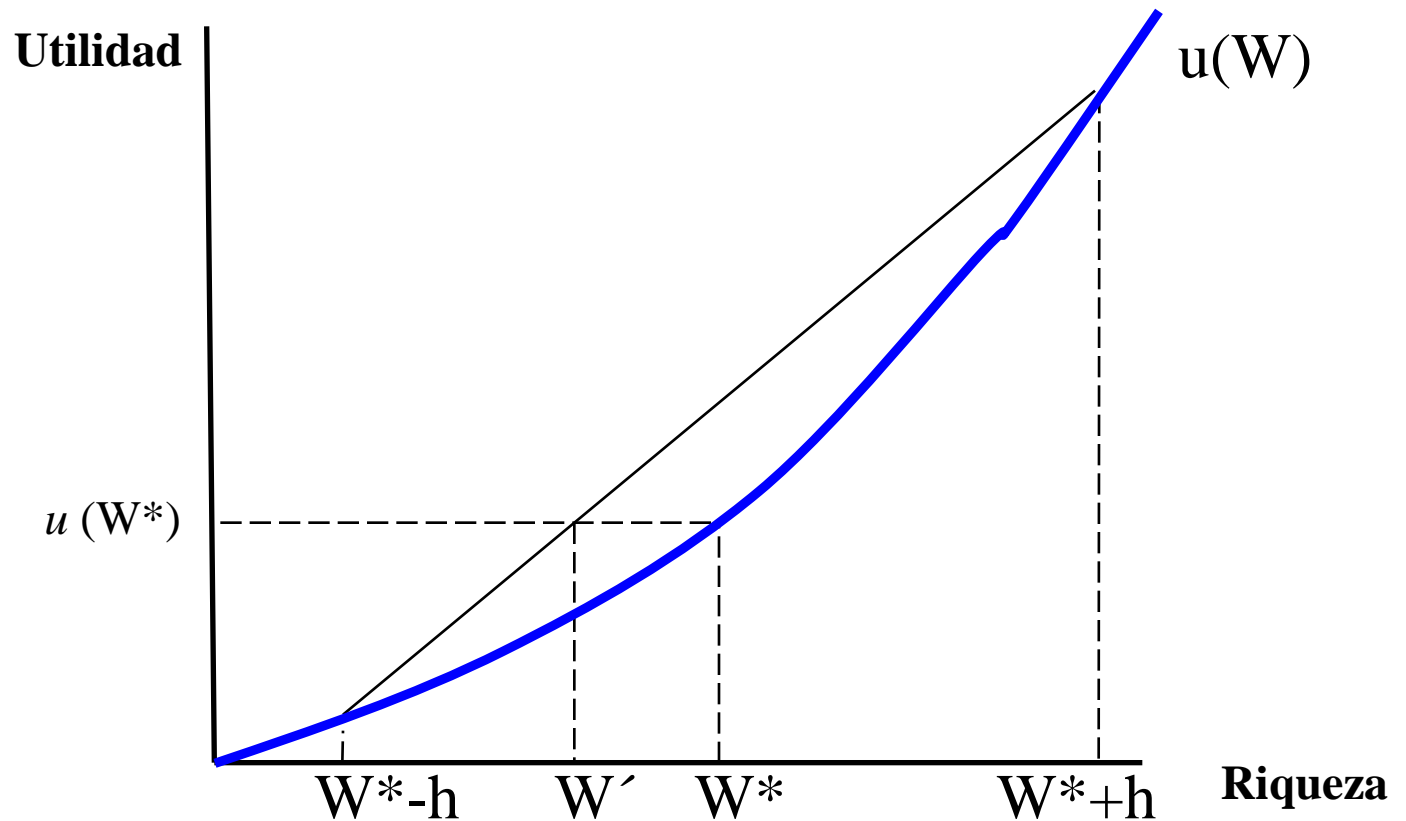
## Preferencia por el riesgo: amante del riesgo

- Individuo amante del riesgo



## Individuo amante del riesgo

- Acepta todos aquellos juegos con  $E(W) > W'$ , cuya  $E(U) > u(W^*)$



## Prima de riesgo

---

- **Aversión al riesgo, equivalente cierto y prima de riesgo**

La **prima (máxima) de riesgo** es la cantidad máxima de dinero que está dispuesto a pagar un individuo renuente al riesgo para evitarlo. Dependerá de las alternativas arriesgadas a las que se enfrente.

El **valor equivalente cierto** de un juego es la cantidad de riqueza  $M$  para la cual el individuo se muestra indiferente entre aceptar el juego o tener  $M$  con certeza. La utilidad segura de  $M$  iguala la utilidad esperada del juego:  $u(M)=E(U)$ .



## Prima de riesgo

---

- **Aversión al riesgo, equivalente cierto y prima de riesgo**

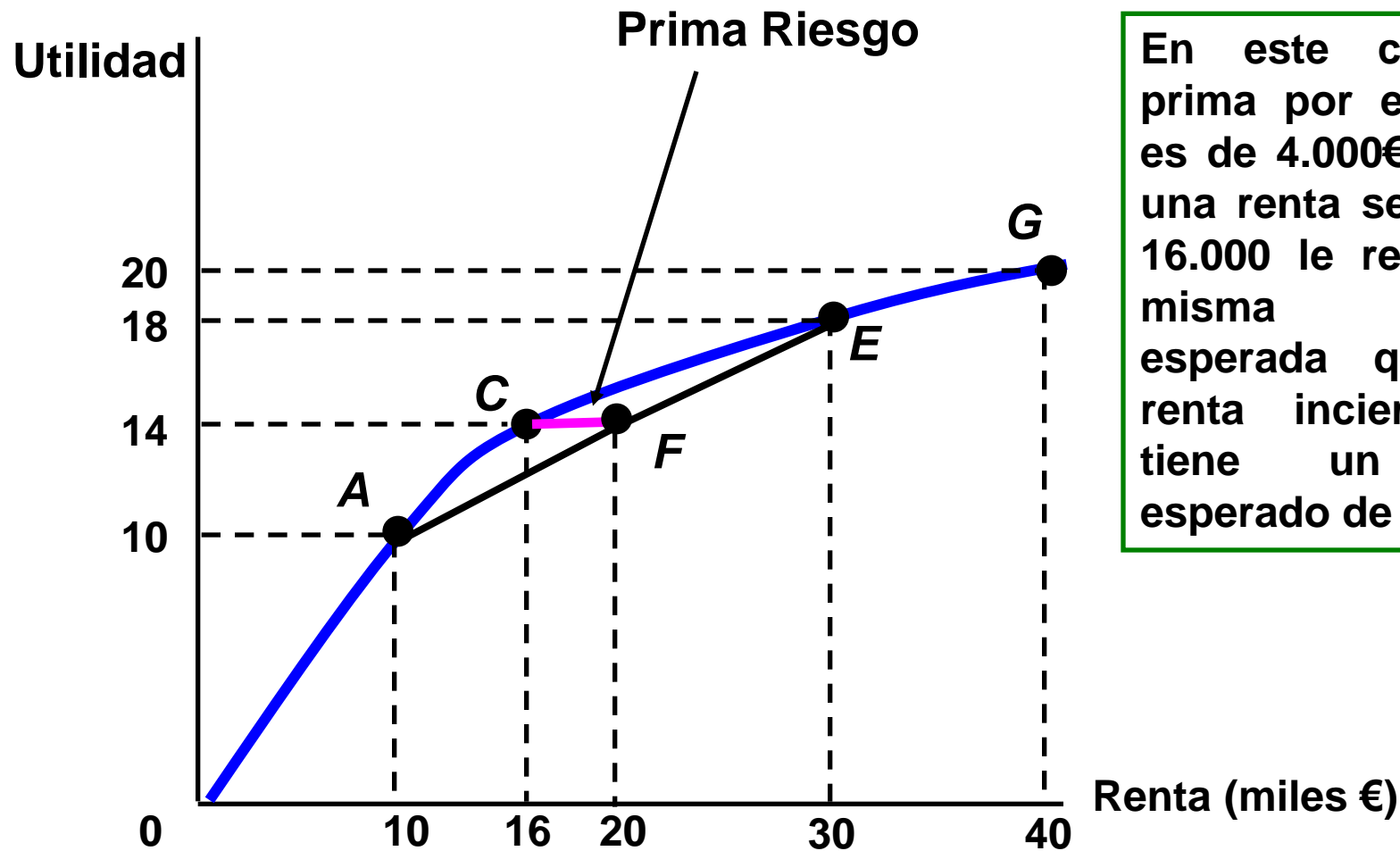
**Ejemplo.** Una persona tiene una probabilidad de 0,5 de ganar 30.000 € y una probabilidad de 0,5 de ganar 10.000 € (la renta esperada es igual a 20.000 €; la utilidad esperada es igual a 14).

El punto F muestra el escenario arriesgado – la utilidad de 14 también puede obtenerse con una renta cierta de 16,000€, que es el valor equivalente cierto.

Esta persona estaría dispuesta a pagar hasta 4000€ (20,000 – 16,000) para evitar participar en el juego.

Esto podemos mostrarlo gráficamente trazando una línea recta entre los dos puntos – línea CF

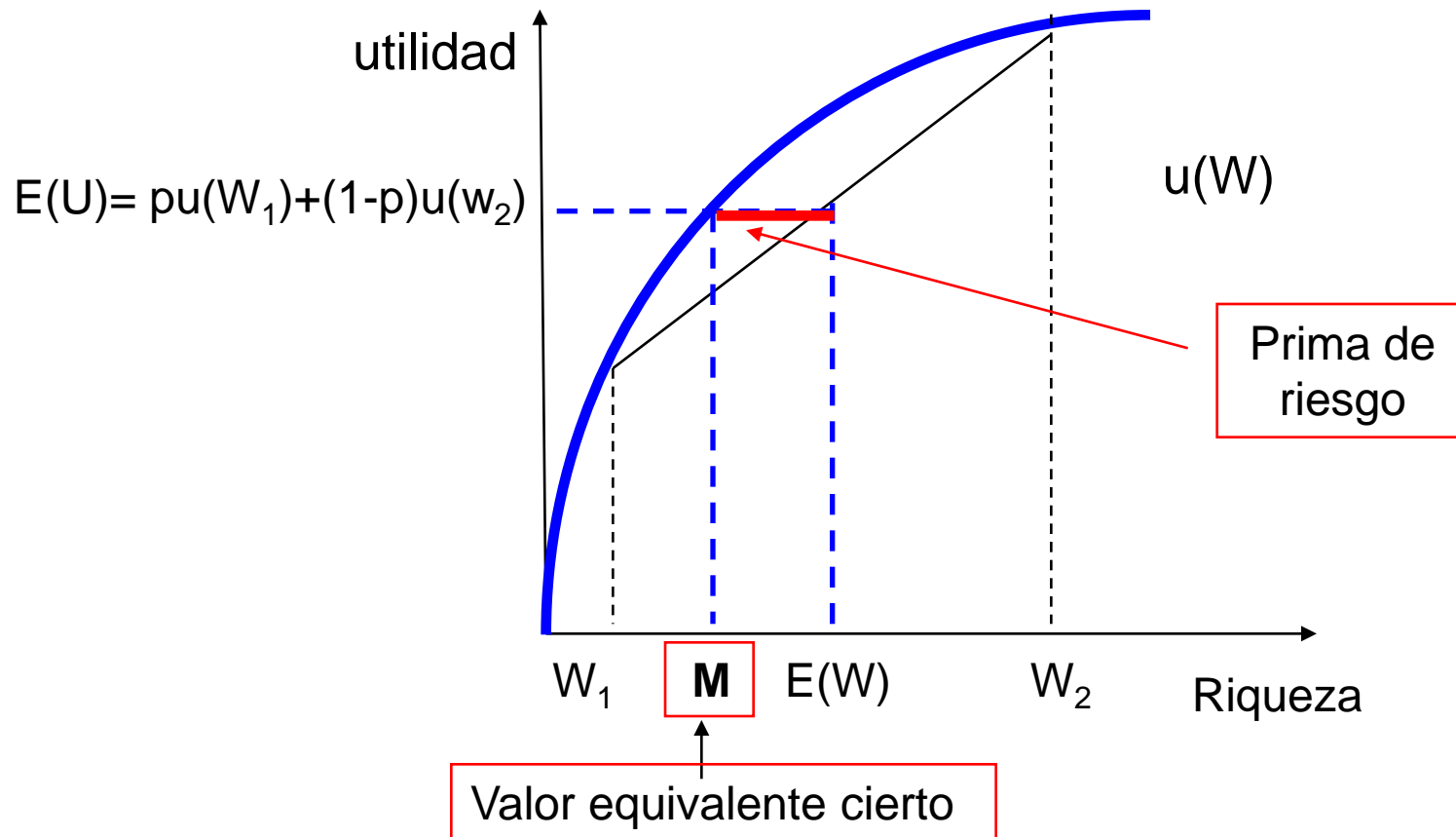
## Prima de riesgo



En este caso, la prima por el riesgo es de 4.000€ porque una renta segura de 16.000 le reporta la misma utilidad esperada que una renta incierta que tiene un valor esperado de 20.000

## Prima de riesgo

- Aversión al riesgo, equivalente cierto y prima de riesgo

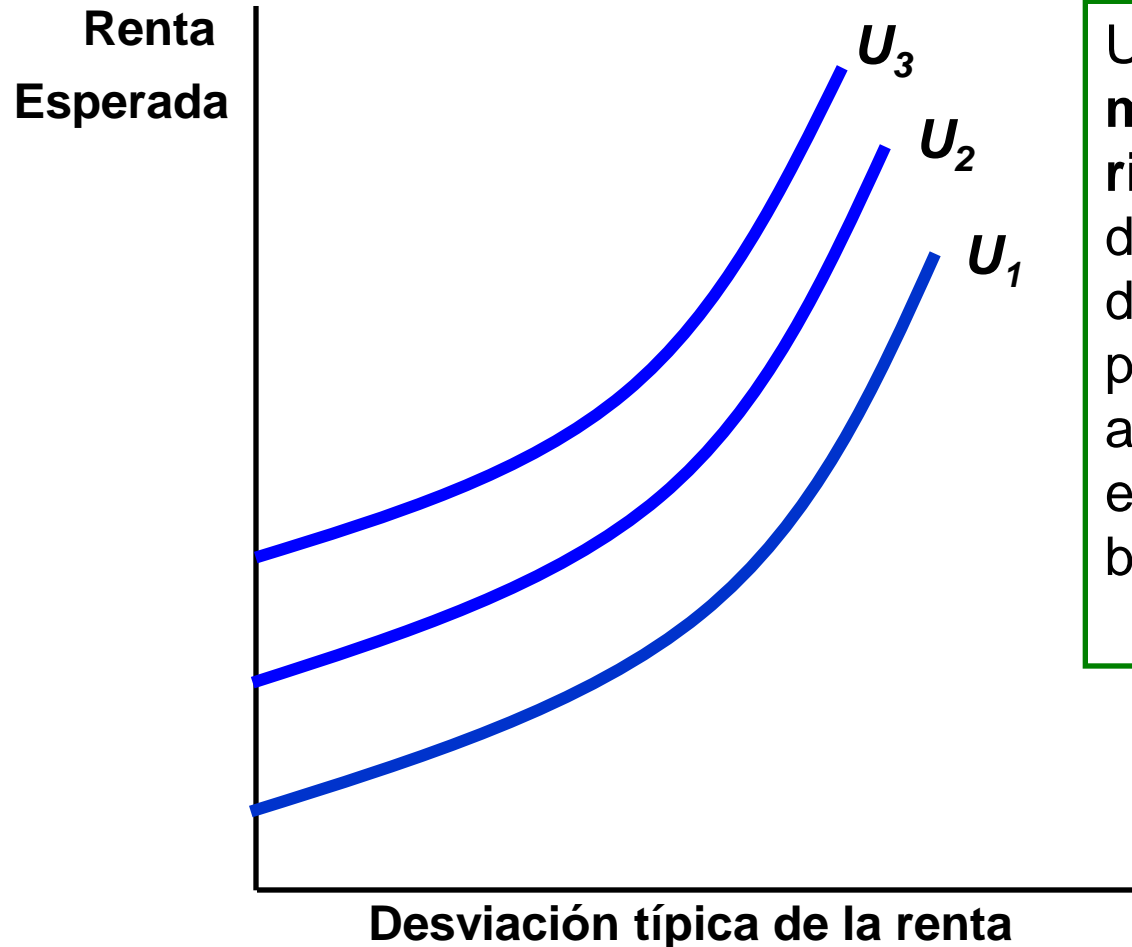


## Aversión al riesgo y curvas de indiferencia

---

- La variabilidad de los rendimientos potenciales aumenta la prima por el riesgo, cuanto mayor es la variabilidad, mayor es la prima por el riesgo.
- El grado de aversión al riesgo se puede representar mediante curvas de indiferencia que reflejen las combinaciones de renta esperada y desviación típica de la renta que reportan al individuo la misma cantidad de utilidad.
  - Como el riesgo no es deseable (es decir, es un mal) las curvas de indiferencia tienen pendiente positiva

## Aversión al riesgo y curvas de indiferencia

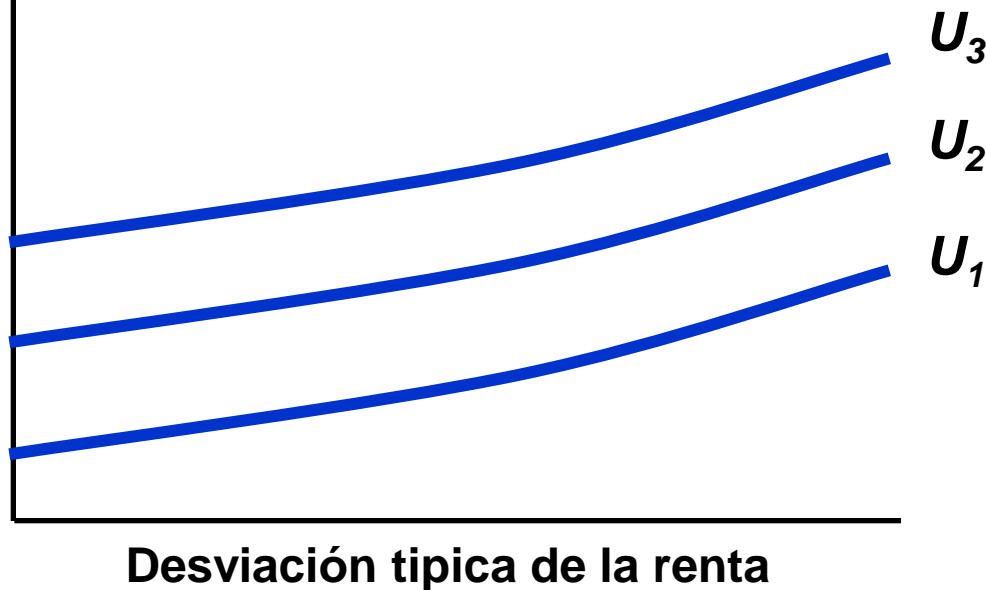


Una persona que es **muy renuente al riesgo**: un aumento de la desviación típica de la renta de esta persona exige un gran aumento de la renta esperada para que su bienestar no varíe.

## Aversión al riesgo y curvas de indiferencia

Renta  
Esperada

Una persona que sólo es **algo renuente al riesgo**: un aumento de la desviación típica de la renta sólo exige un pequeño aumento de la renta esperada para que su bienestar no varíe.



# Índice

---

1. La descripción del riesgo: el valor esperado.
2. Las preferencias por el riesgo: la utilidad esperada.
- 3. La reducción del riesgo.**

## Asegurarse contra el riesgo

---

- Los consumidores generalmente son renuentes al riesgo y por tanto buscan formas de asegurarse contra el riesgo
- Tres modos mediante los que se puede reducir el riesgo:
  1. Diversificación
  2. Contratar un seguro
  3. Obtención de más información



## Diversificación

---

- **Diversificación**

- Reducción del riesgo repartiendo los recursos entre distintas actividades cuyos resultados no estén estrechamente relacionados entre sí.

- **Ejemplo:**

- Supongamos que una empresa tiene tres opciones: (1) vender aparatos de aire acondicionado, (2) vender estufas, o (3) vender ambos.
    - La probabilidad de que el año sea caluroso o frío es de 0.5

## Diversificación

- Si la empresa vende sólo estufas o sólo aparatos de aire, su renta será de 12,000€ o de 30,000€ según el año sea caluroso o frío.

	Caluroso	Frío
Aire Acond.	30,000	12,000
Estufas	12,000	30,000

- Su renta esperada sería:  $\frac{1}{2} (12,000\text{€}) + \frac{1}{2}(30,000\text{€})$   
= 21,000€

## Diversificación

---

- Si la empresa se dedica a producir ambos, sus ingresos por las ventas de cada aparato se reducirán a la mitad:
  - Si hiciese calor, su renta esperada sería de 15,000€ procedentes del aire acond. y de 6,000€ de las estufas, o sea 21,000€ en total.
  - Si hiciese frío, su renta esperada sería de 6,000€ procedentes del aire acond. y de 15,000€ de las estufas, o sea 21,000€ en total.
  - Con la diversificación, la renta esperada es de 21,000 € sin riesgo:  $\frac{1}{2}(21,000\text{€}) + \frac{1}{2}(21,000\text{€})$
- **Las empresas pueden reducir el riesgo diversificando entre actividades poco relacionadas**

# Contratar un seguro: La justicia actuarial

- Las compañías de seguros saben que, aunque un acontecimiento singular sea aleatorio y en gran medida impredecible, es posible predecir el resultado medio de muchos acontecimientos parecidos.
- Ejemplo:** Existe un 10 por ciento de probabilidades de perder 10.000 € en un robo (la riqueza inicial es 50.000€).
- Pérdida esperada** =  $0,10 \times 10.000\text{€} = 1.000\text{€}$

Seguro	Robo (Pr = 0,1)	Ausencia de robo (Pr = 0,9)	Valor esperado	Desviación típica
<b>No</b>	<b>40.000</b>	<b>50.000</b>	<b>49.000</b>	<b>3.000</b>
<b>Sí (P=1.000)</b>	<b>49.000</b>	<b>49.000</b>	<b>49.000</b>	<b>0</b>

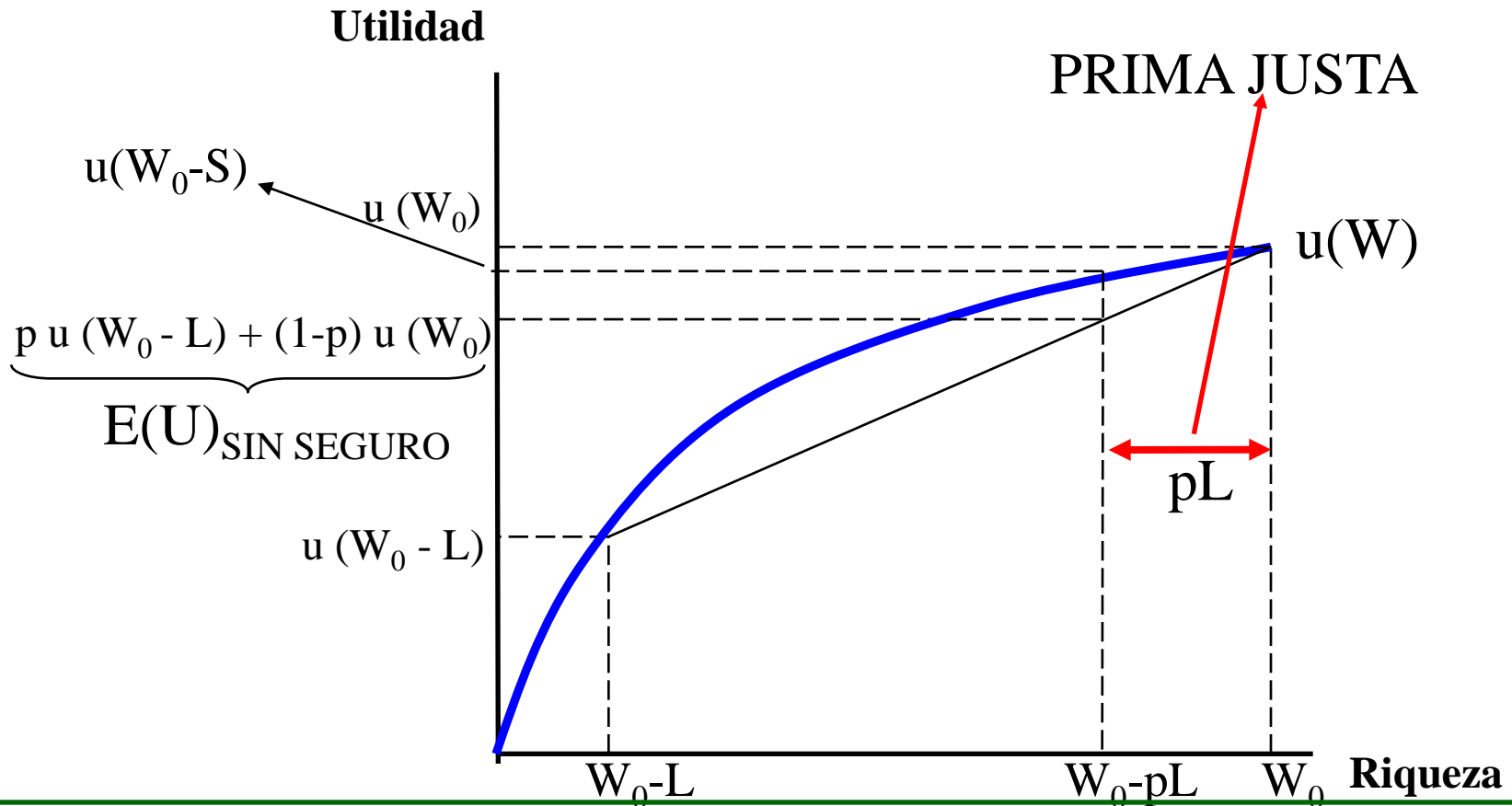
## Contratar un seguro: La justicia actuarial

---

- 100 personas se encuentran en una situación similar: Una prima de 1.000€ genera un fondo de 100.000€ para pagar las pérdidas.
- Las pérdidas esperadas son: 10 de cada 100 personas sufren un robo de 10.000€, que la compañía reembolsaría,  $10 \times 10.000 = 100.000€$
- La **”justicia actuarial”**: Las compañías fijan las primas tal que el dinero recibido sea suficiente para afrontar las pérdidas esperadas.
- Definimos la **prima justa** como la póliza cuyo precio es el valor esperado de la pérdida. En este caso el valor esperado sin el seguro coincide con la riqueza del individuo después de pagar la póliza del seguro.

## Contratar un seguro: Prima justa

El individuo renuente al riesgo está dispuesto a pagar un precio superior a su prima justa, si  $S = pL$ ,  $\rightarrow u(W_0 - S) > E(U)_{\text{SIN SEGURO}}$



## Contratar un seguro: Precio de reserva

El **precio de reserva (prima de riesgo)** de una póliza de seguro es la cantidad máxima que pagaría un consumidor por un seguro contra una pérdida.

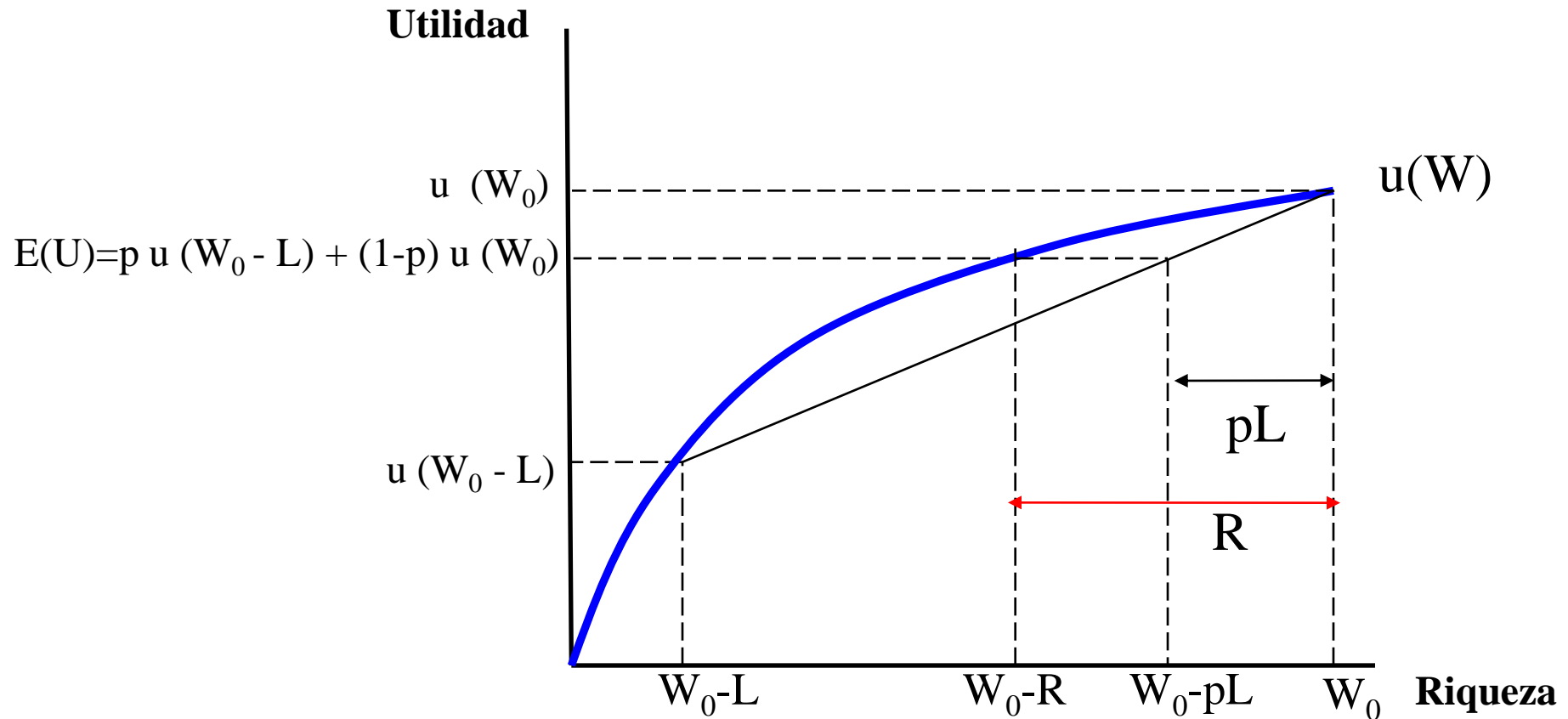
El precio de reserva, contra una pérdida de cuantía  $L$  que se produce con una probabilidad  $p$ , es aquella cantidad  $R$  tal que  $u(W_0 - R)$  es exactamente igual que su utilidad esperada si no comprara la póliza, donde  $W_0 - R$  es el valor equivalente cierto.

$$u(W_0 - R) = E(U)_{\text{SIN SEGURO}} = p u(W_0 - L) + (1 - p) u(W_0)$$

El consumidor asegurará la pérdida siempre que el precio real del seguro ( $S$ ) sea inferior a  $R$ .

# Contratar un seguro: Precio de reserva

$$u(W_0 - R) = E(U)_{\text{SIN SEGURO}} = p u(W_0 - L) + (1-p) u(W_0)$$





## El valor de la información

---

- A menudo, existe riesgo porque no conocemos toda la información que rodea a una decisión.
- Por ello, la información es valiosa y los individuos están dispuestos a pagar por ella.
- El **valor de la información completa** es la diferencia entre el valor esperado de una elección con información completa y el valor esperado cuando la información es incompleta