

Preguntas de exámenes temas 4 y 5 (Micro I ADE)

1. Suponga que la función de producción de una empresa viene dada por:

$$Q=2KL$$

La tasa de alquiler de L es $w=4$ y la de K es $v=2$.

- Calcule el tipo de rendimientos de escala de la función de producción.
- Calcule las curvas de coste total, medio y marginal a largo plazo de la empresa.
- Suponga que K es fijo e igual a 10 a corto plazo. Calcule las curvas de coste total, medio y marginal a corto plazo.
- ¿Para qué nivel de producción el tamaño de planta a corto plazo es óptimo?

(29 enero 2003)

2. Conteste si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones, y justifique su respuesta.

- "Una empresa cuya función de producción tiene isocuantas estrictamente convexas, elige una combinación de factores (K^* , L^*) de forma que la productividad marginal de L^* es mayor que la productividad marginal de K^* . Para que la anterior combinación de factores sea de equilibrio el precio de L debe ser necesariamente mayor que el precio de K"
- Supongamos ahora, que elige una combinación compuesta exclusivamente por K^* cuando los precios de los factores son iguales. Para que la anterior combinación de factores se de equilibrio, ¿qué relación deberán mantener las productividades marginales de ambos factores?

(4 julio 2003)

3. Suponga que la función de producción de una empresa viene dada por:

$$Q=2L+4K$$

Y que las tasas de alquiler del trabajo y del capital son $w=1$ y $v=3$.

- Obtenga la expresión de una isocuanta representativa y represente gráficamente el mapa de isocuantas correspondientes a esta función de producción.
- Calcule el tipo de rendimientos de escala que presenta la función de producción.
- Calcule las curvas de coste total, medio y marginal a largo plazo de la empresa.
- Suponga que K es fijo e igual a 4 a corto plazo. Calcule las curvas de coste total, medio y marginal a corto plazo de la empresa.

(4 julio 2003)

4. a) Muestre analíticamente qué relación existe entre el coste medio y el coste marginal a largo plazo.

- b) Comente la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "si el coste marginal a largo plazo es creciente, entonces el coste medio a largo plazo siempre es creciente"

(26 enero 2004)

5. Dada la función de producción de proporciones fijas

$$Q = \min \{aK, bL\} \quad a, b > 0$$

- Calcule el tipo de rendimientos de escala de esta función de producción.
- Obtenga la trayectoria de expansión y represente gráficamente.
- Demuestre que la función de coste total a largo plazo correspondiente a esta tecnología viene dada por

$$CT = q \left(\frac{w}{b} + \frac{v}{a} \right)$$

donde w y v son las tasas de alquiler del trabajo y del capital respectivamente.

- d) Obtenga las funciones de costes medios y marginales a largo plazo.

(26 enero 2004)

6. Indique razonadamente los rendimientos de escala que muestran las siguientes funciones de producción (donde todos los parámetros son positivos)

- $F(K, L) = \min(aK, bL)$
- $F(K, L) = K^a L^b$
- $F(K, L) = (K^p + L^p)^{a/p}$

(9 julio 2004)

7. Dada la función de producción

$$q = 2 K^{1/2} L^{1/2}$$

- Analice el tipo de rendimientos de escala de la función de producción y calcule el valor de la Relación Marginal de Sustitución Técnica.
- Suponga que las tasas de alquiler del trabajo y del capital son $w = 4$ y $r = 16$, respectivamente. Obtenga la trayectoria de expansión de la empresa y represéntela gráficamente.
- Obtenga las curvas de coste total, medio y marginal a largo plazo.
- Suponga que L es fijo e igual a 4 a corto plazo. Obtenga las curvas de coste total, medio y marginal a corto plazo.

(9 julio 2004)

8. Conteste razonadamente a las siguientes cuestiones:

- Para que el producto medio sea decreciente ¿es necesario que el producto marginal sea decreciente o basta con que sea menor que el producto medio?
- Si una función de producción presenta rendimientos decrecientes a escala, entonces, ¿el coste marginal a largo plazo será mayor o menor que el coste medio a largo plazo?

(31 enero 2005)

9. Sea una función de producción de una empresa $q = 4 K^{1/2} L^{1/2}$, y $w = 4$ y $r = 9$. Calcule:

- La senda de expansión a largo plazo de la empresa.
- Las curvas de costes totales, medios y marginales a largo plazo de la empresa.
- Si $K = 9$ ¿Cuál es la senda de expansión a corto plazo?. Calcule las curvas de coste total, medio y marginal a corto plazo.

Represente gráficamente todos los apartados.

(31 enero 2005)

10. Sea una empresa con una función de producción $q = L K$, los precios de los factores son, respectivamente, $w = 4$ y $r = 3$. Calcule:

- ¿Qué tipo de rendimientos de escala presenta esta función de producción?
- Las curvas de costes totales, medios y marginales a largo plazo.
- Si $K = 2$, ¿Cuáles serán las curvas de costes totales, medios y marginales a corto plazo?

Represente gráficamente.

(1 julio 2005)

11. ¿Qué es la senda de expansión de una empresa? ¿Qué información se necesita para obtener su expresión analítica tanto de largo como de corto plazo? Represente gráficamente.

(1 julio 2005)

12. Sea la función de producción $q = 8 L^{3/4} K^{3/4}$. Si los costes de oportunidad de los factores son $w = r = 4$. Se pide:

- Calcule los rendimientos a escala de la función de producción.
- Calcule la función de coste a largo plazo y las correspondientes de coste medio y marginal.
- ¿Por qué el coste medio a largo plazo es decreciente?
- Represente gráficamente la relación existente entre los costes medios y marginales a corto y largo plazo.

(6 febrero 2006)

13. Considere la siguiente función de producción $q = aK + bL$. Muestre que la combinación de factores minimizadora de los costes, si es única, generalmente obligará a utilizar únicamente capital o trabajo. En esa situación, ¿cuál será la senda de expansión de la empresa? ¿De qué dependerá la forma de sus curvas de coste marginal y medio? ¿Cómo se desplazarán estas curvas de coste cuando suba el precio del factor utilizado?

(10 julio 2006)

14. Obtenga analíticamente la relación entre las productividades media y marginal del factor trabajo.

Represente gráficamente estas variables para la siguiente función de producción $q=L^aK^b$, donde $a>0$, $b>0$.

(23 enero 2007)

15. a) Obtenga gráficamente la relación entre costes totales a corto y largo plazo.
b) Argumente la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "Si una empresa presenta rendimientos decrecientes de escala, entonces el coste marginal a largo plazo es decreciente"
(23 enero 2007)
16. La función de producción de una empresa es $Q = K^{2/3} L^{1/3}$, siendo Q el producto, K el capital y L el trabajo.
a) Indique qué tipo de rendimientos presenta la función de producción.
b) Siendo $w = 1$ el precio del trabajo y $v = 8$ el precio del capital, obtenga las funciones de coste total, medio y marginal a largo plazo. Represente gráficamente.
c) Con los precios de los factores del apartado anterior y suponiendo que el capital es 8, ¿cuál es el nivel de producción que iguala los costes marginales y los costes medios a corto plazo? Represente gráficamente.
(6 julio 2007)
17. Una empresa demanda capital y trabajo a los precios de $r = 6$ y $w = 2$, respectivamente. Con su combinación actual de factores, el producto marginal del capital es 12 y el del trabajo 18. ¿Está minimizando sus costes? En caso afirmativo, ¿cómo lo sabe? En caso negativo, explique qué debería hacer. Represente gráficamente.
(4 de febrero de 2008)
18. Una empresa trabaja con una tecnología definida por la función de producción $Q = 3KL$ siendo $r = 3$ y $w=2$ los precios de los factores capital y trabajo, respectivamente.
a) Obtenga y represente gráficamente las curvas de coste total, coste variable, coste fijo, costes variables medios, costes totales medios y costes marginales, suponiendo que el capital es fijo e igual a 2 unidades.
b) Obtenga y represente gráficamente las curvas de costes totales, medios y marginales a largo plazo.
c) Calcule el nivel de producción óptimo para el tamaño de la empresa definido por 2 unidades del factor capital.
d) Represente gráficamente la relación existente entre las curvas de costes totales a corto y a largo plazo que ha obtenido en los apartados anteriores.
(4 de febrero de 2008)
19. Una empresa produce con la función de producción $Q = K^{1/2} L^{1/2}$. Si los precios del capital y del trabajo son 4 y 1 respectivamente, ¿cuál es el mínimo coste de producción si desea producir 2 unidades? Indique la senda de expansión de la producción a largo plazo. Represente gráficamente.
(11 de julio de 2008)
20. a) Cuando el producto medio del trabajo es mayor al producto marginal, ¿qué diferencias hay entre el coste marginal y el coste variable medio? Justifique gráfica y analíticamente su respuesta.
b) ¿En qué nivel de producción la curva de coste total a corto plazo se toca con la curva de coste total a largo plazo? Represente gráficamente estas curvas para las condiciones de costes expresadas en el apartado anterior y suponiendo que la empresa tiene rendimientos constantes de escala.
(11 de julio de 2008)
21. Supongamos que el coste marginal de producción es creciente. ¿Puede determinar si el coste medio variable es creciente o decreciente?. Justifique su respuesta y utilice gráficos (19 de enero de 2009)
22. La función de producción de una empresa es $q=4 L^{1/2} K^{1/2}$. El coste del factor trabajo es 40€ y el coste de uso de una unidad de capital es de 10€.
a) Dibuje una línea isocoste que represente combinaciones de L y K que cuesten 200€ y 400€.
b) Calcule la combinación de L y K que minimiza el coste para producir 40 unidades de output. ¿Cuál es dicho coste mínimo?.

- c) Si a corto plazo, $K=25$, calcule y represente el coste total a corto plazo, el coste marginal y el coste medio variable.
 - d) Calcule y represente el coste total a largo plazo, el coste marginal y el coste medio ¿Cómo son los rendimientos a escala?. (19 de enero de 2009)
23. Explique y represente la senda de expansión de largo plazo de la empresa. ¿Qué ocurre con la senda de expansión si aumenta el precio del factor trabajo? (3 de julio de 2009)
24. Una empresa trabaja con una tecnología definida por la función de producción $Q = 2KL$ siendo $r = 4$ y $w=1$ los precios de los factores capital y trabajo, respectivamente.
- a) Supongamos que el capital permanece fijo al nivel de 10 unidades. Calcule y represente gráficamente los costes totales a corto plazo.
 - b) Obtenga y represente gráficamente los costes medios y marginales a corto plazo.
 - c) Obtenga y represente gráficamente la función de costes totales a largo plazo. ¿Qué forma tendrán los costes medios y marginales a largo plazo?.
 - d) Obtenga el nivel de producción óptimo para el nivel de capital de 10 unidades. (3 de julio de 2009)