

Tema 4: Producción

4.0. Introducción

4.1. La función de producción

4.2. Las Isocuantas

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

4.5. Algunas funciones de producción comunes

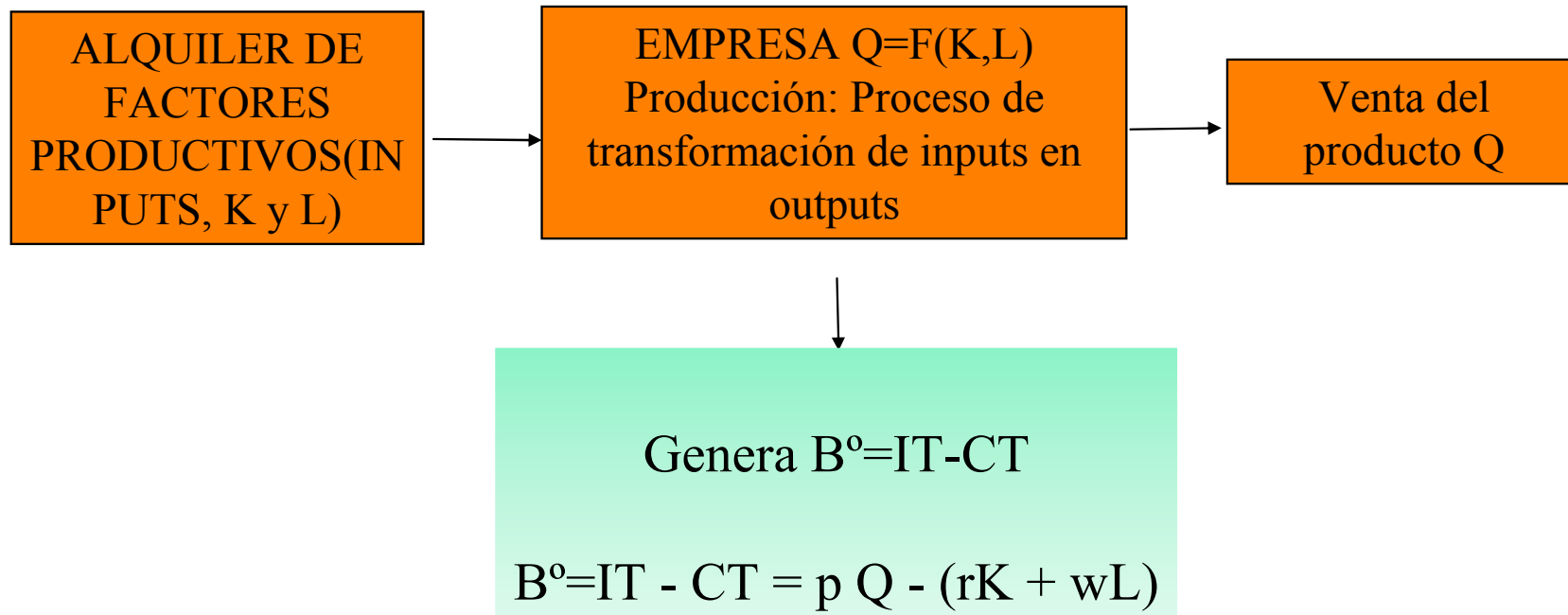
BIBLIOGRAFÍA: Capítulo 6 (págs 252-255) Pindyck, R. y Rubinfeld, D. (2001), *Microeconomía*. Prentice Hall, 5ª ed.

Nota: A lo largo de las diapositivas se referencia como PR al manual Pindyck, Robert S.; Rubinfeld, Daniel L (2001): *Microeconomía*. Ed. Pearson Prentice Hall"

Introducción

- ❑ Consumidores: Max U
- ❑ Empresas: Max B° → Max. Producción s.a. Costes
- ❑ Las empresas deben decidir qué producir y cómo.
- ❑ Ahora nos centramos en la **oferta** de un mercado: las **empresas**
- ❑ La empresa como unidad económica de producción:
 - compra o alquila los factores de producción (*inputs*)
 - los transforma mediante una tecnología (*función de producción*)
 - obtiene una producción (*output*)
 - vende el producto
 - obtiene una rentabilidad o beneficio

Introducción



4.1. La función de producción

- ❑ El primer paso es analizar la función de producción, es decir, el proceso por el que se combinan los factores de producción para conseguir un producto determinado.
- ❑ Existen muchos tipos factores de producción:
 - Trabajo (L).
 - Capital (K).
 - Etc.
- ❑ La **función de producción** muestra el máximo nivel de producción que puede obtener una empresa con cada combinación específica de factores de producción dado el estado de la tecnología.*
 - Muestra lo que es técnicamente viable cuando la empresa produce eficientemente (eficiencia técnica). La función de producción para dos factores (dada una tecnología):

$$Q = F(K, L) \quad Q = \text{producción}, K = \text{capital}, L = \text{trabajo}$$

4.1. La función de producción

- ❑ Por sencillez vamos a suponer que el proceso productivo utiliza solo dos factores productivos (aunque se puede generalizar a más factores):
 - Trabajo (L) y capital (K).
- ❑ Esto implica que:
 - Para cualquier nivel de L , la producción aumenta a medida que se incrementa la cantidad de K .
 - Para cualquier nivel de K , la producción aumenta a medida que se incrementa la cantidad de L .
 - Un mismo nivel de producción (Q) puede obtenerse utilizando varias combinaciones de factores (K y L).

4.1. La función de producción

❑ Diferencia entre Corto plazo y Largo plazo*:

▪ Corto plazo (CP):

- Es el periodo de tiempo en el que no es posible alterar las cantidades de uno o más factores de producción. Dichos factores se denominan factores fijos.

▪ Largo plazo (LP):

- Es el periodo de tiempo necesario para que todos los factores puedan alterarse. Dichos factores se denominan factores variables.
- El CP y LP es diferente según cada empresa (ejemplos: En la empresa FORD el CP es más largo que en un kiosko)

- ❑ Todos los factores fijos a corto plazo representan los resultados de decisiones a largo plazo tomadas anteriormente en función de las estimaciones de las empresas sobre lo que sería rentable producir y vender.*

Func. de producción: $Q = F(K, L, \cdot) = F(K, L)$ largo plazo: factores variables

$$Q = F(K_0, L, \cdot) = f(L)$$

corto plazo: algún factor fijo

* Texto procedente del manual PR.

4.2. Las Isocuantas

□ Isocuantas:

- Son curvas que muestran todas las combinaciones posibles de factores (eficientes técnicamente) que generan el mismo nivel de producción (Q).*
- Observaciones:
 - Un mismo nivel de producción (Q) se puede obtener con diferentes combinaciones de factores K y L.
 - Dada una cantidad de un factor, la producción suele aumentar cuando incrementamos la cantidad del otro factor.
 - Son “equivalentes” a las curvas de indiferencia del consumidor (las cuales representaban combinaciones de bienes que ofrecían la misma utilidad al consumidor).

4.2. Las Isocuantas

❑ Supuestos:

- **Divisibilidad** de los factores. Los factores K y L son divisibles
- **Eficiencia técnica:** La empresa no utiliza más factores de producción de los necesarios (o produce lo máximo posible dados los factores que utiliza).

❑ Propiedades:

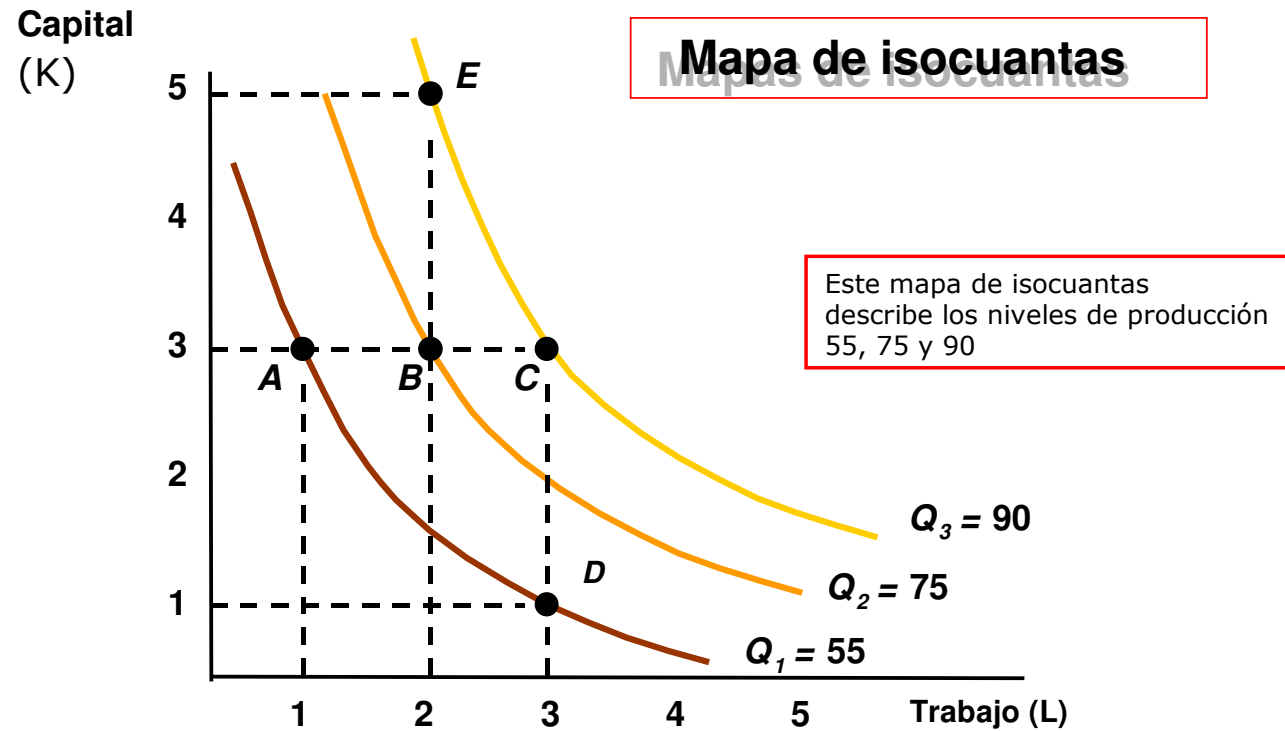
- Son decrecientes (eficiencia técnica)
- No se cortan (eficiencia técnica)
- Son convexas
- Representan mayor nivel de producción (Q) cuanto más alejadas esten del origen.

4.2. Las Isocuantas

Capital (K)	Trabajo (L)				
	1	2	3	4	5
1	20	40	55	65	75
2	40	60	75	85	90
3	55	75	90	100	105
4	65	85	100	110	115
5	75	90	105	115	120

Fuente: Cuadro obtenido a partir de PR. Cuadro 6.1., p. 181.

4.2. Las Isocuantas



Fuente: Gráfica obtenida a partir de PR Figura 6.1., p. 182.

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

- ❑ En el corto plazo (CP) algunas veces existen restricciones para variar algún factor productivo. En consecuencia uno o varios factores son fijos (ej. Alquiler de un local de un negocio).
- ❑ Supondremos que el factor fijo es el capital (K), mientras que el trabajo (L) es variable.
- ❑ Función de producción a corto plazo: $Q = F(K_0, L) = f(L)$
- ❑ Por tanto, a corto plazo, la empresa solamente podrá variar el nivel de producción (Q) alterando la cantidad utilizada del factor variable, en nuestro caso el trabajo (L).

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

Cantidad de trabajo (L)	Cantidad de capital (K)	Producción total (Q)	Producto medio	Producto marginal
0	10	0	---	---
1	10	10	10	10
2	10	30	15	20
3	10	60	20	30
4	10	80	20	20
5	10	95	19	15
6	10	108	18	13
7	10	112	16	4
8	10	112	14	0
9	10	108	12	-4
10	10	100	10	-8

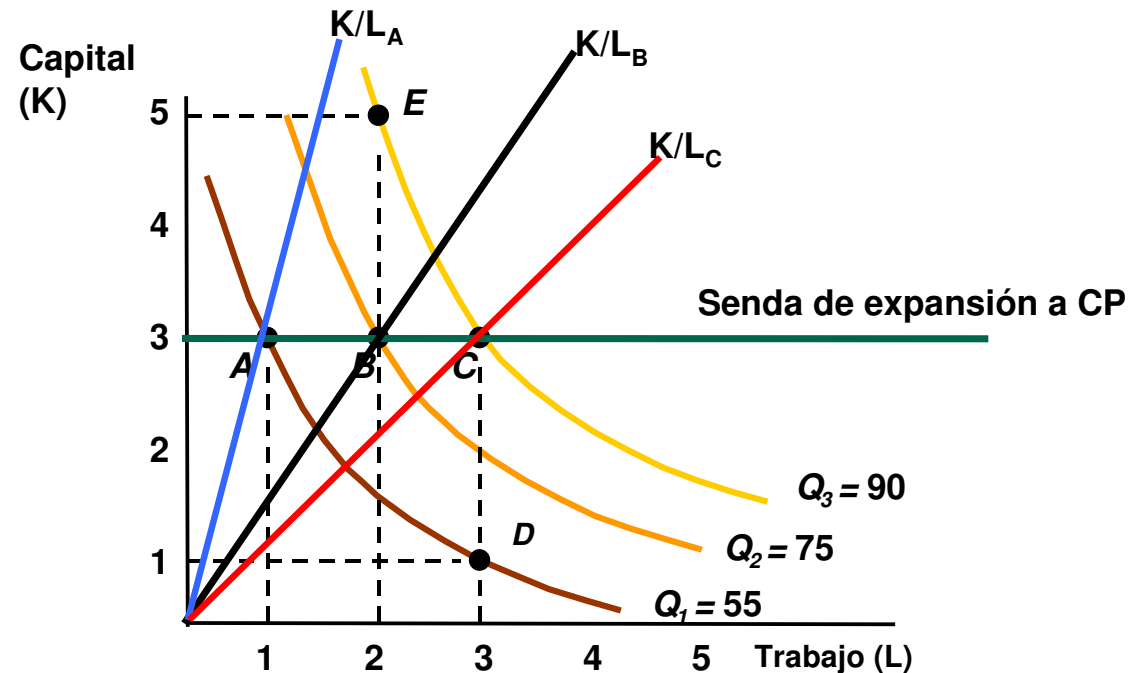
Fuente: Cuadro obtenido a partir de PR Cuadro 6.2., p. 184

$$PMeL = Q/L$$

$$PMgL = \Delta Q / \Delta L$$

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

- ❑ A Corto plazo las empresas no pueden cambiar el K.
 - La única forma de ΔQ es ΔL .



4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

□ Caso típico:

- Con cantidades adicionales de trabajo (L), la producción (Q) al principio aumenta, luego alcanza un máximo y llegado a un punto decrece.
- Con cantidades adicionales de trabajo (L), el producto medio del trabajo (PM_eL), o nivel de producción por unidad de trabajo, aumenta inicialmente y luego disminuye.

$$PM_eL = \frac{\text{Producción}}{\text{Cantidad de trabajo}} = \frac{Q}{L}$$

- Con cantidades adicionales de trabajo (L), el producto marginal del trabajo (PM_gL), o producción adicional generada por una unidad adicional de de trabajo, aumenta primero de forma muy rápida, después disminuye y se vuelve negativo.*

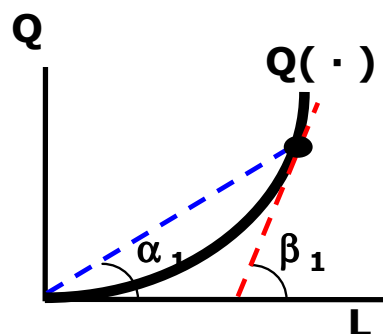
$$PM_gL = \frac{\partial \text{Producción}}{\partial \text{Cantidad de trabajo}} = \frac{\partial Q}{\partial L}$$

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

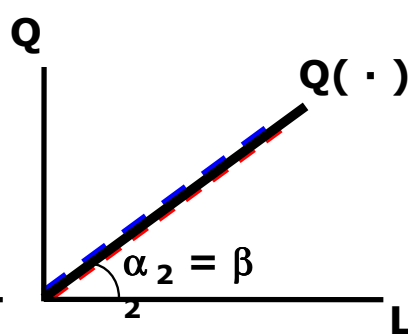
- El **Producto Medio del trabajo** (PMeL) viene dado por la pendiente de la recta que va desde el origen hasta el punto correspondiente de la curva de producto total (radio vector que une cada punto con el origen).
- El **Producto Marginal del trabajo** (PMgL) en un punto viene dado por la pendiente del producto total en ese punto.

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

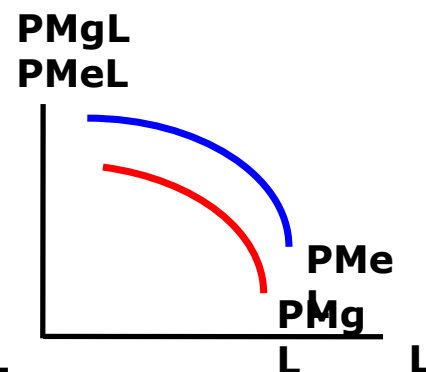
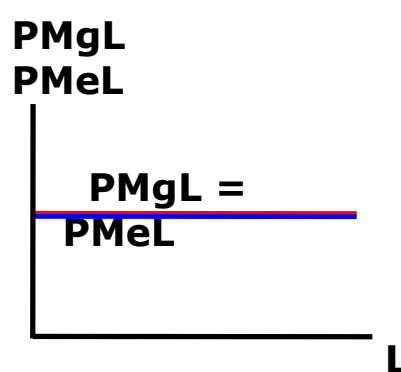
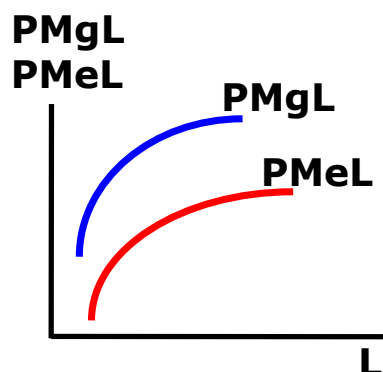
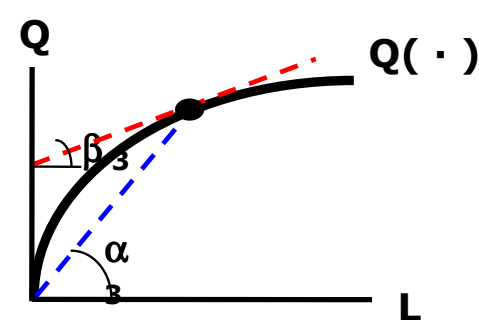
Productividad creciente



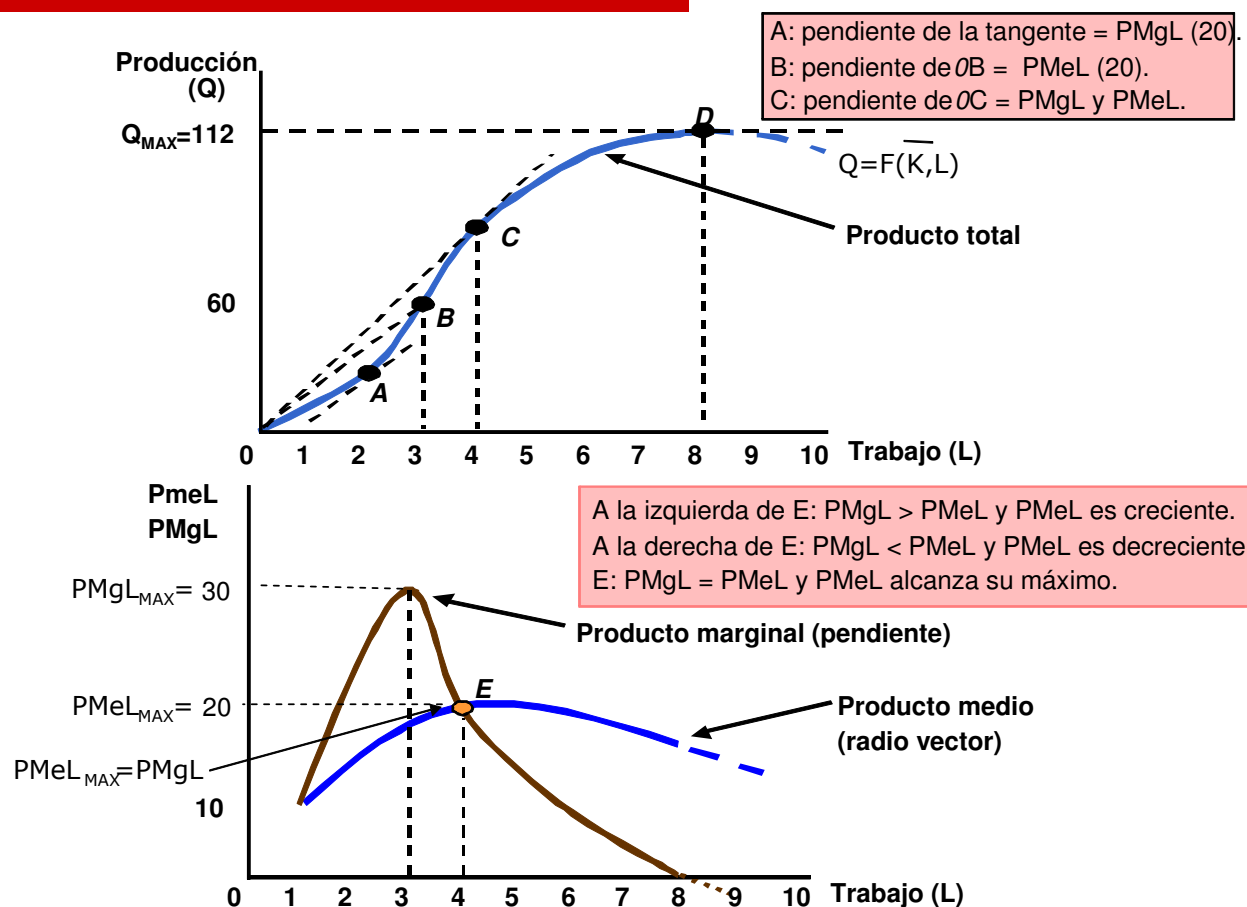
Productividad constante



Productividad decreciente



4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable



4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

❑ Observaciones:

- Cuando $PMg_L = 0$, PT alcanza su máximo.
- Cuando $PMg_L > PMe_L$, PMe_L es creciente.
- Cuando $PMg_L < PMe_L$, PMe_L es decreciente.
- Cuando $PMg_L = PMe_L$, PMe_L alcanza su máximo.

❑ ¿Por qué el producto marginal es creciente y luego decreciente?:

- **Ley de rto. marginales decrecientes:** La PMg_L y la PMg_K son decrecientes → A medida que van añadiéndose cantidades adicionales iguales de un factor, dado el otro, acaba alcanzándose un punto en el que los incrementos de la producción son cada vez menores, es decir, PMg disminuye.
- Explicación: Cuando la cantidad de trabajo es pequeña, PMg_L aumenta debido a la especialización de las tareas realizadas. Cuando la cantidad de trabajo es alta, PMg_L disminuye debido a la falta de eficacia.
- Nota: en todo momento se supone que la calidad de los factores variables es constante.
- En realidad no es una “ley”, sino un rasgo común a muchos procesos productivos.

4.3. El Corto Plazo. Rtos del factor vble.

☐ Relación entre PML y PMeL

$$PMgL = \frac{dQ}{dL} = \frac{dL(Q/L)}{dL} = \frac{d \cdot (LPMeL)}{dL} = PMeL + L \frac{dPMeL}{dL}$$

$$PMgL - PMeL = L \frac{dPMeL}{dL}$$

$$\text{Si } \frac{dPMeL}{dL} = 0 \rightarrow PMgL = PMeL$$

$$\text{Si } \frac{dPMeL}{dL} > 0 \rightarrow PMgL > PMeL$$

$$\text{Si } \frac{dPMeL}{dL} < 0 \rightarrow PMgL < PMeL$$

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

Ejemplo:

$$Q = f(K,L) = 600 K^2 L^2 - K^3 L^3 ; K=10$$

$$Q (K=10) = 60000 L^2 - 1000 L^3$$

$$PMgL = 120000 L - 3000 L^2;$$

$$PMgL = 0 \Rightarrow L = 40 \text{ (máximo } Q)$$

$$\frac{\partial PMgL}{\partial L} = 0 \Rightarrow L = 20$$

$$PMeL = 60000 L - 1000 L^2;$$

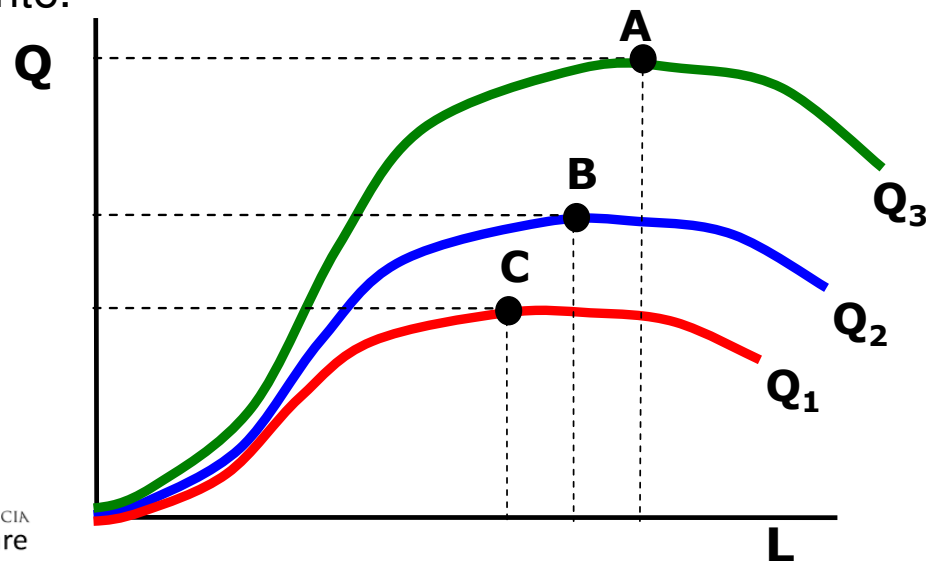
$$\frac{\partial PMeL}{\partial L} = 0 \Rightarrow L = 30 \text{ (} PMgL = PMeL \text{)}$$

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

El efecto de la mejora tecnológica

La productividad de un factor puede aumentar si mejora la tecnología, aunque los rendimientos marginales de ese factor sean decrecientes

Los aumentos del capital han compensado en muchos casos, a lo largo del tiempo, el efecto de la productividad marginal del trabajo decreciente.



Cuando nos desplazamos del punto A de la curva Q_1 al B de la curva Q_2 y al C de la curva Q_3 con el paso del tiempo, aumenta la productividad del trabajo.

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

La productividad del trabajo y la renta per cápita*

- ☐ La productividad del trabajo de una economía determina el nivel de vida o renta per cápita de sus ciudadanos.
- ☐ En un determinado año el valor agregado de los bienes y servicios producidos en una economía es igual a los pagos que se efectúan por todos los factores de producción. Son los consumidores los que reciben estos pagos de los factores. Por lo tanto, los consumidores en su conjunto sólo pueden aumentar su nivel de consumo a largo plazo aumentando la cantidad total que producen, es decir aumentando su productividad.
- ☐ Las causas del crecimiento de la productividad son el crecimiento del *stock* de capital y el progreso tecnológico.

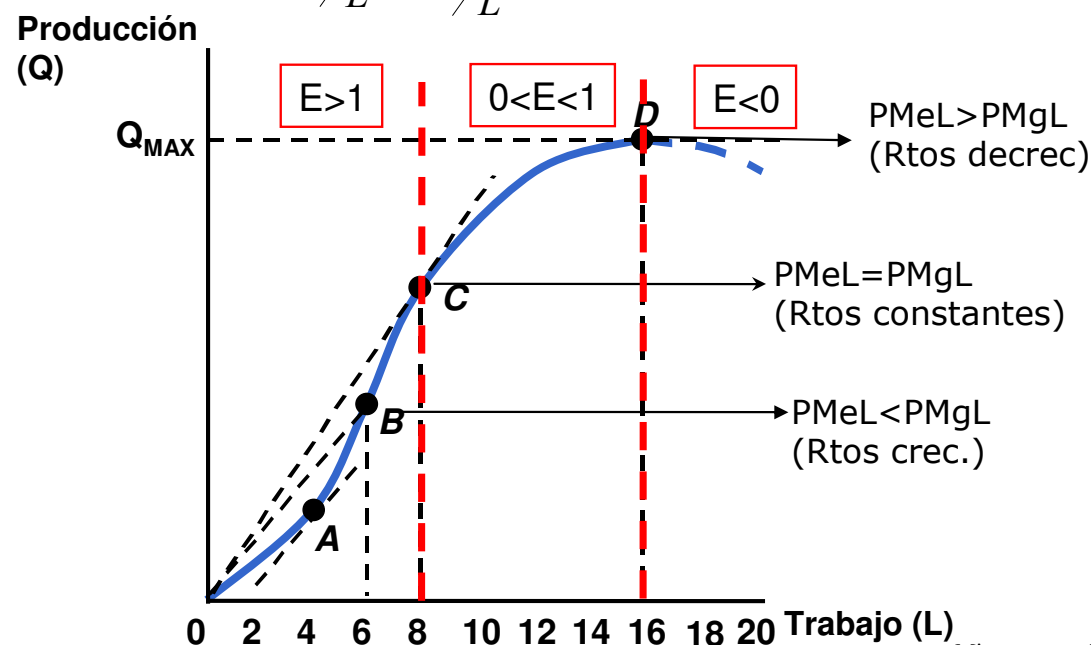
4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

❑ **Elasticidad-producción:** Mide la variación proporcional de la producción ante una variación proporcional de L?

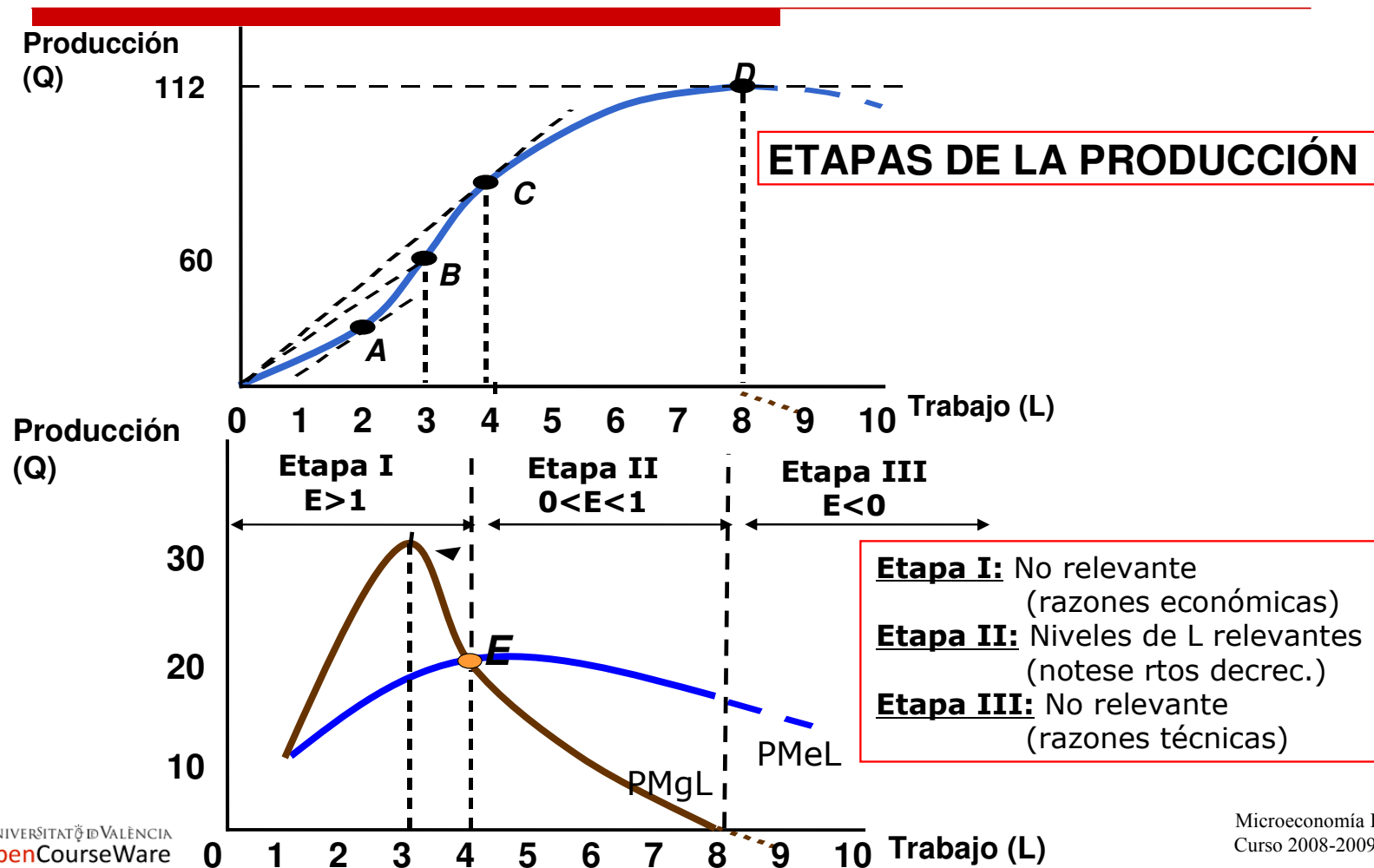
$$E = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\Delta Q / \Delta L}{Q / L} = \frac{PMgL}{PMeL}$$

Casos:

- $PMgL = PMeL$: Rendimientos constantes ($E=1$)
- $PMgL > PMeL$: Rendimientos crecientes ($E>1$)
- $PMgL < PMeL$: Rendimientos decrecientes ($E<1$)

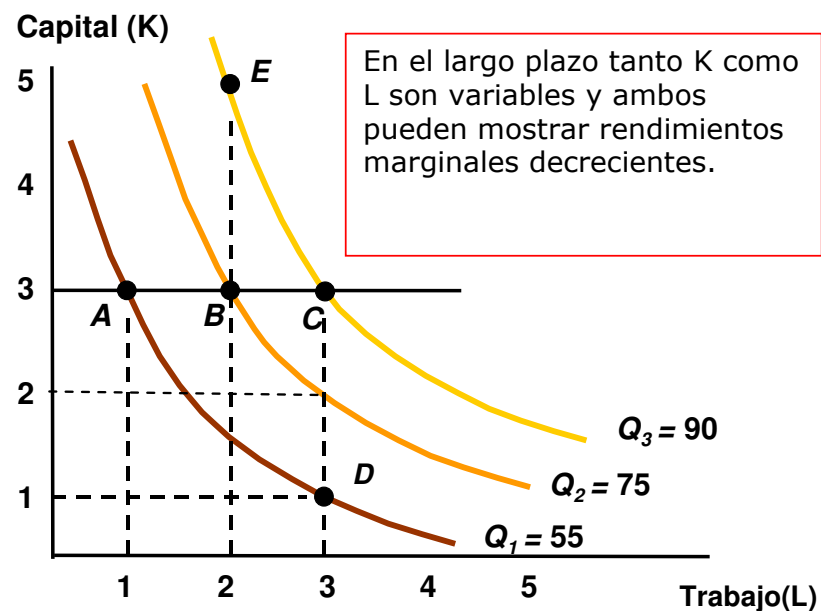


4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable



4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

- ❑ Existe una relación entre la producción y la productividad.
- ❑ En la producción a largo plazo, K y L son variables.
- ❑ K es 3 y L aumenta de 0 a 1, a 2 y a 3:
 - El nivel de producción aumenta en una relación decreciente (55, 20, 15), mostrando que el trabajo tiene rtos. decrec.
- ❑ L es 3 y K aumenta de 0 a 1 a 2 y a 3:
 - El nivel de producción también aumenta de forma decreciente (55, 20, 15), debido a los rtos decrec.



Fuente: Gráfica obtenida a partir de PR. Figura 6.1., p. 182

4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

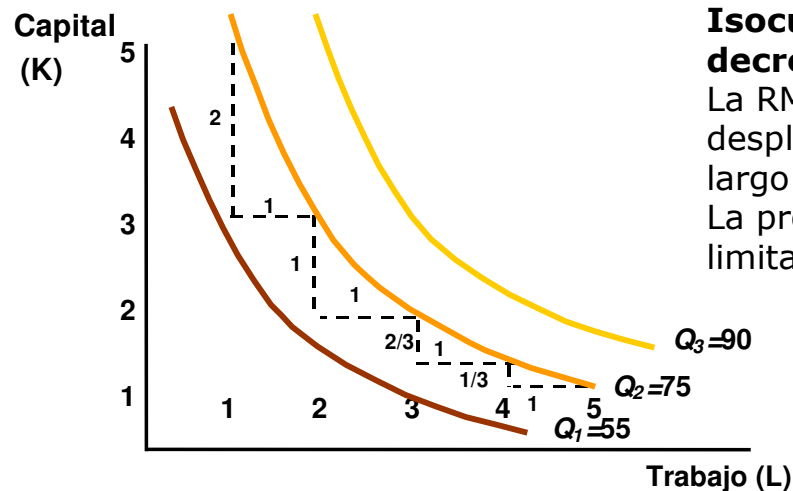
- A largo plazo, la empresa puede variar la cantidad de todos los factores de producción.
- $PMgL > 0$, $PMgK > 0$, luego si aumenta L , debe disminuir K para mantener la producción constante (pendiente negativa de la isocuanta)

La Relación Marginal de Sustitución Técnica (RMST):

- **RMST:** Refleja la relación a la que puede sustituirse un factor por otro manteniendo constante la producción a lo largo de una isocuanta.
- **La sustitución de los factores:**
 - Ejemplos de opciones técnicas (Cajeros (automáticos vs. humanos), banca (tradicional vs. telefónica/internet), segado trigo (manual vs. mecanizado), etc.)
 - La pendiente de cada isocuanta indica cómo pueden intercambiarse dos factores sin alterar el nivel de producción. (RMST):*

$$RMST = - \frac{\text{Variación de la cantidad de capital}}{\text{Variación de la cantidad de trabajo}} = - \frac{\Delta K}{\Delta L} \quad (\text{manteniendo fijo el nivel de } Q)$$

4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables



Isocuantas convexas y RMST decreciente:*

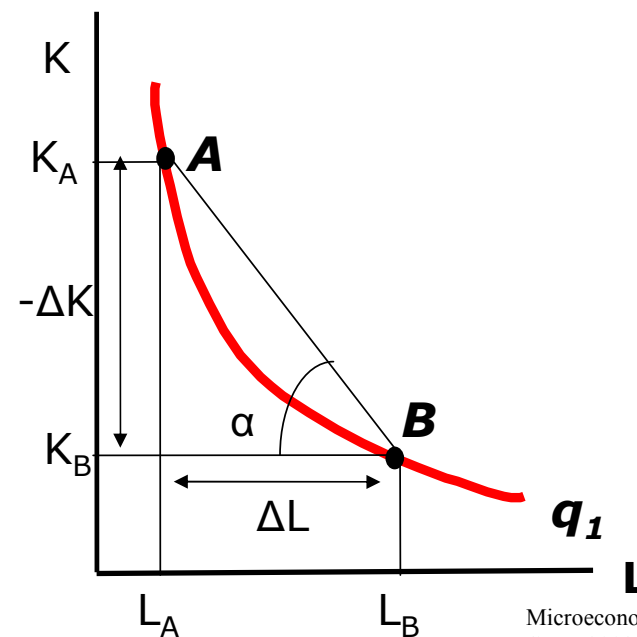
La RMST disminuye a medida que nos desplazamos en sentido descendente a lo largo de una isocuanta ($dRMST/dL < 0$). La productividad de cualquier factor es limitada.

La pendiente (negativa) de una isocuanta en un punto es la RMST en ese punto:

$$RMST_{KL}^{AB} = - \frac{\Delta K}{\Delta L} \Big|_{\bar{q}}$$

$$\Delta L \rightarrow 0$$

$$RMST_{KL}^A = - \frac{dK}{dL} \Big|_{\bar{q}}$$



4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

❑ Observaciones:

- Cuando se incrementa el trabajo de 1 unidad a 5, la *RMST* desciende de 1 a 1/2.
- La *RMST* decreciente aparece debido a los rendimientos decrecientes. Eso implica que las isocuantas son convexas.
- La *RMST* y la productividad marginal:
 - ➔ La variación de la producción a causa de una variación del trabajo es:
 $(PMgL)(\Delta L)$
 - ➔ La variación de la producción a causa de una variación de capital es:
 $(PMgK)(\Delta K)$
 - ➔ Si la producción se mantiene constante y se incrementa el trabajo, entonces:*

$$(PMgL)(\Delta L) + (PMgK)(\Delta K) = 0$$

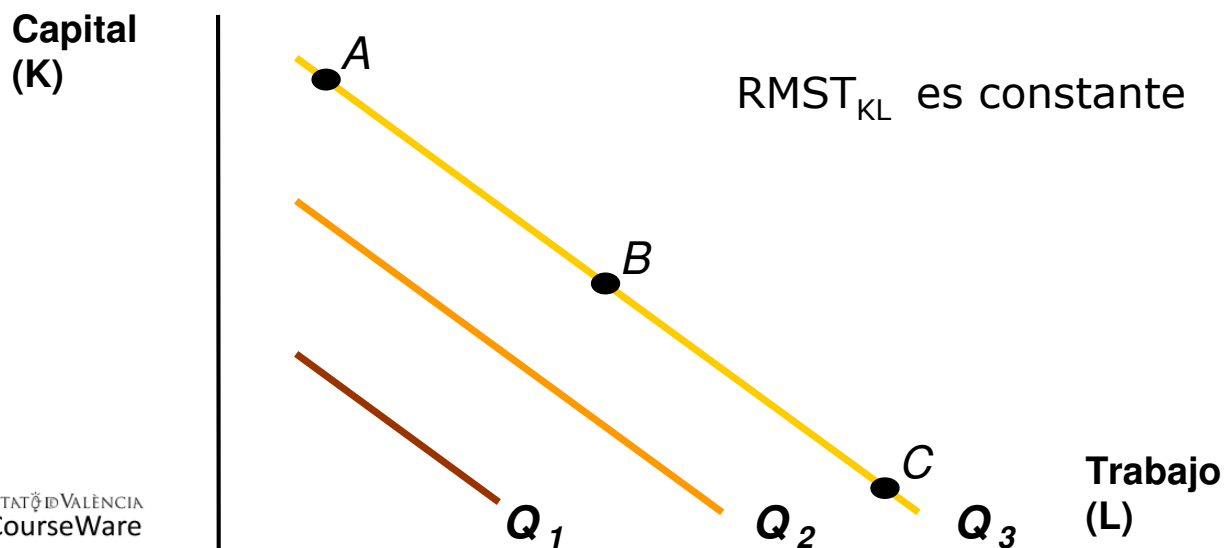
$$(PMgL)/(PMgK) = -(\Delta K / \Delta L) = RMST$$

4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

❑ CASOS ESPECIALES:

1) Tecnología de sustitución perfecta (los factores son perfectamente sustituibles o **Sustitutos perfectos**):

- RMST es constante. Es posible obtener el mismo nivel de producción por medio de una combinación equilibrada (A , B , o C).
- Ejemplo: cabinas de peaje de las autopistas, etc.



Fuente: Gráfico obtenido a partir de PR. Gráfico 6.9, p. 198.

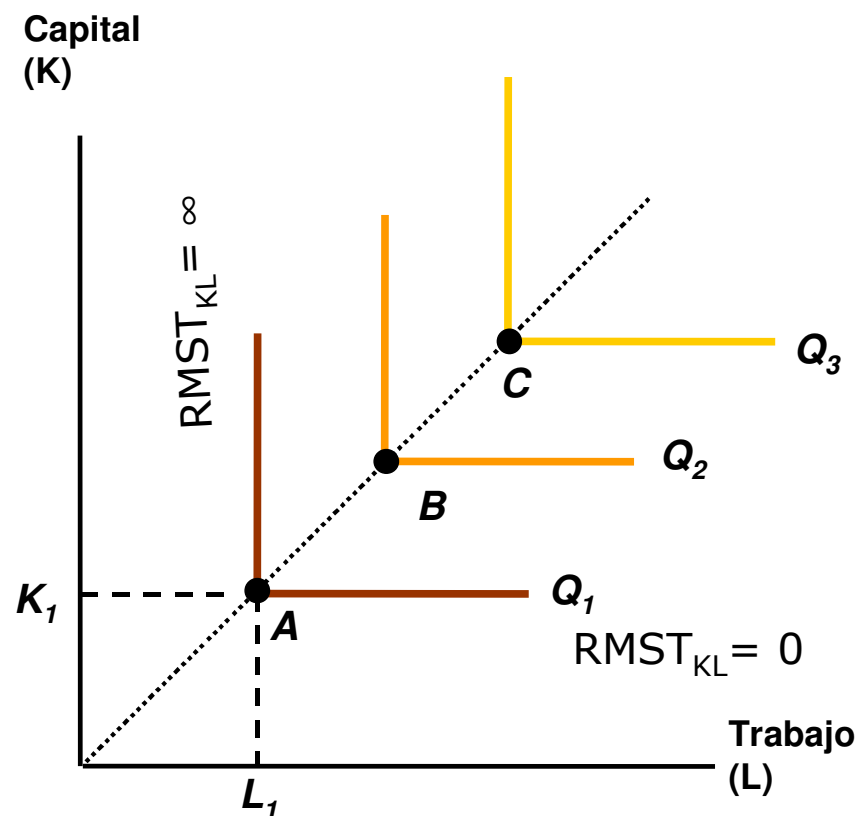
Microeconomía I
Curso 2008-2009

4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

CASOS ESPECIALES:

2) Tecnología de proporciones fijas Leontief (complementos perfectos): *

- Es imposible sustituir un factor por otro. Cada nivel de producción requiere una determinada cantidad de cada factor (por ejemplo: el trabajo y el martillo neumático).
- Para aumentar la producción se requiere más trabajo y capital (es decir, moverse de A a B y a C, lo que es técnicamente eficaz).



Fuente: Gráfico obtenido a partir de PR. Gráfico 6.9, p. 198.

4.5. Los rendimientos de escala

- ❑ Expresan la tasa a la que aumenta la producción cuando se incrementan los factores proporcionalmente.*
- ❑ Si la función de producción es $Q = F(K, L)$ y todos los factores productivos se multiplican por la misma constante positiva, m (donde $m > 1$), podemos catalogar los rendimientos a escala de la función de producción como sigue:

$$\text{Rend. crecientes a escala} \quad \underbrace{F(mK_0, mL_0)}_{Q_1} > \underbrace{mF(K_0, L_0)}_{Q_0} = mQ_0$$

$$\text{Rend. constantes a escala} \quad \underbrace{F(mK_0, mL_0)}_{Q_1} = \underbrace{mF(K_0, L_0)}_{Q_0} = mQ_0$$

$$\text{Rend. decrecientes a escala} \quad \underbrace{F(mK_0, mL_0)}_{Q_1} < \underbrace{mF(K_0, L_0)}_{Q_0} = mQ_0$$

4.5. Los rendimientos de escala

❑ Relación de la escala (volumen) de una empresa y la producción:

▪ **Rendimientos crecientes de escala:**

→ Cuando una “duplicación” de los factores aumenta más del doble la producción. $F(mL, mK) > mQ$

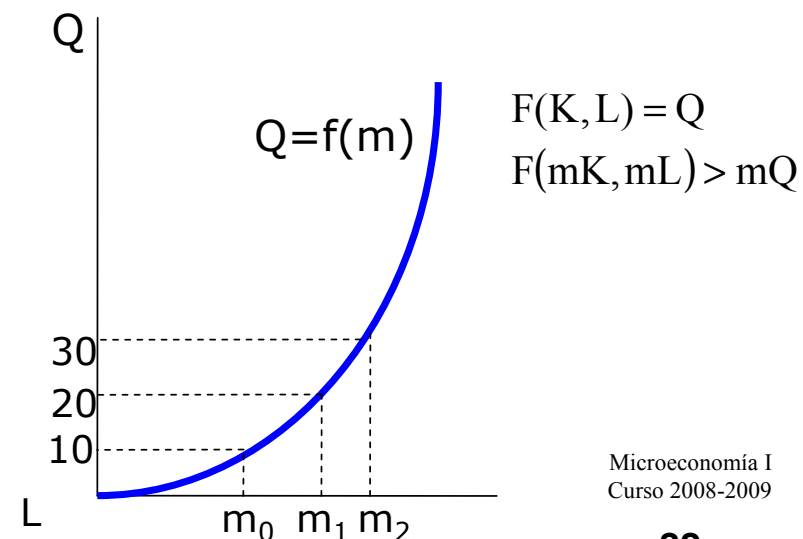
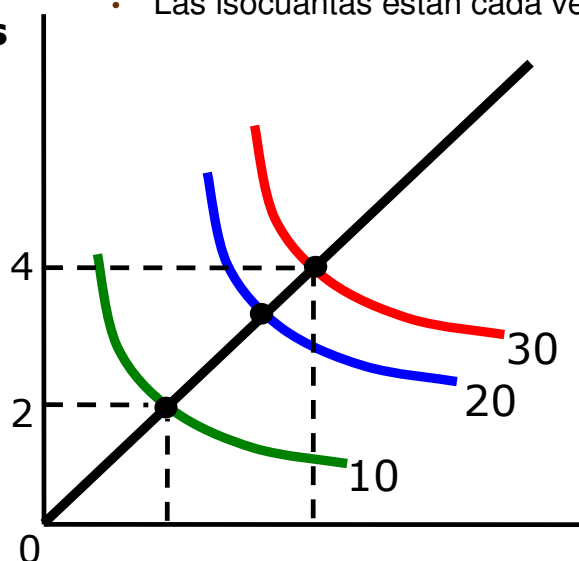
- Mayor producción asociada a costes bajos (automóviles).
- Una empresa es más eficiente que otras (suministro eléctrico).
- Las isocuantas están cada vez más cerca unas de otras.

Rendimientos crecientes:

las isocuantas están cada vez más cerca

Fuente: Gráfico obtenido a partir de PR. Gráfico 6.11, p. 202.

VNIVERSITAT ID VALÈNCIA
OpenCourseWare



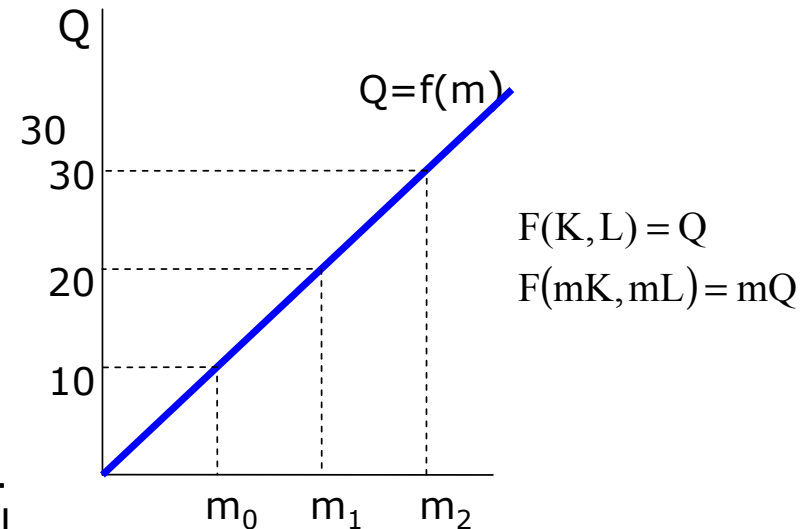
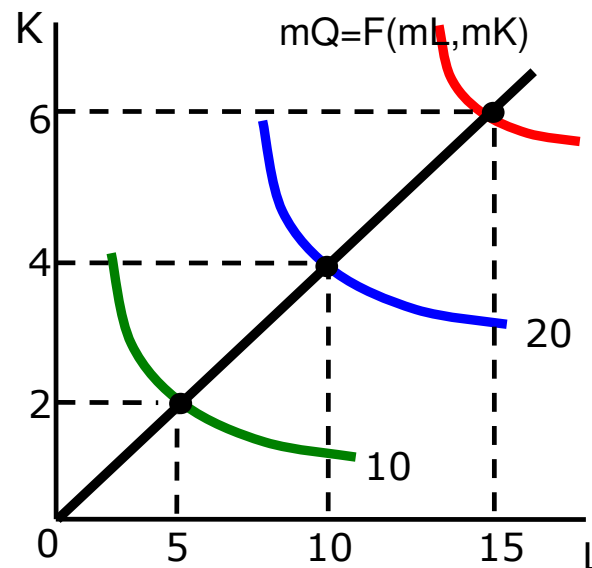
Microeconomía I
Curso 2008-2009

4.5. Los rendimientos de escala

❑ Rendimientos constantes de escala:

- Cuando una duplicación de los factores provoca una duplicación de la producción

Rendimientos constantes:
las isocuantas guardan la misma distancia



Fuente: Gráfico
obtenido a partir
de PR. Gráfico
6.11, p. 202.

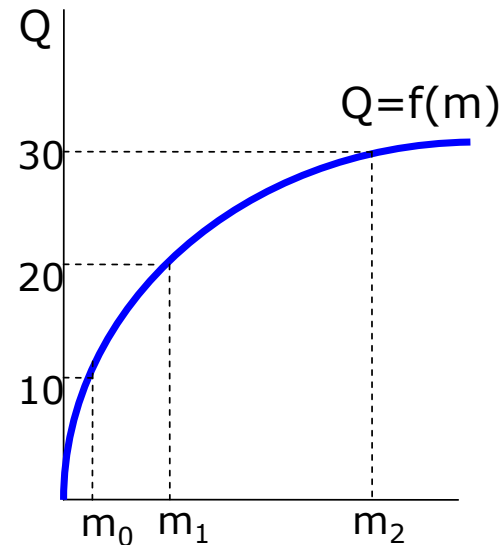
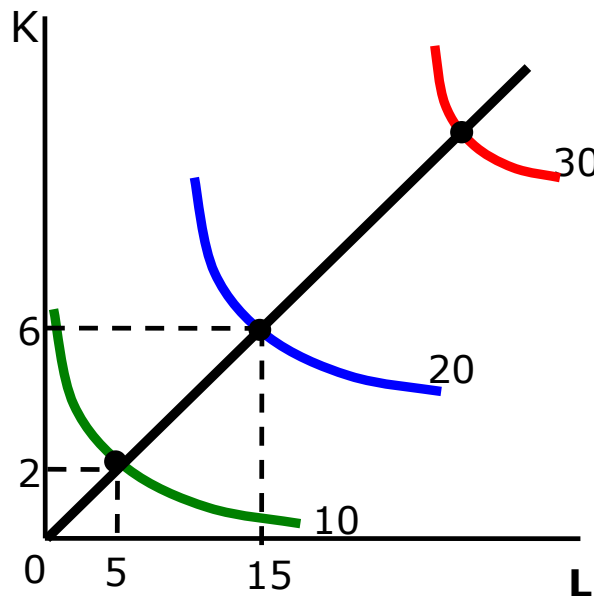
4.5. Los rendimientos de escala

❑ Rendimientos decrecientes de escala:

- Cuando una duplicación de los factores provoca un aumento de la producción tal que ésta no llega a duplicarse. $F(mL, mK) < mQ$
 - ➔ Disminuye la eficacia con escalas mayores, se reduce la capacidad empresarial.

Rendimientos decrecientes:
las isocuantas están cada vez más lejos

Fuente:
Gráfico
obtenido a
partir de PR.
Gráfico 6.11,
p. 202.



$$F(K, L) = Q$$

$$F(mK, mL) < mQ$$

❑ ¡¡¡CUIDADO!!! No confundir rendimientos a escala de/crecientes con rendimientos marginales de/crecientes del trabajo. El primero es de LP y el segundo de CP.

4.5. Algunas funciones de producción comunes

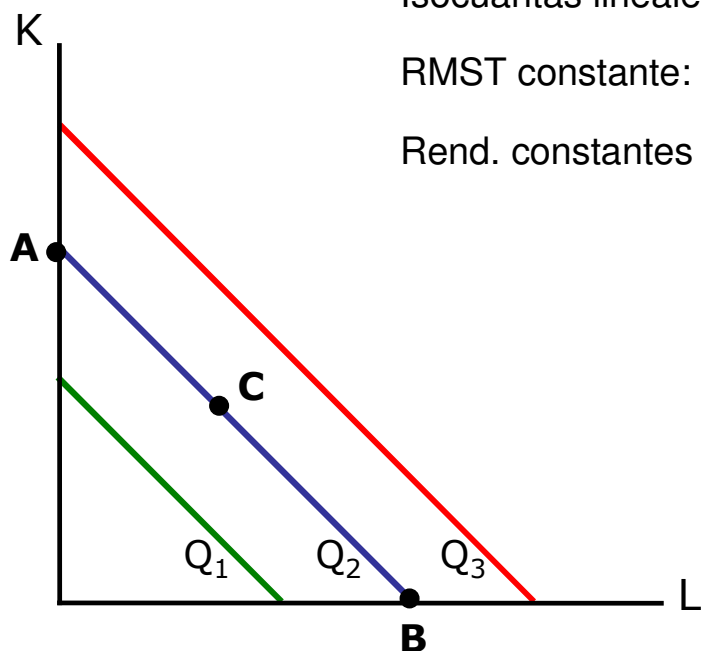
FUNCION DE PRODUCCION LINEAL

Factores sustitutivos perfectos: $Q = a K + b L$ ($a, b > 0$)

Isocuantas lineales: $K = (q/a) - (b/a) L$

RMST constante: $RMST = b/a$

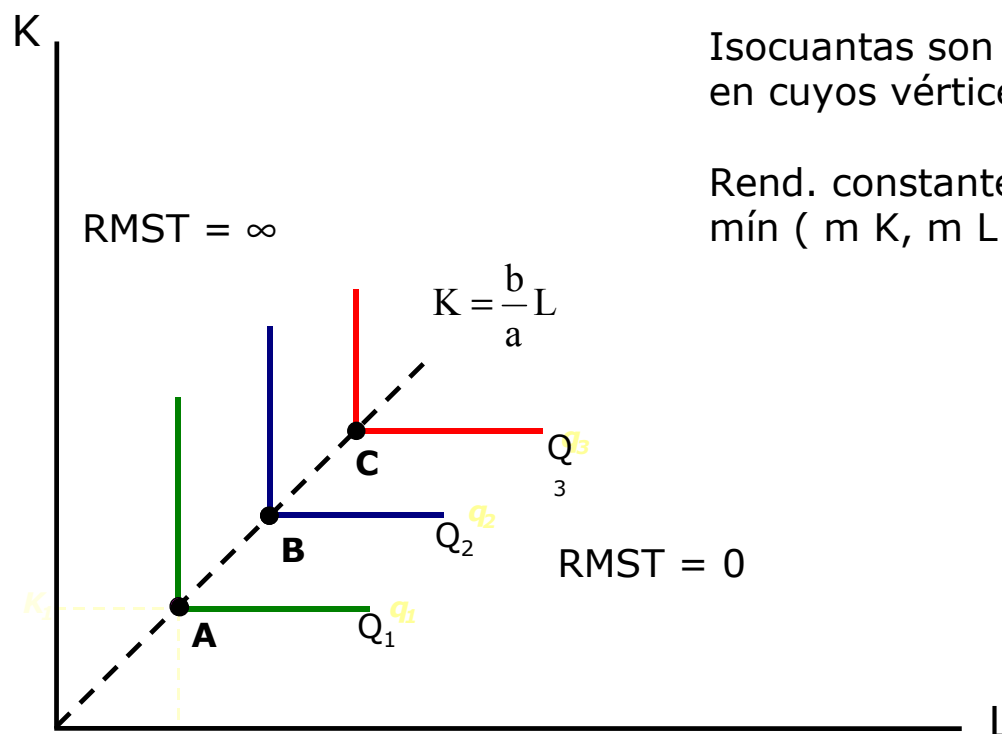
Rend. constantes a escala: $a(mK) + b(mL) = mQ$



4.5. Algunas funciones de producción comunes

FUNCION DE PRODUCCIÓN DE PROPORCIONES FIJAS:

Factores complementarios perfectos: $Q = \min(aK, bL)$ ($a, b > 0$)



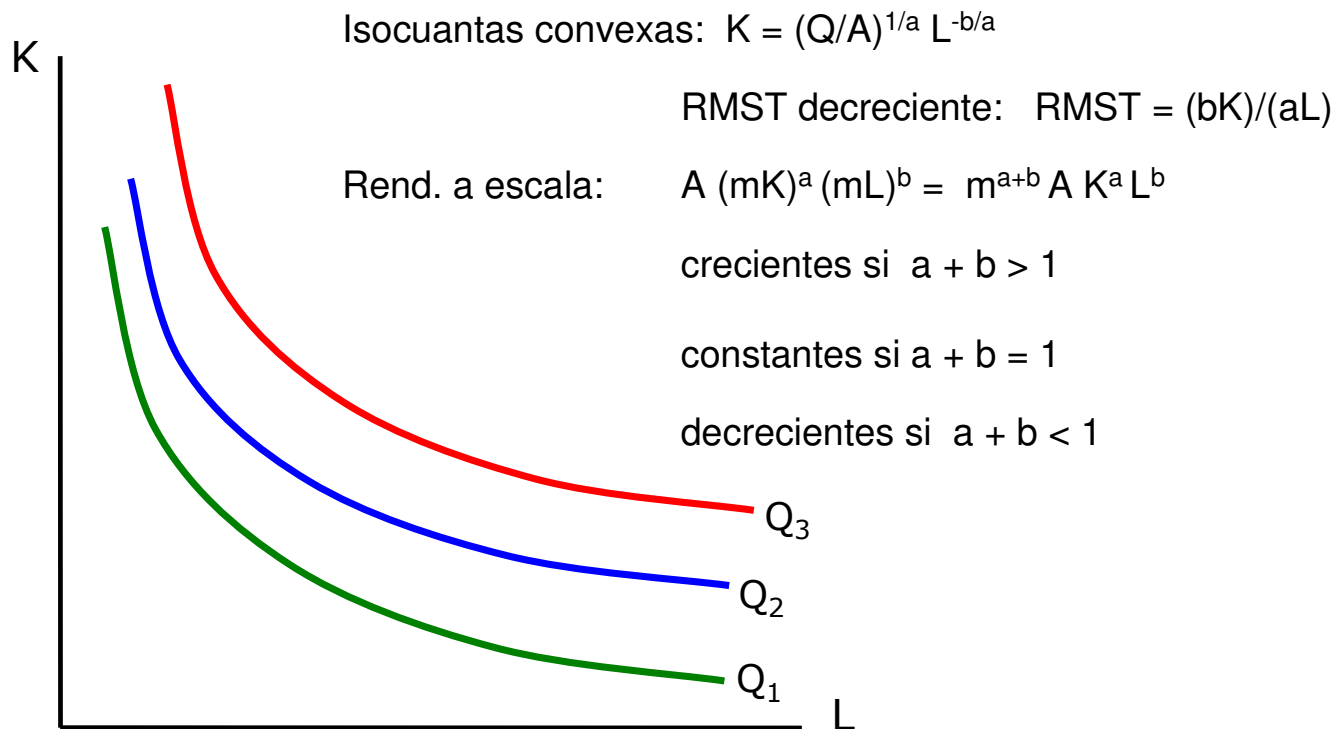
Isocuantas son ángulos rectos
en cuyos vértices: $aK = bL$

Rend. constantes a escala:
 $\min(mK, mL) = mQ$

4.5. Algunas funciones de producción comunes

FUNCION DE PRODUCCIÓN DE COBB-DOUGLAS:

❑ **Cobb-Douglas:** $Q = A K^a L^b$ ($A, a, b > 0$)



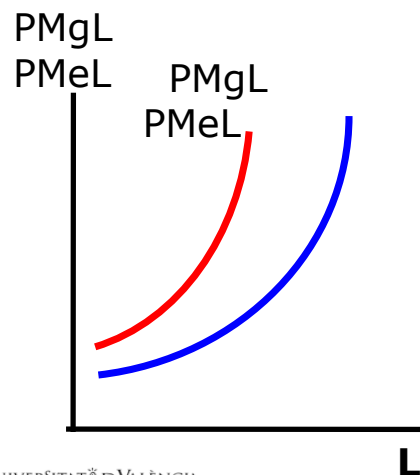
4.5. Algunas funciones de producción comunes

❑ Función de prod. Cobb-Douglas: $Q = AK^a L^b$, $A, a, b > 0$

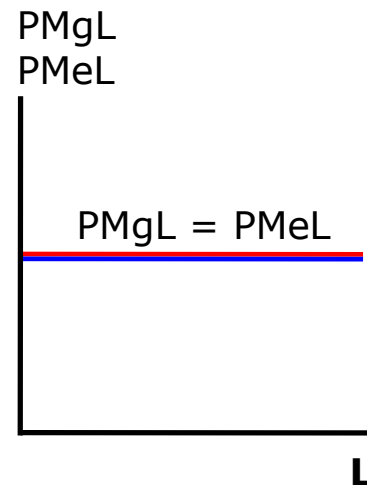
$$PMg_L = bAK^a L^{b-1}; \quad \frac{\partial PMg_L}{\partial L} = (b-1)bAK^a L^{b-2}$$

$$PMe_L = AK^a L^{b-1}; \quad \frac{\partial PMe_L}{\partial L} = (b-1)AK^a L^{b-2}$$

Si $b > 1$: PMg_L y PMe_L son crecientes y $PMg_L > PMe_L$.



Si $b = 1$: PMg_L y PMe_L son constantes y $PMg_L = PMe_L$



Si $b < 1$: PMg_L y PMe_L son decrecientes y $PMg_L < PMe_L$

