



Tema 4

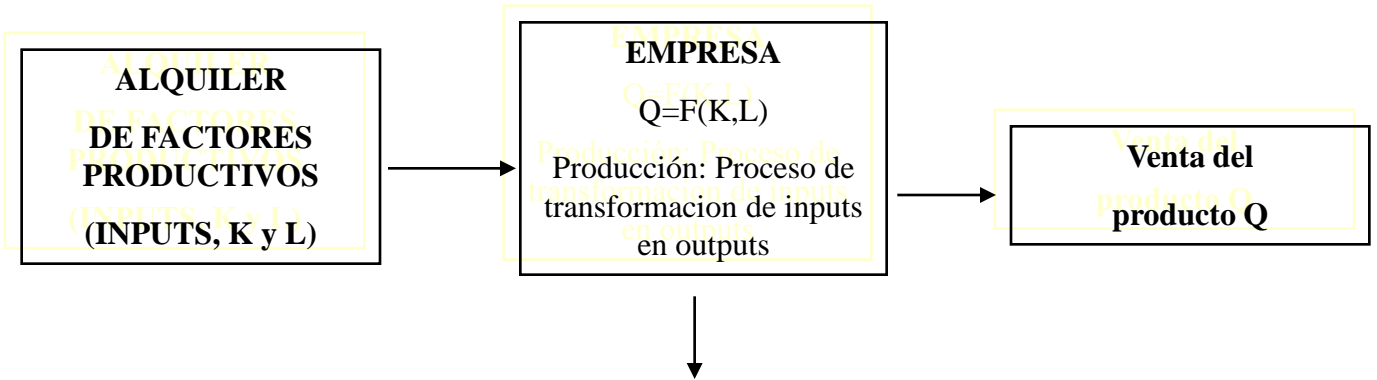
Producción

(Cap.6, y pp. 252-255 del
apéndice)

Introducción

- Consumidores: Max U
- Empresas: Max $B^0 \rightarrow$ Max. Producción
s.a. Costes
- Las empresas deben decidir qué producir y cómo.
- Ahora nos centramos en la **oferta** de un mercado: las **empresas**
- La empresa como unidad económica de producción:
 - compra o alquila los factores de producción (*inputs*)
 - los transforma mediante una tecnología (*función de producción*)
 - obtiene una producción (*output*)
 - vende el producto
 - obtiene una rentabilidad o beneficio

Introducción



Genera $B^{\circ}=IT-CT$

$$B^{\circ}=IT - CT = p Q - (rK + wL)$$

4.1. La función de producción

- Vamos a analizar la función de producción, es decir:
 - El proceso de combinar los factores de producción para conseguir un producto.
- Existen varios tipos factores de producción:
 - Trabajo.
 - Capital.
 - Etc.
- **La función de producción** Indica el máximo nivel de producción que puede obtener una empresa con cada combinación específica de factores aplicados al estado de una tecnología dada.
 - Muestra lo que es técnicamente viable cuando la empresa produce eficientemente (eficiencia técnica)
 - La función de producción para dos factores (dada una tecnología):

$$Q = F(K, L)$$

Q = producción, K = capital, L = trabajo

4.1. La función de producción

■ Supuestos:

- La producción de alimentos utiliza dos factores:
 - ➔ Trabajo (L) y capital (K).

■ Observaciones:

- Para cualquier nivel de K , la producción aumenta a medida que se incrementa la cantidad de L .
- Para cualquier nivel de L , la producción aumenta a medida que se incrementa la cantidad de K .
- Varias combinaciones de factores producen el mismo nivel de producción.

4.1. La función de producción

■ Corto plazo vs. Largo plazo:

● Corto plazo:

- Periodo de tiempo en el que no es posible alterar las cantidades de uno o más factores de producción.
- Dichos factores se denominan factores fijos.

● Largo plazo:

- Periodo de tiempo necesario para que todos los factores de producción sean variables.
- El CP y LP es diferente según cada empresa (ejemplos)
- Todos los factores fijos a corto plazo representan los resultados de decisiones a largo plazo tomadas anteriormente en función de las estimaciones de las empresas sobre lo que sería rentable producir y vender.

■ **Función de producción**

$Q = F(K, L, \cdot) = F(K, L)$ largo plazo: factores variables

$Q = F(K_0, L, \cdot) = f(L)$ corto plazo: algún factor fijo

4.2. Las Isocuantas

■ Isocuantas:

- Curvas que muestran todas las combinaciones posibles de factores (eficientes técnicamente) que generan el mismo nivel de producción.
- Diferentes combinaciones de factores producen el mismo nivel de producción.
- Para cualquier cantidad dada de un factor, la producción suele aumentar cuando incrementamos la cantidad del otro factor.
- Similares a las curvas de indiferencia del consumidor.

4.2. Las Isocuantas

■ Supuestos:

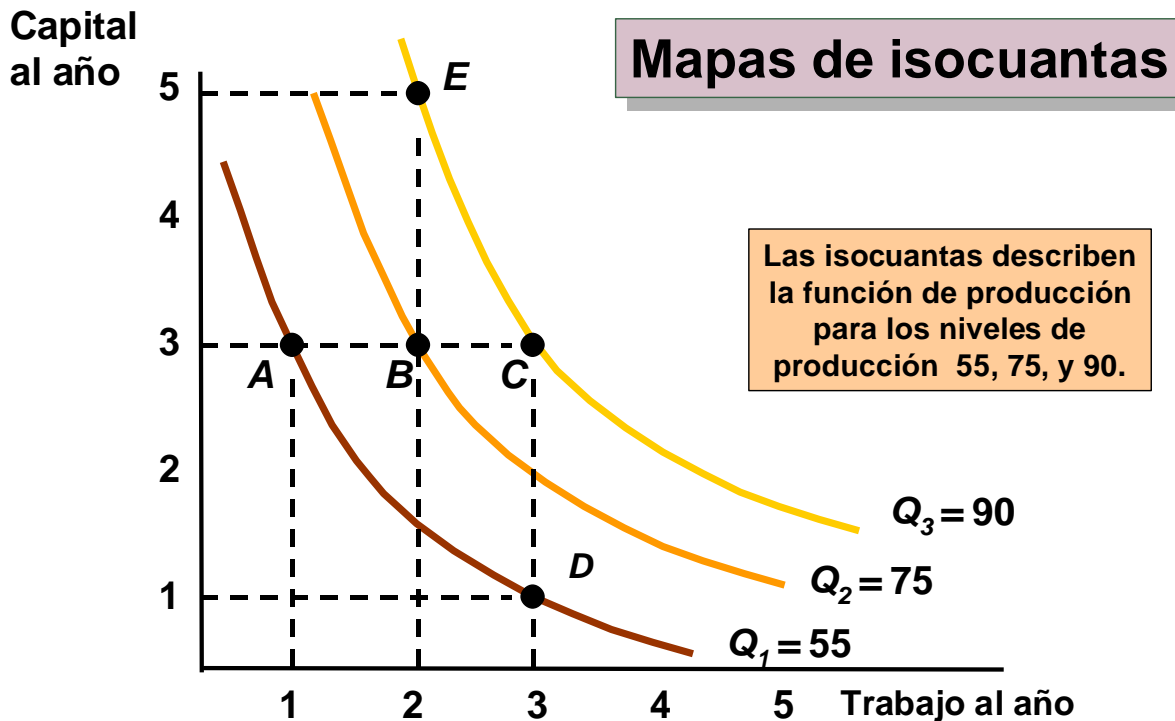
- Rendimientos constantes a escala
 - ➔ Si Δ un m% los inputs, la producción Δ en un m%
 - $mQ = F(mK, mL)$
- Divisibilidad de los factores
- Eficiencia técnica: La empresa no utiliza más factores de producción de los necesarios.

■ Propiedades:

- Decrecientes (ef. Técnica)
- No se cortan (ef. Técnica)
- Convexas
- Cuanto mas alejadas del origen más nivel de Q.

4.2. Las Isocuantas

	Cantidad de trabajo				
Cantidad de capital	1	2	3	4	5
1	20	40	55	65	75
2	40	60	75	85	90
3	55	75	90	100	105
4	65	85	100	110	115
5	75	90	105	115	120



4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

- A corto plazo algún factor productivo es fijo.
- Consideraremos que el factor fijo es el capital, mientras que el trabajo es variable.
- Función de producción a corto plazo:
 $Q = F(K_0, L) = f(L)$
- A corto plazo, la empresa podrá variar el nivel de producción alterando la cantidad utilizada de trabajo.

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

Cantidad de trabajo (L)	Cantidad de capital (K)	Producción total (Q)	Producto medio	Producto marginal
0	10	0	---	---
1	10	10	10	10
2	10	30	15	20
3	10	60	20	30
4	10	80	20	20
5	10	95	19	15
6	10	108	18	13
7	10	112	16	4
8	10	112	14	0
9	10	108	12	-4
10	10	100	10	-8

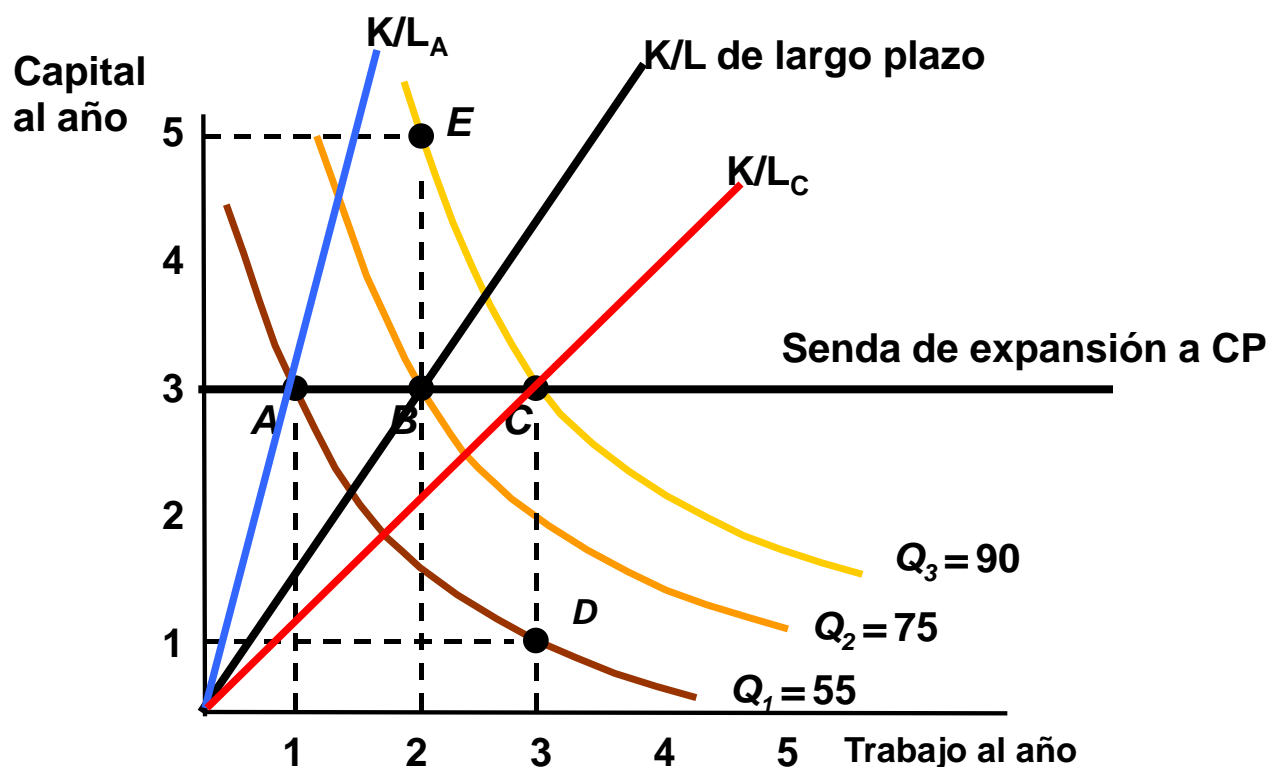
$$PM_eL = Q/L$$

$$PM_g = \Delta Q / \Delta L$$

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

- A Corto plazo las empresas no pueden cambiar de forma rápida el K:

- $Q = F(\bar{K}, L)$
- La única forma de ΔQ es ΔL .



4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

■ Observaciones:

- Con trabajadores adicionales, la producción (Q) aumenta, alcanza un punto máximo y luego decrece.
- El producto medio del trabajo (PM_{e_L}), o nivel de producción por unidad de trabajo, aumenta inicialmente, pero luego disminuye.

$$PM_{e_L} = \frac{\text{Producción}}{\text{Cantidad de trabajo}} = \frac{Q}{L}$$

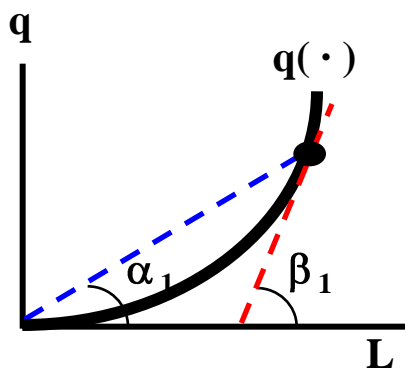
- El producto marginal del trabajo (PM_L), o producción adicional de la cantidad de trabajo, primero aumenta de forma muy rápida, después disminuye y se vuelve negativo.

$$PM_L = \frac{\Delta \text{Producción}}{\Delta \text{Cantidad de trabajo}} = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

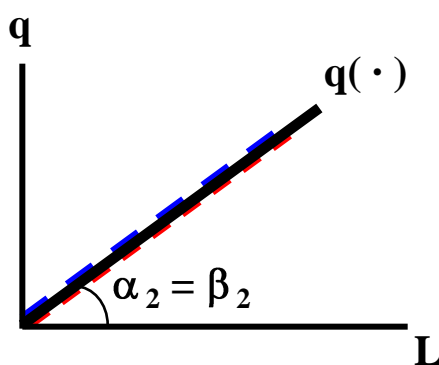
4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

- El Producto Medio del trabajo viene dado por la pendiente de la recta que va desde el origen hasta el punto correspondiente de la curva de producto total.
- El Producto Marginal del trabajo en un punto viene dado por la pendiente del producto total en ese punto.

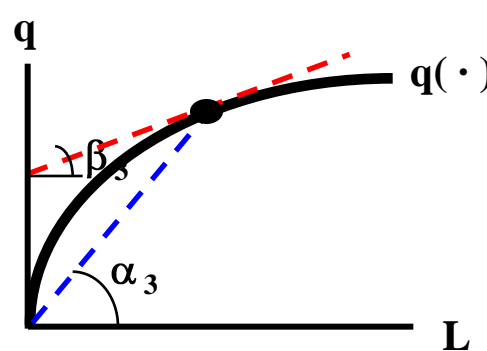
Productividad creciente



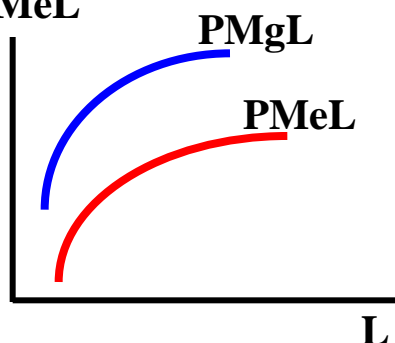
Productividad constante



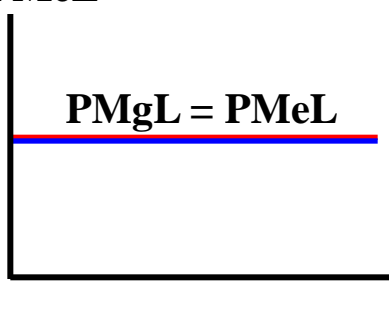
Productividad decreciente



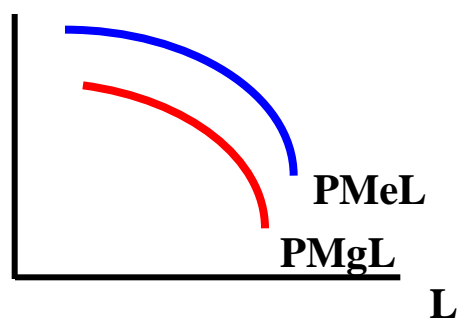
PMgL
PMeL



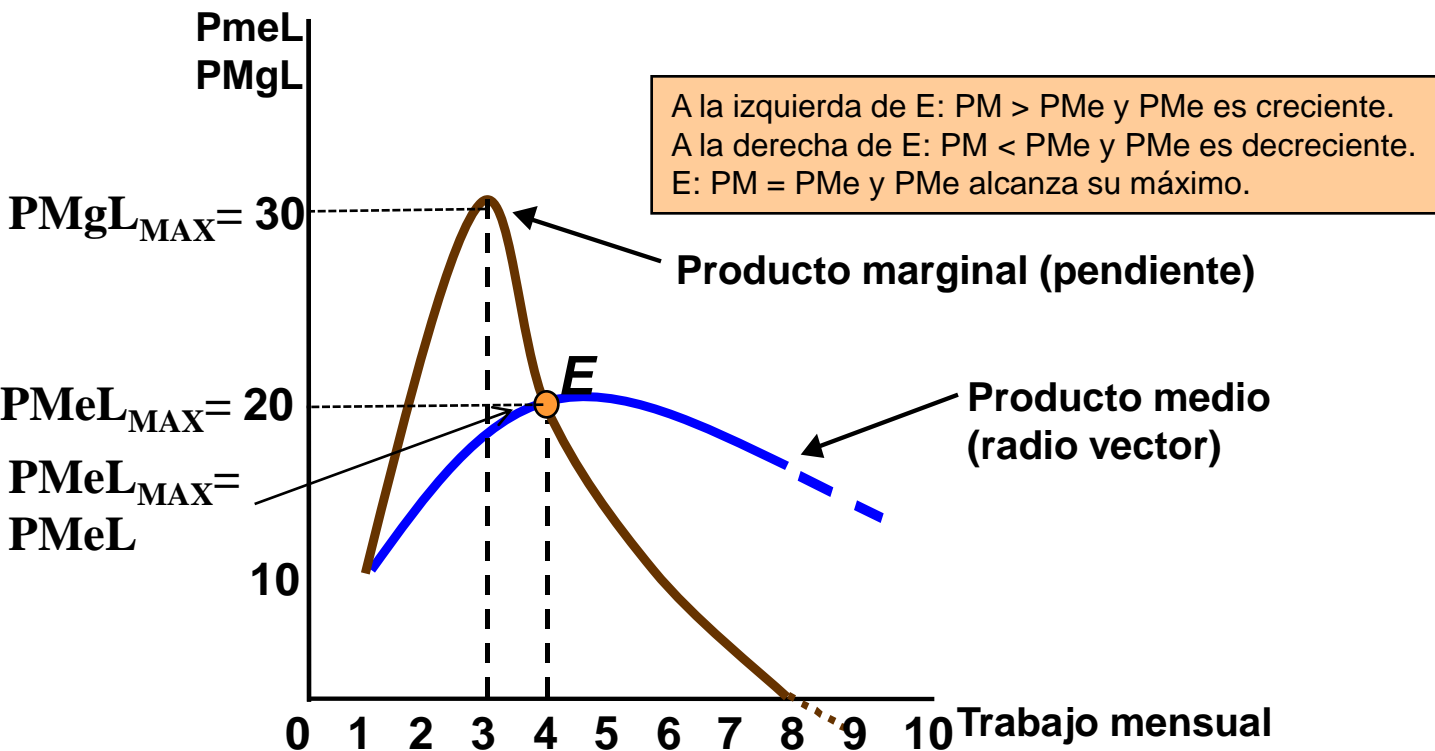
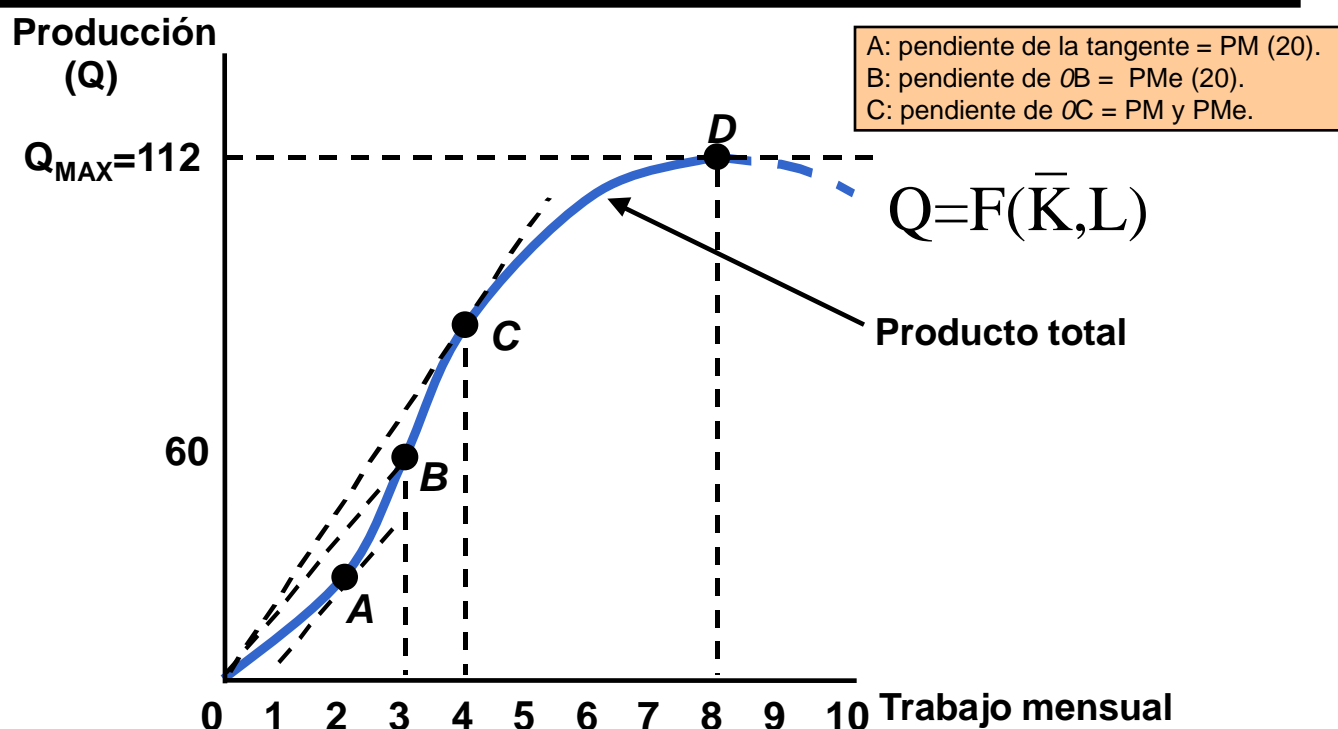
PMgL
PMeL



PMgL
PMeL



4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable



4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

■ Observaciones:

- Cuando $PM = 0$, PT alcanza su máximo.
- Cuando $PM > P_{Me}$, P_{Me} es creciente.
- Cuando $PM < P_{Me}$, P_{Me} es decreciente.
- Cuando $PM = P_{Me}$, P_{Me} alcanza su máximo.

■ ¿Por qué es de esperar, en la práctica, que la curva de producto marginal sea ascendente y luego descendente?:

■ Ley de rto. marginales decrecientes:

- La PM_{gL} y la PM_{gK} son decrecientes → A medida que van añadiéndose cantidades adicionales iguales de un factor, dado el otro, acaba alcanzándose un punto en el que los incrementos de la producción son cada vez menores, es decir, PM disminuye.
- Cuando la cantidad de trabajo es pequeña, PM aumenta debido a la especialización de las tareas realizadas.
- Cuando la cantidad de trabajo es alta, PM disminuye debido a la falta de eficacia.
- Se supone que la calidad de los factores variables es constante.
- En realidad no es una “ley”, sino un rasgo común a muchos procesos productivos

4.3. El Corto Plazo. Rtos del factor vble.

■ Relacion entre PML y PMeL

$$PML = \frac{dQ}{dL} = \frac{dL(Q/L)}{dL} = \frac{d \cdot (LPMeL)}{dL} = PMeL + L \frac{dPMeL}{dL}$$

$$PML - PMeL = L \frac{dPMeL}{dL}$$

$$■ \text{ Si } \frac{dPMeL}{dL} = 0 \rightarrow PML = PMeL$$

$$■ \text{ Si } \frac{dPMeL}{dL} > 0 \rightarrow PML > PMeL$$

$$■ \text{ Si } \frac{dPMeL}{dL} < 0 \rightarrow PML < PMeL$$

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

Ejemplo:

$$q = f(K,L) = 600 K^2 L^2 - K^3 L^3 ; K=10$$

$$Q (K=10) = 60000 L^2 - 1000 L^3$$

$$PMgL = 120000 L - 3000 L^2;$$

$$PMgL = 0 \Rightarrow L = 40 \text{ (máximo } q)$$

$$\frac{\partial PMgL}{\partial L} = 0 \Rightarrow L = 20$$

$$PMeL = 60000 L - 1000 L^2;$$

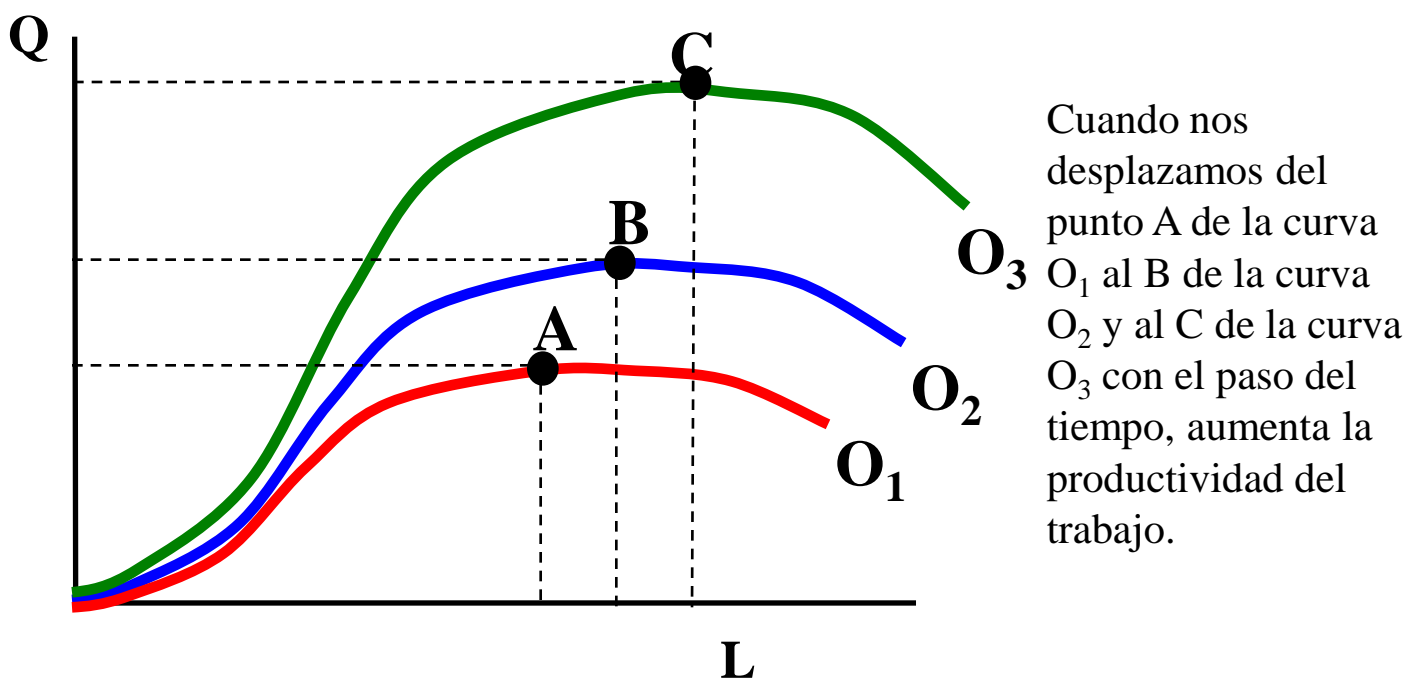
$$\frac{\partial PMeL}{\partial L} = 0 \Rightarrow L = 30 \quad PMgL = PMeL$$

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

El efecto de la mejora tecnológica

La productividad de un factor puede aumentar si mejora la tecnología, si se utilizan los factores de producción de forma más eficiente, aunque los rendimientos marginales de ese factor sean decrecientes

Los aumentos del capital han compensado en muchos casos, a lo largo del tiempo, el efecto de la productividad marginal del trabajo decreciente.



4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

Productividad del trabajo y nivel de vida

- La productividad del trabajo determina el nivel real de vida que puede lograr un país para sus ciudadanos.
- En un año cualquiera , el valor agregado de los bienes y servicios producidos en una economía es igual a los pagos que se efectúan por todos los factores de producción. Son los consumidores los que reciben estos pagos de los factores. Por lo tanto, los consumidores en su conjunto sólo pueden aumentar su nivel de consumo a largo plazo aumentando la cantidad total que producen.
- Causas del crecimiento de la productividad son el crecimiento del stock de capital y el cambio tecnológico.

4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable

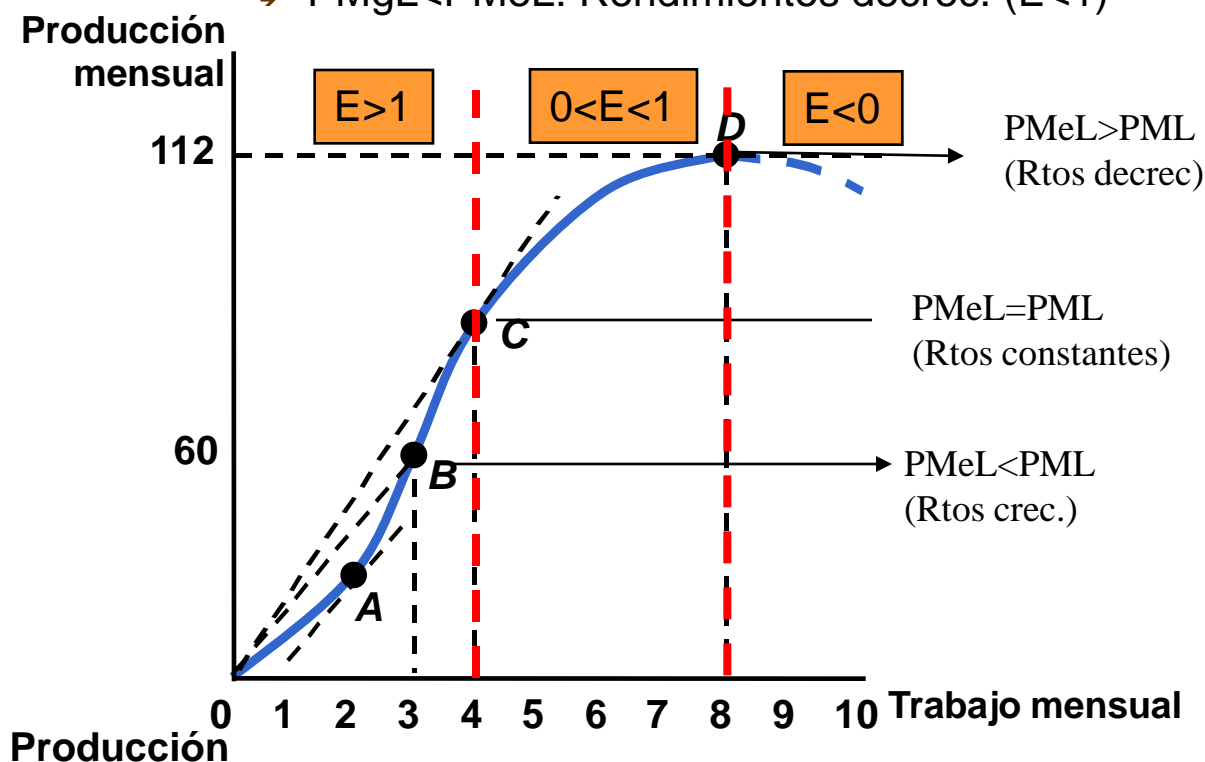
- **Elasticidad:** ¿cómo varía prop. la producción ante una variación propor. de L?

$$E = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta L/L}$$

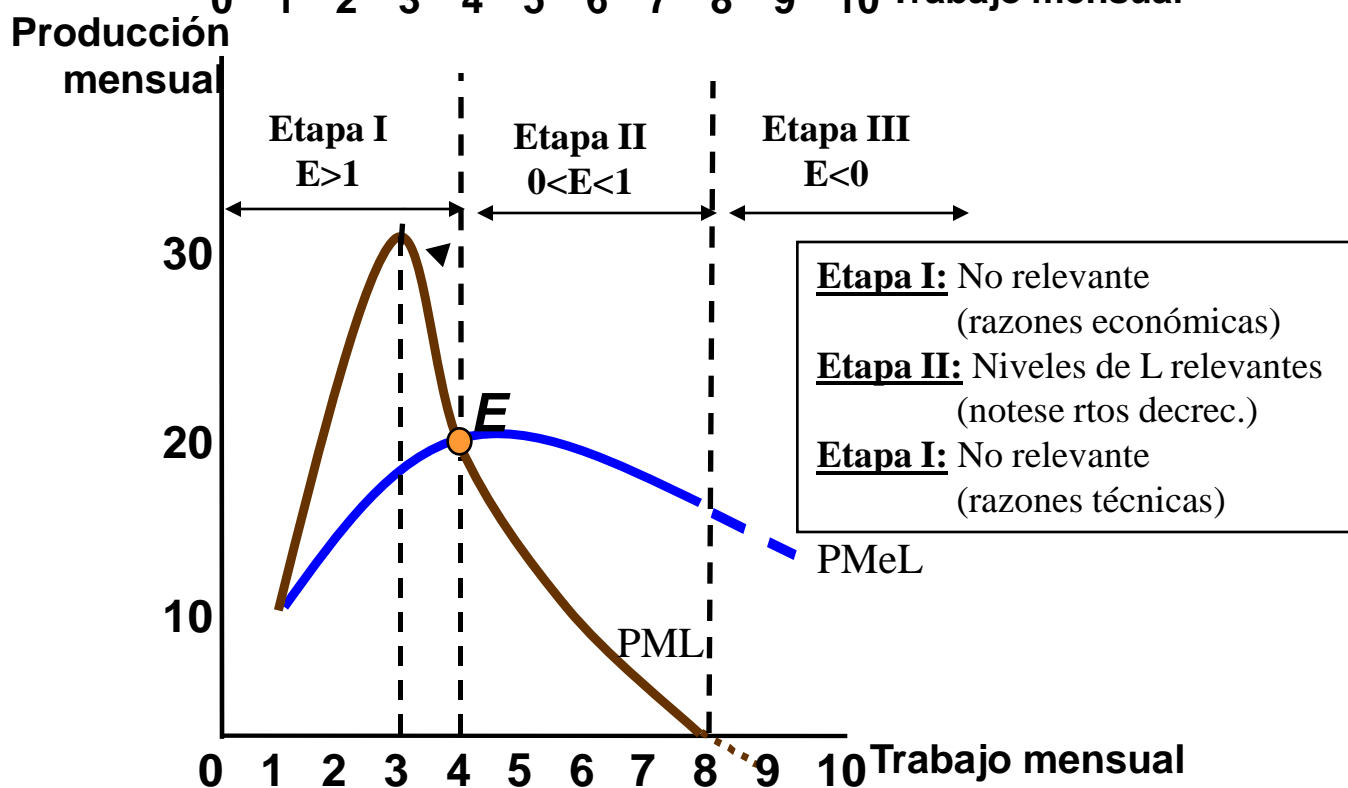
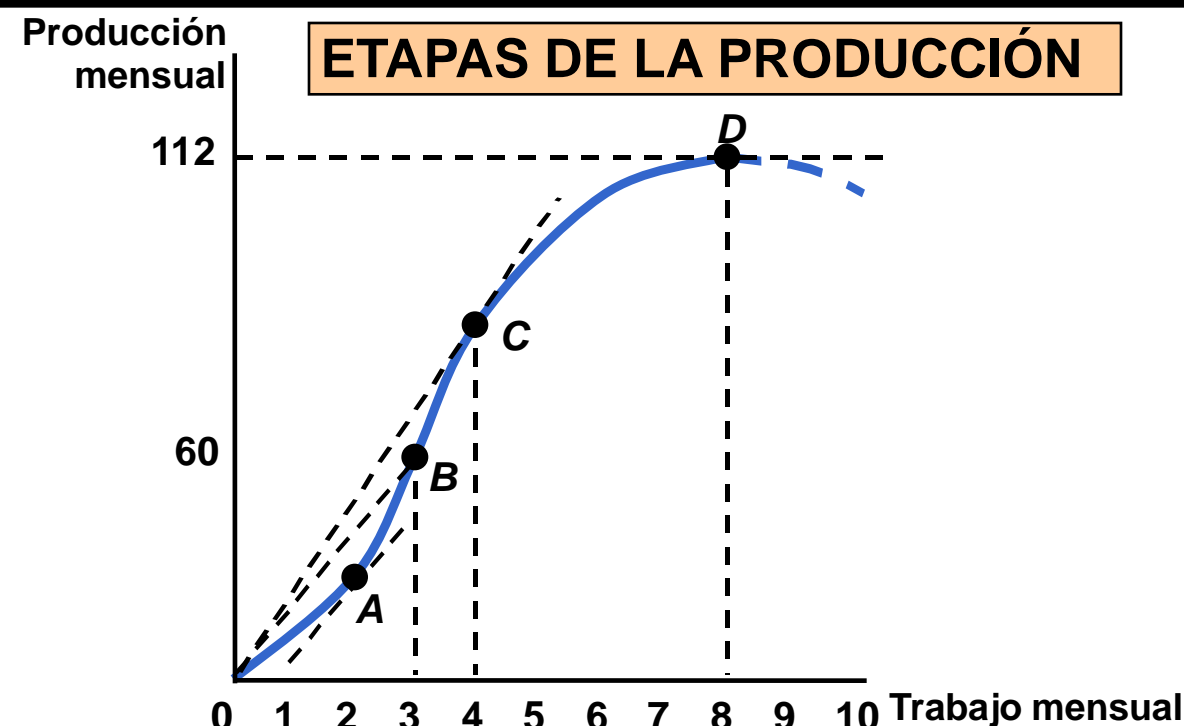
$$E = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta L/L} = \frac{\Delta Q/\Delta L}{Q/L} = \frac{PML}{PMeL}$$

- Casos:

- ➔ $PML = PMeL$: Rendimientos constantes ($E=1$)
- ➔ $PMgL > PMeL$: Rendimientos crecientes ($E>1$)
- ➔ $PMgL < PMeL$: Rendimientos decrec. ($E<1$)

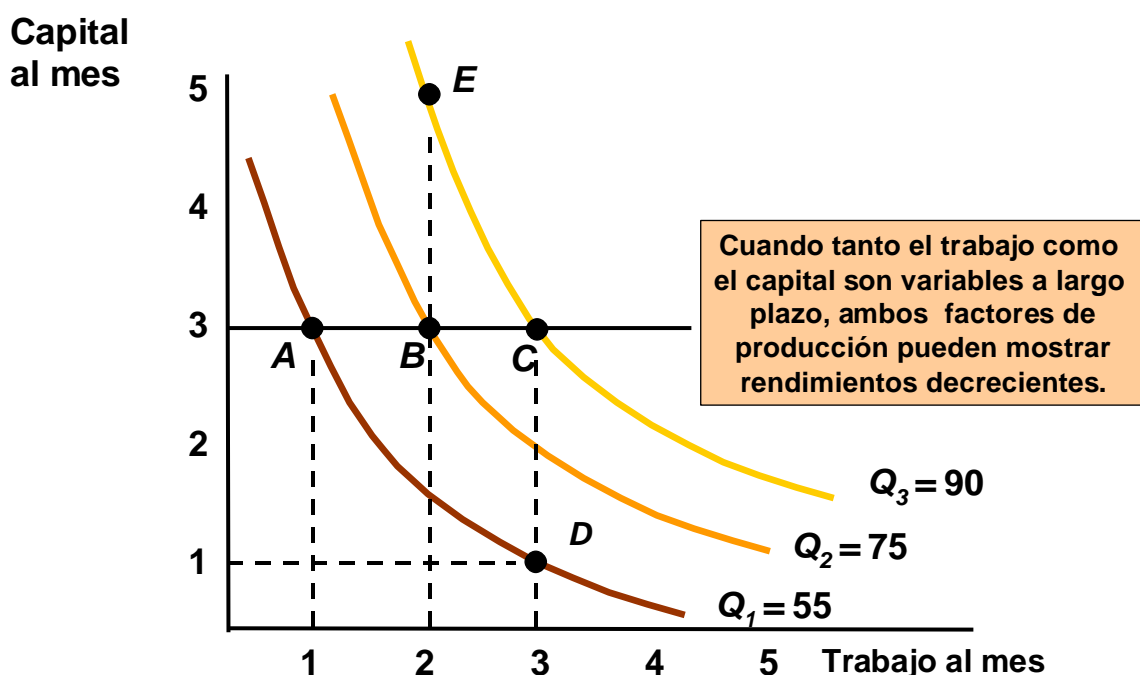


4.3. El Corto Plazo. La producción con un factor variable



4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

- Existe una relación entre la producción y la productividad.
- En la producción a largo plazo, K y L son variables.



- K es 3 y L aumenta de 0 a 1 a 2 y a 3:
 - ➔ El nivel de producción aumenta en una relación decreciente (55, 75, 90), mostrando que el trabajo tiene rendimientos decrecientes.
- L es 3 y K aumenta de 0 a 1 a 2 y a 3:
 - ➔ El nivel de producción también aumenta de forma decreciente (55, 75, 90), debido a los rendimientos decrecientes.

4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

- A largo plazo, la empresa puede variar la cantidad de todos los factores de producción.
- $PMgL > 0$, $PMgK > 0$, luego si aumenta L , debe disminuir K para mantener la producción constante (pendiente negativa de la isocuanta)

La Relación Marginal de Sustitución Técnica:

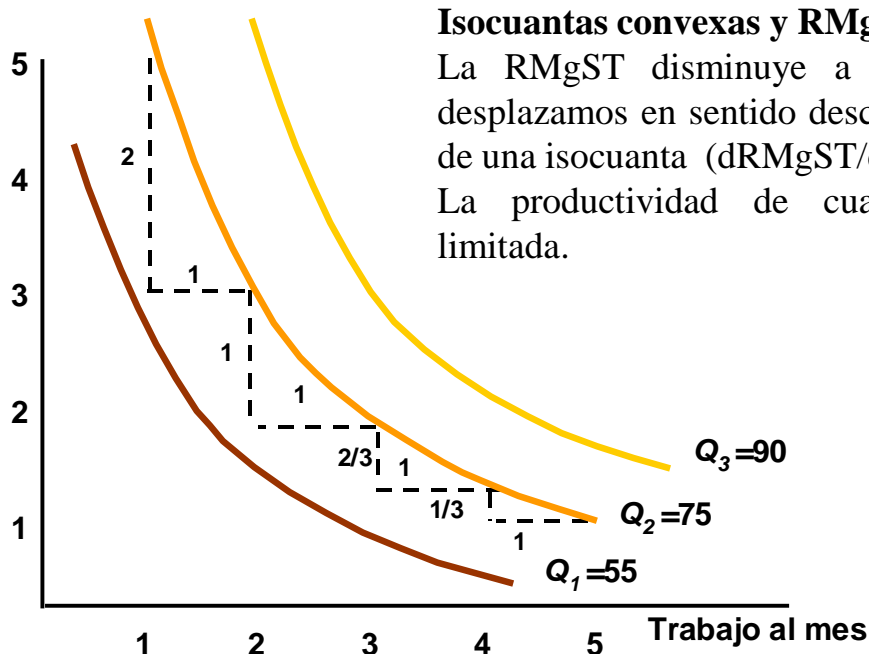
- **RMST:** Indica la relación a la que puede sustituirse un factor por otro manteniendo constante la producción a lo largo de una isocuanta.
- La sustitución de los factores:
 - Ej. de opciones técnicas (ATMs vs. Cajeros humanos, banca telefónica, segado trigo, etc.)
 - La pendiente de cada isocuanta indica cómo pueden intercambiarse dos factores sin alterar el nivel de producción. (RMST):

$$RMST = - \frac{\text{Variación de la cantidad de capital}}{\text{Variación de la cantidad de trabajo}}$$

$$RMST = - \frac{\Delta K}{\Delta L} \text{ (manteniendo fijo el nivel de } Q \text{)}$$

4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

Capital
al mes

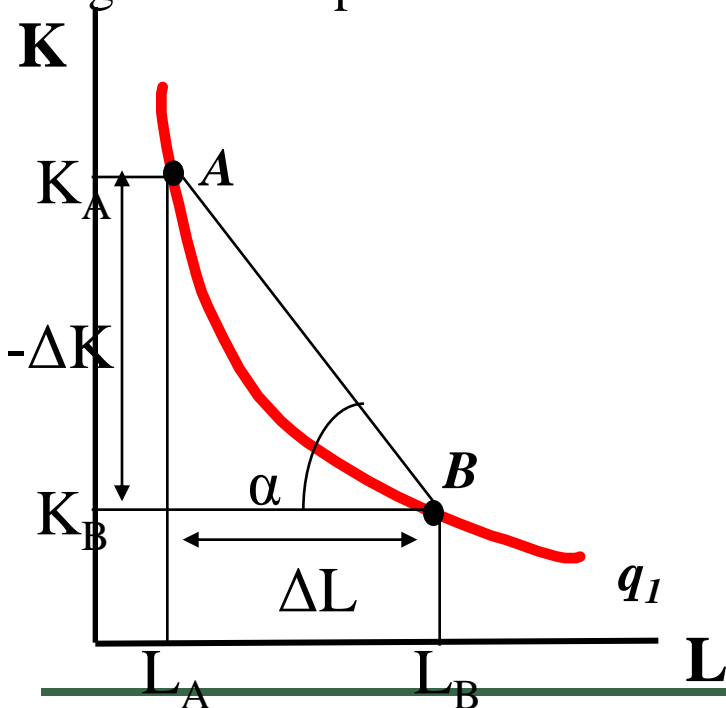


Isocuantas convexas y RMgST decreciente:

La RMgST disminuye a medida que nos desplazamos en sentido descendente a lo largo de una isocuanta ($dRMgST/dL < 0$)

La productividad de cualquier factor es limitada.

La negativa de la pendiente de una isocuanta en un punto es la RMgST en ese punto:



$$RMgST_{KL}^{AB} = - \left. \frac{\Delta K}{\Delta L} \right|_{\bar{q}}$$

$$\Delta L \rightarrow 0$$

$$RMgST_{KL}^A = - \left. \frac{dK}{dL} \right|_{\bar{q}}$$

4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

■ Observaciones:

- Cuando se incrementa el trabajo de 1 unidad a 5, la *RMST* desciende de 1 a 1/2.
- La *RMST* decreciente aparece debido a los rendimientos decrecientes. Eso implica que las isocuantas son convexas.
- La *RMST* y la productividad marginal:
 - ➔ La variación de la producción a causa de una variación del trabajo es:

$$(PM_L)(\Delta L)$$

- ➔ La variación de la producción a causa de una variación de capital es:

$$(PM_K)(\Delta K)$$

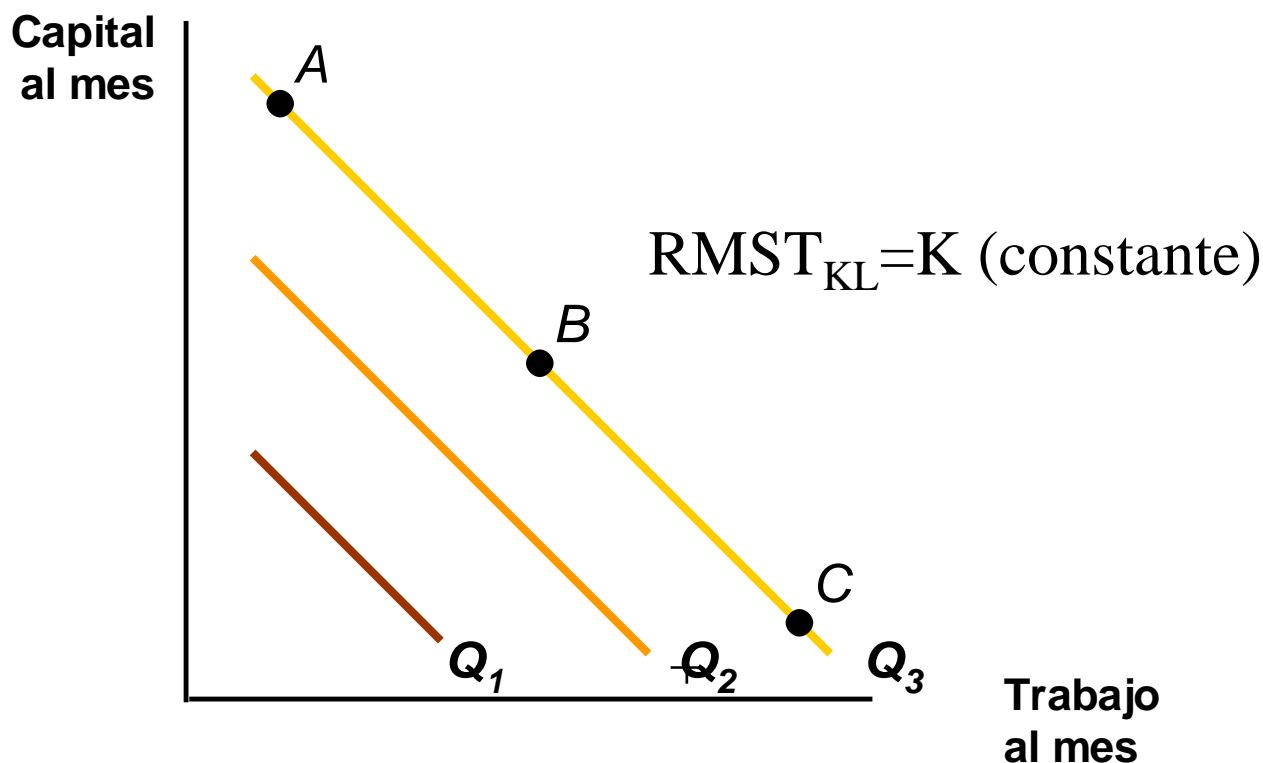
- ➔ Si la producción se mantiene constante y se incrementa el trabajo, entonces:

$$(PM_L)(\Delta L) + (PM_K)(\Delta K) = 0$$
$$(PM_L) / (PM_K) = - (\Delta K / \Delta L) = RMST$$

4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

■ CASOS ESPECIALES:

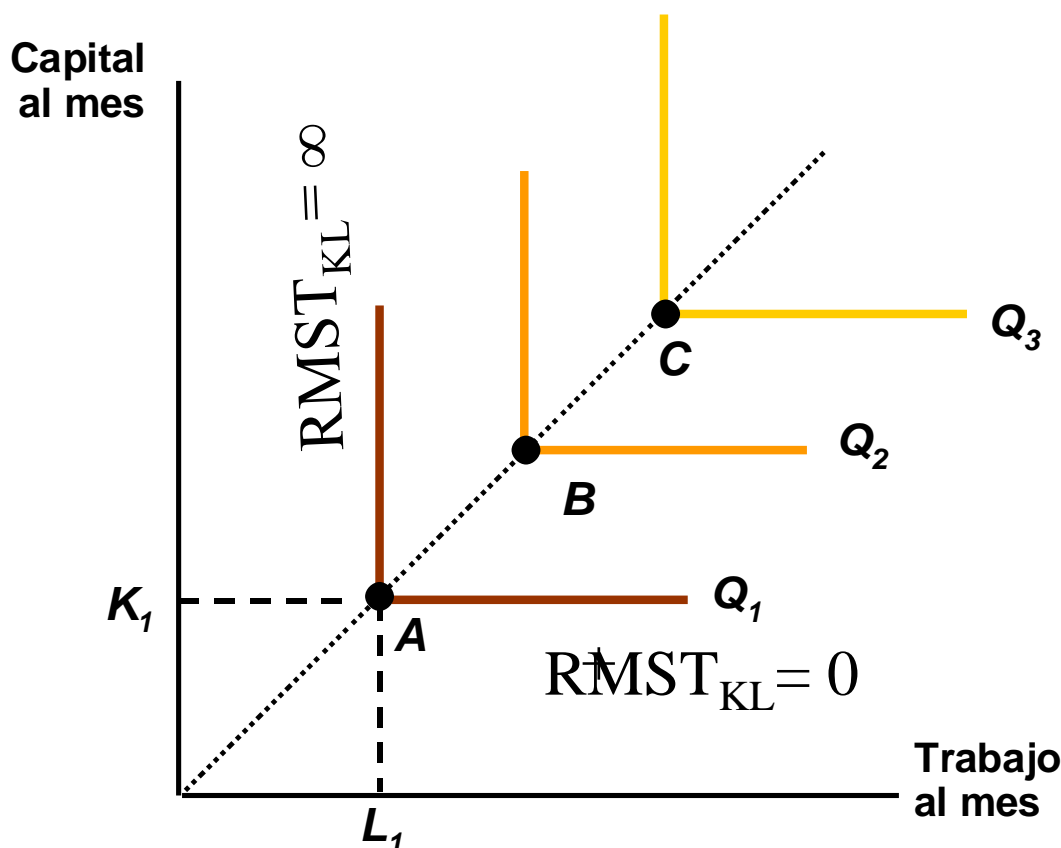
- Tecnología de sustitución perfecta (los factores son perfectamente sustituibles o **Sustitutos perfectos**):
 - RMST es constante.
 - Es posible obtener el mismo nivel de producción por medio de una combinación equilibrada (A, B, o C).
 - Ejemplo: cabinas de peaje, etc.



4.4. El Largo Plazo. La producción con dos factores variables

■ CASOS ESPECIALES:

- Tecnología de proporciones fijas **Leontief** (**complementos perfectos**):
 - Es imposible sustituir un factor por otro. Cada nivel de producción requiere una determinada cantidad de cada factor (por ejemplo: el trabajo y el martillo neumático).
 - Para aumentar la producción se requiere más trabajo y capital (es decir, moverse de *A* a *B* y a *C*, lo que es técnicamente eficaz).



4.5. Los rendimientos de escala

- Expresan la tasa a la que aumenta la producción cuando se incrementan los factores proporcionalmente.
- Si la función de producción es $q = F(K, L)$ y todos los factores productivos se multiplican por la misma constante positiva, m (donde $m > 1$), podemos catalogar los rendimientos a escala de la función de producción como sigue:

$$\text{Rend. crecientes a escala} \quad \underbrace{F(mK_0, mL_0)}_{q_1} > \underbrace{mF(K_0, L_0)}_{q_0} = mq_0$$

$$\text{Rend. constantes a escala} \quad \underbrace{F(mK_0, mL_0)}_{q_1} = \underbrace{mF(K_0, L_0)}_{q_0} = mq_0$$

$$\text{Rend. decrecientes a escala} \quad \underbrace{F(mK_0, mL_0)}_{q_1} < \underbrace{mF(K_0, L_0)}_{q_0} = mq_0$$

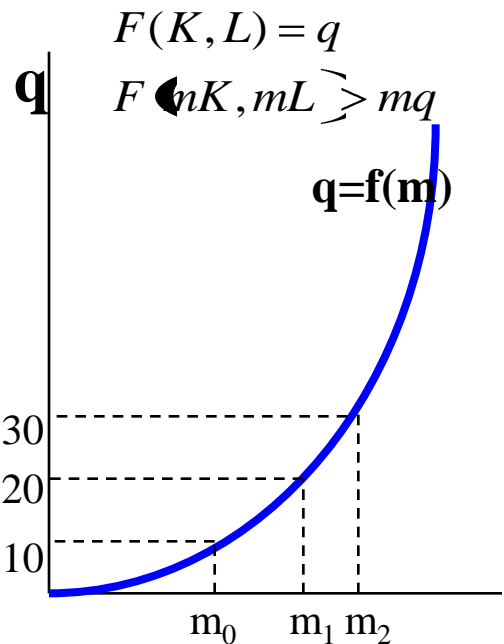
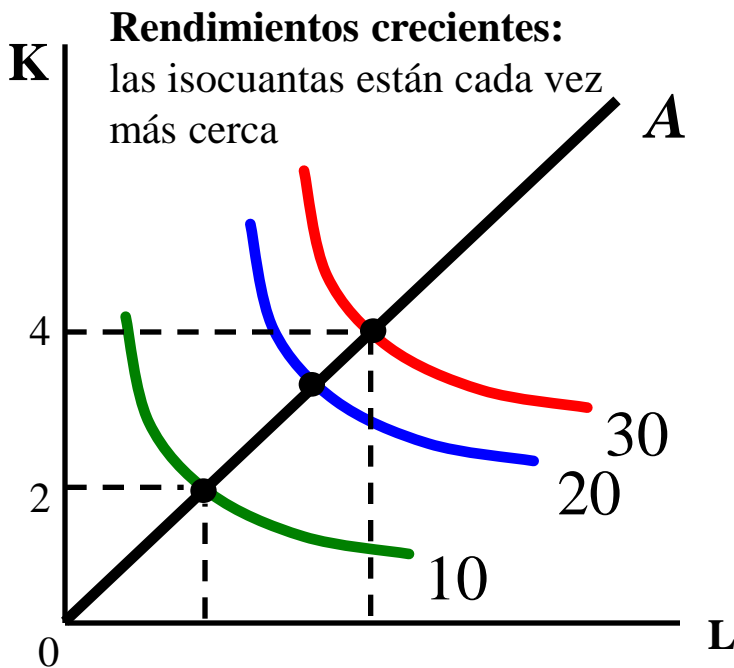
4.5. Los rendimientos de escala

- Relación de la escala (volumen) de una empresa y la producción:

- Rendimientos crecientes de escala:

→ Cuando una “duplicación” de los factores aumenta más del doble la producción. $mQ = F(mL, mK)$ $m > 1$

- Mayor producción asociada a costes bajos (automóviles).
- Una empresa es más eficiente que otras (suministro eléctrico).
- Las isocuantas están cada vez más cerca unas de otras.



4.5. Los rendimientos de escala

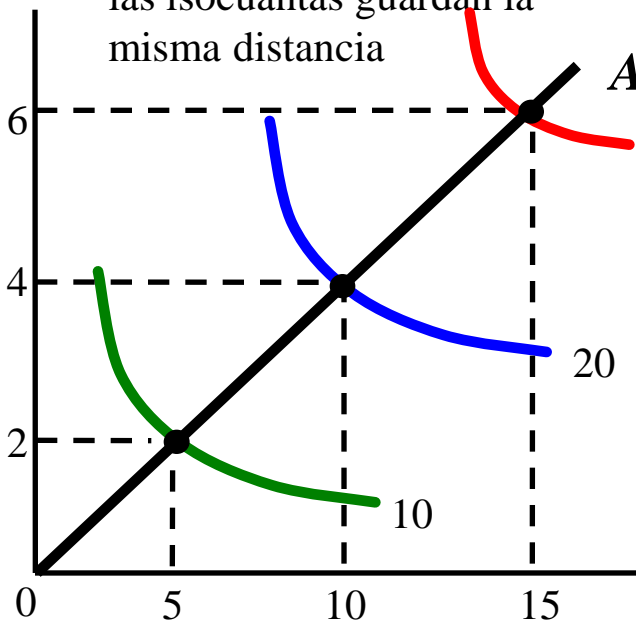
■ Rendimientos constantes de escala:

- Cuando una duplicación de los factores provoca una duplicación de la producción

$$mQ = F(mL, mK) \quad m=1$$

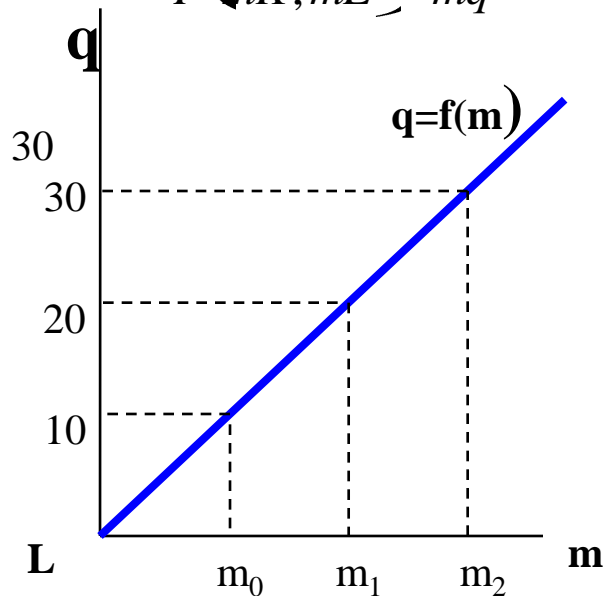
Rendimientos constantes:

las isocuantas guardan la misma distancia



$$F(K, L) = q$$

$$F(mK, mL) = mq$$



- ¡¡¡CUIDADO!!! No confundir rendimientos a escala de/crecientes con rendimientos marginales de/crecientes del trabajo. El primero es de LP y el segundo de CP.

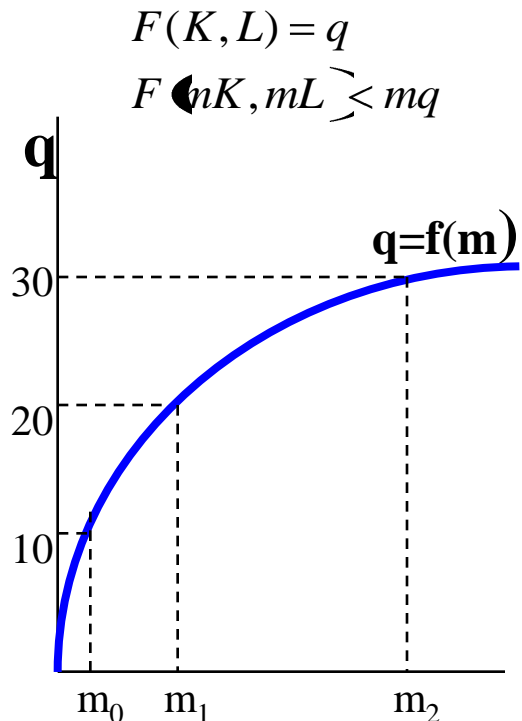
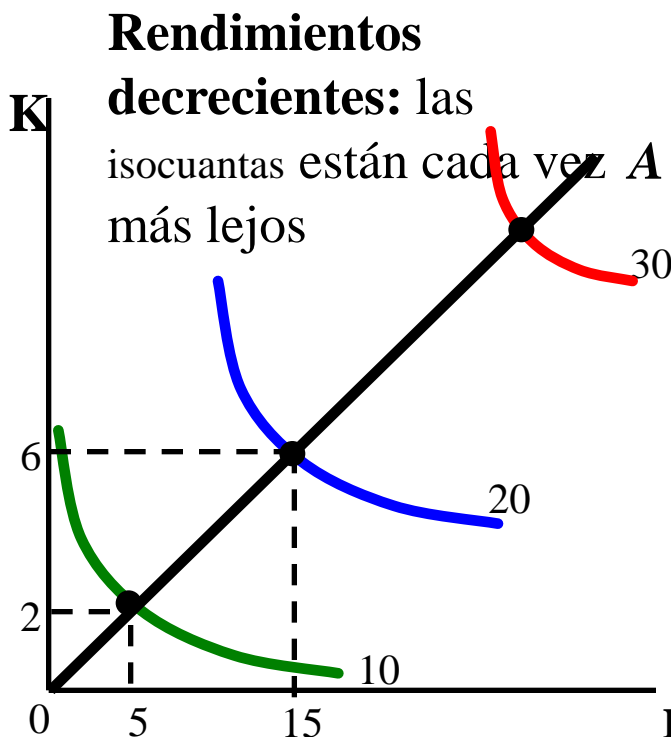
4.5. Los rendimientos de escala

■ Rendimientos decrecientes de escala:

- Cuando una duplicación de los factores provoca un aumento de la producción tal que ésta no llega a duplicarse.

$$mQ = F(mL, mK) \quad m < 1$$

- ➔ Disminuye la eficacia con escalas mayores.
- ➔ Se reduce la capacidad empresarial.
- ➔ Las isocuantas se alejan aún más.



- ¡¡¡CUIDADO!!! No confundir rendimientos a escala de/crecientes con rendimientos marginales de/crecientes del trabajo. El primero es de LP y el segundo de CP.

4.5. Algunas funciones de producción comunes

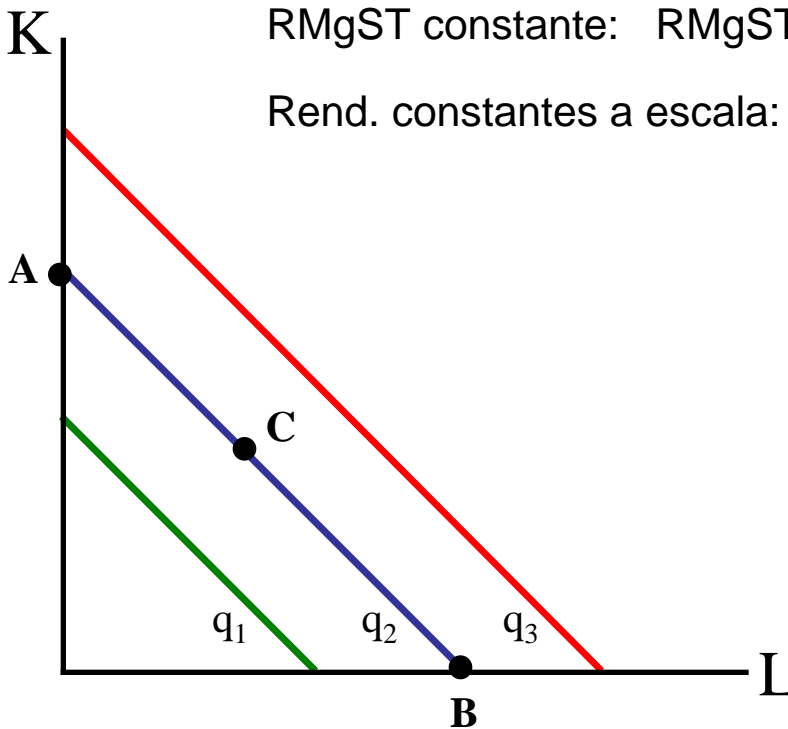
FUNCION DE PRODUCCION LINEAL

Factores sustitutivos perfectos: $q = a K + b L$ ($a, b > 0$)

Isocuantas lineales: $K = (q/a) - (b/a) L$

RMgST constante: $RMgST = b/a$

Rend. constantes a escala: $a(mK) + b(mL) = mq$



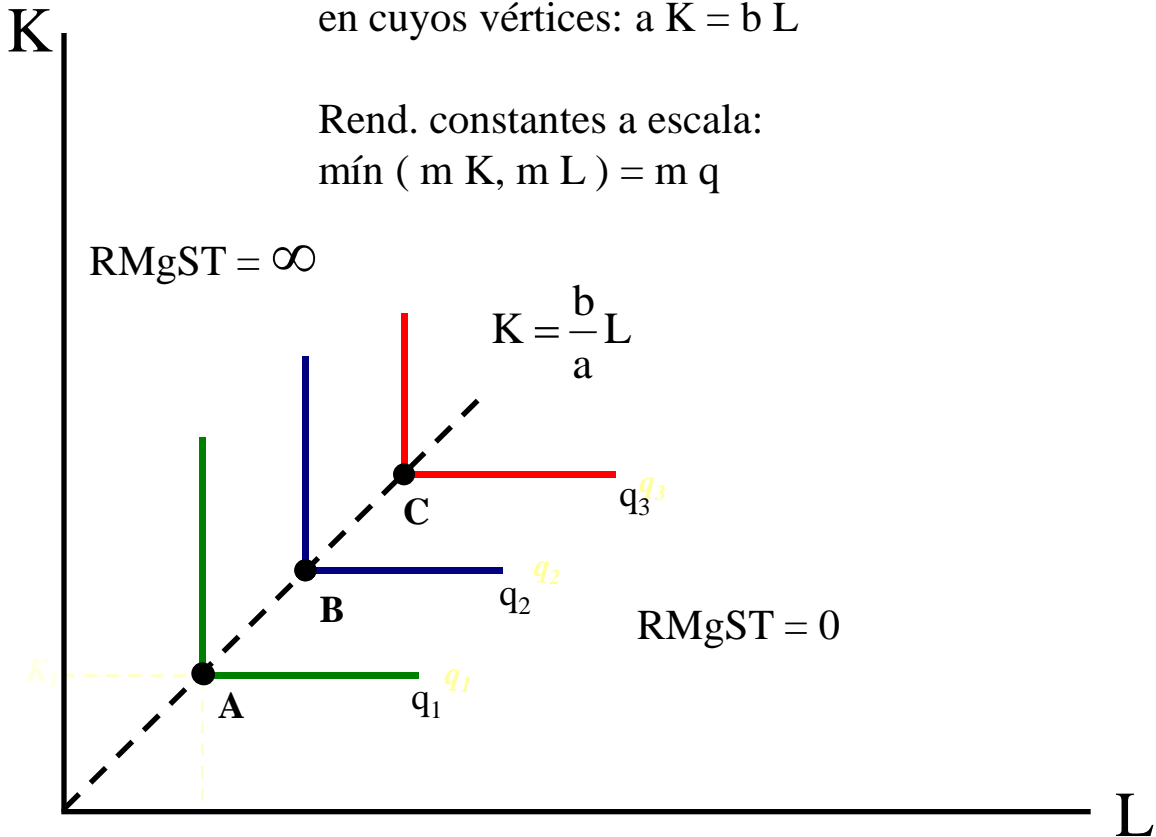
4.5. Algunas funciones de producción comunes

FUNCION DE PRODUCCIÓN DE PROPORCIONES FIJAS:

Factores complementarios perfectos: $q = \min(a K, b L)$ ($a, b > 0$)

Isocuantas son ángulos rectos
en cuyos vértices: $a K = b L$

Rend. constantes a escala:
 $\min(m K, m L) = m q$



4.5. Algunas funciones de producción comunes

FUNCION DE PRODUCCIÓN DE COBB-DOUGLAS:

■ Cobb-Douglas: $q = A K^a L^b$ ($A, a, b > 0$)

Isocuantas convexas: $K = (q/A)^{1/a} L^{-b/a}$

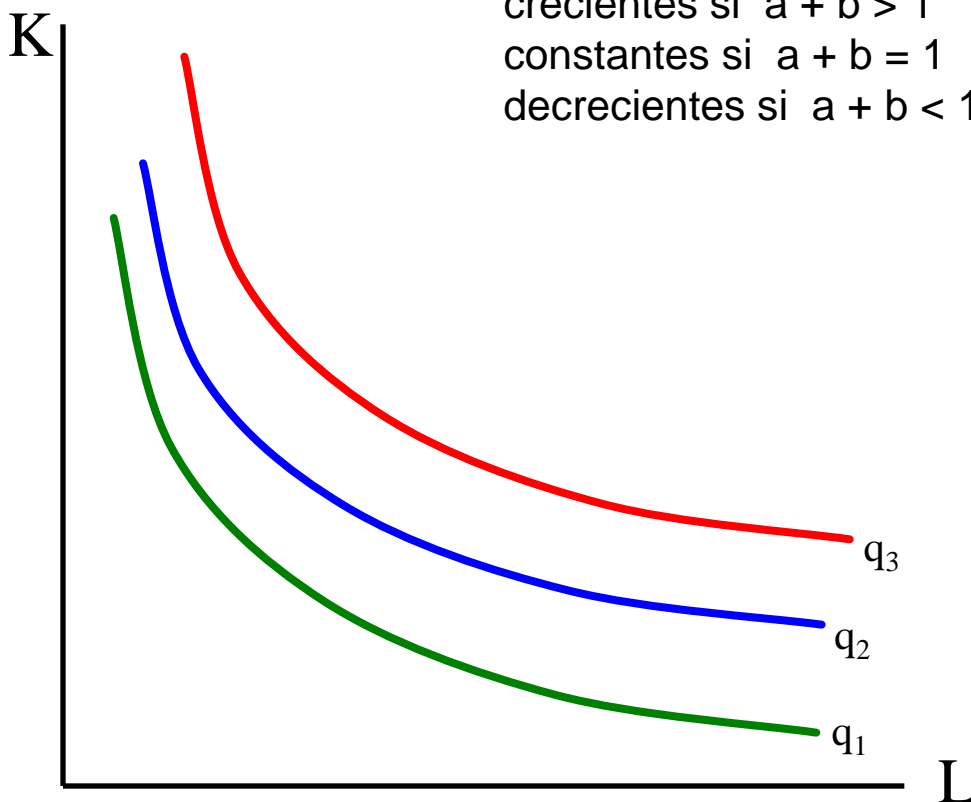
RMgST decreciente: $RMgST = (bK)/(aL)$

Rend. a escala: $A (mK)^a (mL)^b = m^{a+b} A K^a L^b$

crecientes si $a + b > 1$

constantes si $a + b = 1$

decrecientes si $a + b < 1$



4.5. Algunas funciones de producción comunes

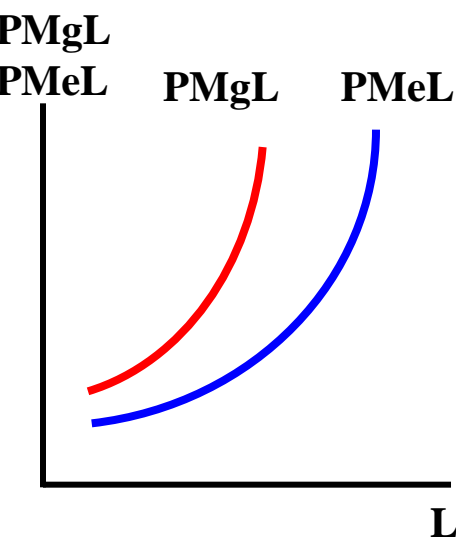
- Función de prod. Cobb-Douglas:

$$q = AK^a L^b, \quad A, a, b > 0$$

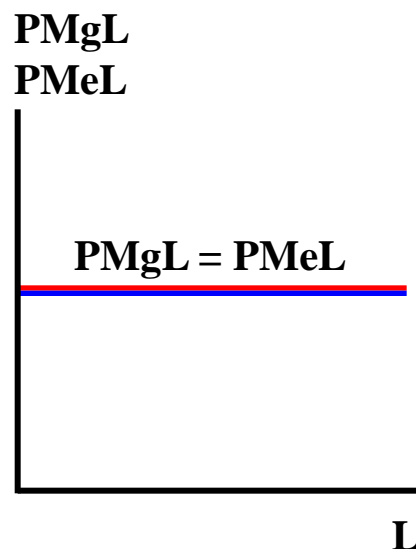
$$PM_{g_L} = bAK^a L^{b-1}; \quad \frac{\partial PM_{g_L}}{\partial L} = (b-1)bAK^a L^{b-2}$$

$$PM_{e_L} = AK^a L^{b-1}; \quad \frac{\partial PM_{e_L}}{\partial L} = (b-1)AK^a L^{b-2}$$

Si $b > 1$: PM_{g_L} y PM_{e_L} son crecientes y $PM_{g_L} > PM_{e_L}$.



Si $b = 1$: PM_{g_L} y PM_{e_L} son constantes y $PM_{g_L} = PM_{e_L}$.



Si $b < 1$: PM_{g_L} y PM_{e_L} son decrecientes y $PM_{g_L} < PM_{e_L}$.

