TEMA 5

MODELOS DE PROBABILIDAD ESPECÍFICOS UNIVARIANTES

EJEMPLOS

VNIVERSITAT DE VALÈNCIA
OpenCourseWare

DISTRIBUCIÓN DE BERNOULLI o dicotómica de parámetro p.

El conjunto de distribuciones Bernoulli se adaptan al *experimento aleatorio* más sencillo, el *dicotómico* o de Bernoulli, con dos posibles resultados, identificados tradicionalmente como "éxito y fracaso".

Espacio muestral $\Omega = \{E, F\} \qquad P(E) = p \quad P(F) = 1 - p = q \quad 0 \leq p \leq 1$

Se define la v. a. $X : \Omega \Rightarrow \mathbb{R} \;/\; X(E) = 1 \quad X(F) = 0$.

X solo puede tomar los valores 0 *y* 1 y sus probabilidades son:

$$P(X = 0) = 1 - p = q \qquad y \qquad P(X = 1) = p.$$

Se dirá entonces que X *tiene una distribución de Bernoulli de parámetro* p.

Distribución de Bernoulli de parámetro p:

- Función de probabilidad o cuantía:

$$f(x/p) = \begin{cases} p^x(1-p)^{1-x} & x = 0, 1 \\ 0 & otro\ \ caso \end{cases}$$

Así: $P(X = 0) = f(0/p) = 1 - p \qquad P(X = 1) = f(1/p) = p$

- $E(X) = p$
- $var(X) = p(1-p)$

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL de parámetros n y p.

Esta familia de distribuciones nos servirá para calcular probabilidades de variables aleatorias definidas a partir del experimento aleatorio, definido anteriormente, con dos resultados posibles: ***éxito y fracaso*** (experimento Bernoulli), pero repetido dicho experimento ***n veces*** *de forma independiente*.

La probabilidad de éxito en cualquier realización la denominamos p.

Si X es una variable aleatoria que denota: ***el número de éxitos obtenidos en las n realizaciones***, entonces X se distribuirá como una binomial de *parámetros* n *y* p. (n entero positivo y $0 \leq p \leq 1$)

Distribución binomial de parámetros n y p.

- Función de probabilidad o cuantía:

$$f(x/n,p)=\begin{cases}\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x} & \text{para } x=0,1,2,\cdots,n\\ 0 & \text{otro caso}\end{cases}$$

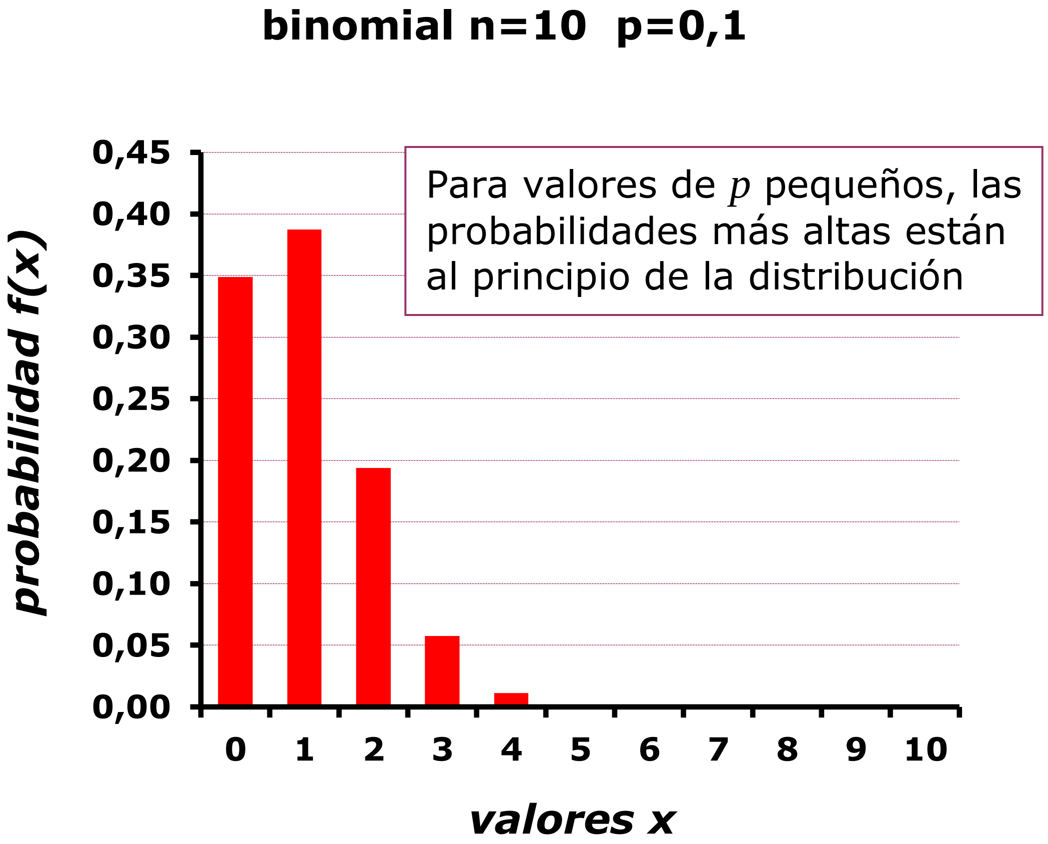
donde $\binom{n}{x}=\dfrac{n!}{x!(n-x)!}$

- $E(X)=np \qquad Var(X)=np(1-p)$

Es habitual denominar "q" al complementario de "p": $1-p=q$

EJEMPLO DISTRIBUCIÓN BINOMIAL: *B(n = 10, p = 0,1)*

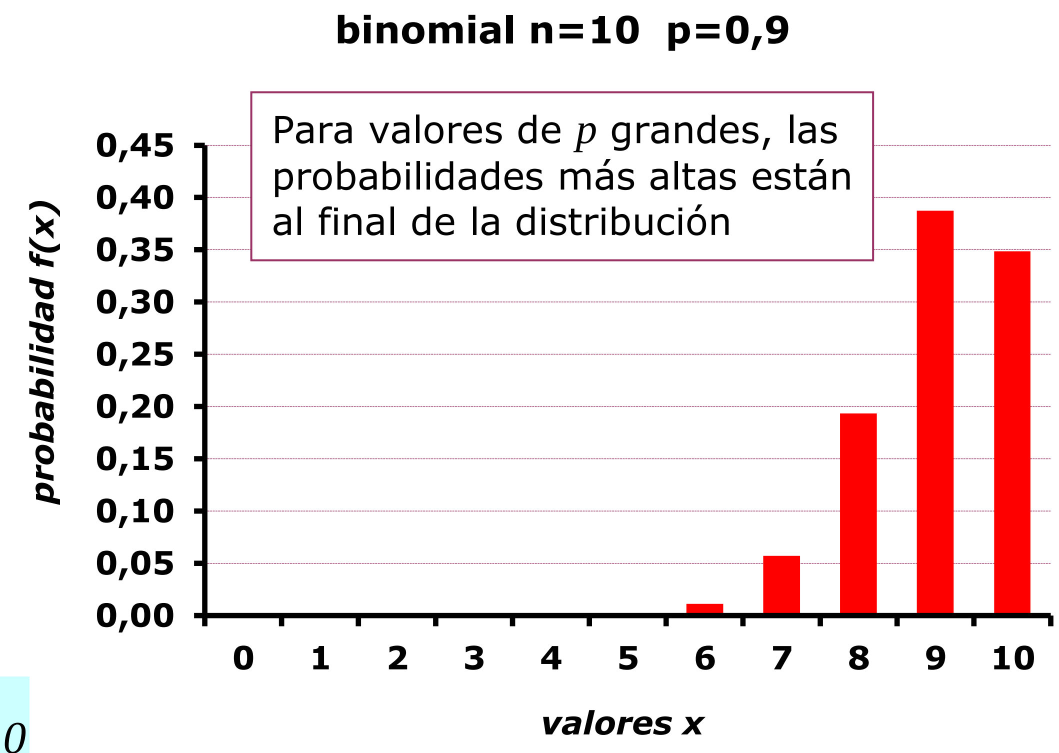
	f(x)	F(x)
x	P(X=x)	P(X≤x)
0	0,3487	0,3487
1	0,3874	0,7361
2	0,1937	0,9298
3	0,0574	0,9872
4	0,0112	0,9984
5	0,0015	0,9999
6	0,0001	1,0000
7	0,0000	1,0000
8	0,0000	1,0000
9	0,0000	1,0000
10	0,0000	1,0000



EJEMPLO DISTRIBUCIÓN BINOMIAL: *B(n = 10, p = 0,9)*

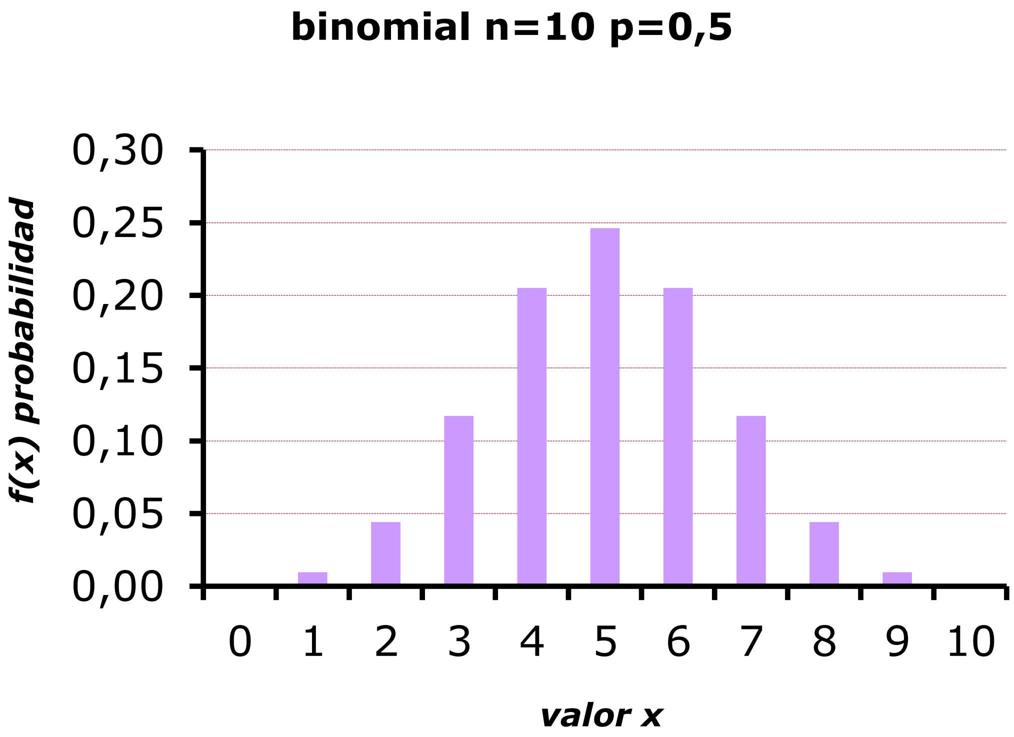
	f(x)	F(x)
x	P(X=x)	P(X≤x)
0	0,0000	0,0000
1	0,0000	0,0000
2	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000
4	0,0001	0,0001
5	0,0015	0,0016
6	0,0112	0,0128
7	0,0574	0,0702
8	0,1937	0,2639
9	0,3874	0,6513
10	0,3487	1,0000

$$f(x)=\begin{cases}\binom{10}{x}\cdot 0{,}9^{x}\cdot 0{,}1^{10-x} & x=0,1,\cdots,10\\ 0 & otro\ \ caso\end{cases}$$



EJEMPLO DISTRIBUCIÓN BINOMIAL: *B(n = 10, p = 0,5)*

	f(x)	F(x)
x	P(X=x)	P(X≤x)
0	0,0010	0,0010
1	0,0098	0,0107
2	0,0439	0,0547
3	0,1172	0,1719
4	0,2051	0,3770
5	0,2461	0,6230
6	0,2051	0,8281
7	0,1172	0,9453
8	0,0439	0,9893
9	0,0098	0,9990
10	0,0010	1,0000



Para $p = 0{,}5$ la distribución es simétrica

Ejemplo 5.1 **Modelo Bernoulli – binomial.** En una planta industrial, los lotes grandes de artículos recibidos se inspeccionan para detectar los defectuosos por medio de un esquema de muestreo. Se examinan 10 artículos y el lote será rechazado si se encuentran dos o más artículos defectuosos. Si un lote contiene exactamente el 5% de artículos defectuosos, ¿Cuál es la probabilidad de que el lote sea aceptado? ¿Y de que sea rechazado?

Solución: P (aceptar) = 0,9138

Solución:

Sea la v.a. X que mide el número de artículos defectuosos en muestras de n = 10. (Seleccionadas de forma independiente). Éxito: articulo defectuoso.

Si el 5% de los artículos del lote fueran defectuosos $\begin{array}{l} P(E) = P(\text{defectuoso}) = 0{,}05 = p \\ P(F) = P(\text{no defectuoso}) = 0{,}95 = 1 - p \end{array}$

Así, la v.a. X tiene una distribución binomial de parámetros n = 10 i p = 0,05. $X \sim bin(n = 10; p = 0{,}05)$. *La función de probabilidad de este modelo es:* $f(x/n\,,p) = \binom{n}{x} p^x \cdot (1-p)^{n-x}$ *per a* $x = 0, 1, 2, \cdots, n$

$$P(aceptar) = P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = \binom{10}{0} 0{,}05^0 \cdot 0{,}95^{10} + \binom{10}{1} 0{,}05^1 \cdot 0{,}95^9 =$$

$= 0{,}5987 + 0{,}3151 = 0{,}9138$. $P(rechazar) = 1 - P(aceptar) = 1 - 0{,}9138 = 0{,}0862$.

Así, si el lote tuviera un 5% de artículos defectuosos, la probabilidad de quedarse con el es muy elevada, aceptaríamos el 91,38% de los lotes con un 5% de defectuosos.

- *Probad calcular esta probabilidad para un porcentaje de defectuosos del 3% (p = 0,03).*
  (Aceptar 0,9655)

DISTRIBUCIÓN DE POISSON de parámetro λ.

Esta distribución discreta es apropiada para variables aleatorias del tipo:

X: *nº total "x" de ocurrencias de un fenómeno durante un período de tiempo fijo o en una región fija del espacio.*

Como por ejemplo:

- Número de llamadas telefónicas recibidas en una centralita durante un período de tiempo fijo.
- Número de erratas por página (o por nº fijo de páginas) en un libro.
- Número de accidentes, con víctimas mortales, en las carreteras de una región, durante un período de tiempo fijo.
- ...

Distribución de Poisson de parámetro $\lambda > 0$

Sea X una v.a. con una distribución discreta y supongamos que el valor de x debe ser un entero positivo.

X tiene una distribución de Poisson de parámetro λ si:

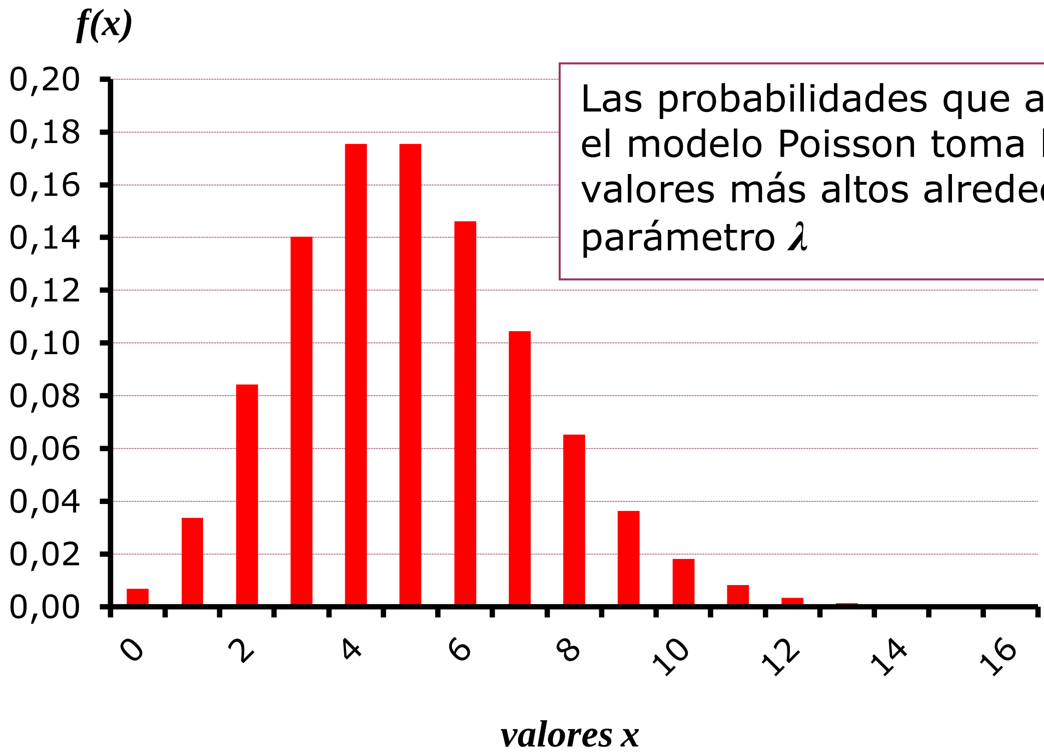
- la función de probabilidad de X es:

$$f(x/\lambda) = \begin{cases} e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^x}{x!} & para \quad x = 0,1,2,..... \\ 0 & otro \quad caso \end{cases} \qquad \lambda > 0$$

- $E(X) = \lambda \qquad Var(X) = \lambda$

EJEMPLO DE DISTRIBUCIÓN DE POISSON: $P(\lambda = 5)$

x	f(x) P(X=x)	F(x) P(X≤x)
0	0,0067	0,0067
1	0,0337	0,0404
2	0,0842	0,1247
3	0,1404	0,2650
4	0,1755	0,4405
5	0,1755	0,6160
6	0,1462	0,7622
7	0,1044	0,8666
8	0,0653	0,9319
9	0,0363	0,9682
10	0,0181	0,9863
11	0,0082	0,9945
12	0,0034	0,9980
13	0,0013	0,9993
14	0,0005	0,9998
15	0,0002	0,9999
16	0,0000	1,0000



Las probabilidades que asigna el modelo Poisson toma los valores más altos alrededor del parámetro λ

$$f(x;\ \lambda = 5) = e^{-5}\frac{5^x}{x!}\ \ para\ x = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Si λ es entero, las probabilidades más altas están en $x = \lambda$ y $x = \lambda\text{-}1$

Ejemplo 5.2 **Modelo Poisson.** El número de accidentes laborales diarios en el sector de la construcción es una variable aleatoria que sigue una distribución de Poisson de media 5.

a) Calcúlese la probabilidad de que en un día haya 3 o menos accidentes laborales en dicho sector.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día haya más de 3 accidentes laborales en dicho sector?

Solución: a) 0,2650 b) 0,7350

Solución:

Sea la v.a. X que mide: número de accidentes laborales diarios en el sector de la construcción.

$\boldsymbol{X \sim Poisson}\ (\boldsymbol{\lambda = 5})$*, es decir, la v.a. X le asociamos una distribución Poisson de parámetro* $\boldsymbol{\lambda = E(X) = 5}$*. Por tanto, para calcular probabilidades de X utilizaremos la siguiente función de probabilidad:*

$$\boldsymbol{f(x;\ \lambda) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}\quad per\ a\ x = 0, 1, 2, 3, \dots}$$

a) $\boldsymbol{P(X \leq 3)} = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = \sum_{x=0}^{3} P(X = x) = \sum_{x=0}^{3} \boldsymbol{e^{-5}}\frac{5^{\boldsymbol{x}}}{\boldsymbol{x}!} =$

$= \boldsymbol{e^{-5}}\sum_{x=0}^{3}\frac{5^{\boldsymbol{x}}}{\boldsymbol{x}!} = \boldsymbol{e^{-5}}\left[\frac{5^0}{\boldsymbol{0}!} + \frac{5^1}{\boldsymbol{1}!} + \frac{5^2}{\boldsymbol{2}!} + \frac{5^3}{\boldsymbol{3}!}\right] = 0{,}2650.$

b) $\boldsymbol{P(X > 3)} = 1 - \boldsymbol{P(X \leq 3)} = 1 - 0{,}2650 = 0{,}7350.$

DISTRIBUCIÓN UNIFORME continua en el intervalo [a, b].

Una variable aleatoria X tiene una distribución uniforme continua en el intervalo $I=[a,b]$ con $a<b$, si la f.d.p. apropiada para calcular sus probabilidades es:

Función de densidad

$$f(x/a,b)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a} & a\le x\le b\\ 0 & otro\ \ caso\end{cases}$$

Función de distribución

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<a\\ \dfrac{x-a}{b-a} & a\le x<b\\ 1 & x\ge b\end{cases}$$

$$E(X)=\frac{a+b}{2}\qquad Var(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$$

Propiedad que caracteriza al modelo uniforme: la probabilidad de que X tome valores en cualquier subintervalo (x_1, x_2) de $[a, b]$ es proporcional a la longitud del subintervalo. Además, $f(x)$ es constante en todo $[a, b]$.

El modelo uniforme es adecuado para variables aleatorias que toman valores en un intervalo de la recta real $[a, b]$ con densidad de probabilidad constante.

El modelo uniforme se puede utilizar cuando no tenemos ninguna información sobre el modelo de probabilidad de una variable aleatoria continua que toma valores en un intervalo.

Ejemplo 5.3 **Modelo Uniforme continuo.** El tiempo (en minutos) que una persona emplea en realizar cierto trabajo sigue una distribución uniforme entre 2 y 5 minutos.

a) ¿Cuál es el tiempo esperado que necesita para realizar dicha tarea? ¿Y su desviación típica?
b) Representa gráficamente la función de densidad de probabilidad de esa v.a.
c) Calcula la probabilidad de que una persona lleve a cabo dicho trabajo en un tiempo entre 3 y 4 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que lo realice entre 2,5 y 3,5 minutos? ¿Y qué tarde más de 5 minutos?
d) Determina la función de distribución.

Solución: a) E(X) = 3,5 minutos, σ = 0,866 c) 1/3, 1/3, 0.

Solución:

Sea la v.a. X que mide: tiempo en realizar un trabajo (en minutos).

$\boldsymbol{X}\sim$**Uniforme** $[\mathbf{2};\mathbf{5}]$, *es decir, la v.a. X le asociamos una distribución Uniforme de parámetros* $\boldsymbol{a}=\mathbf{2}$ ***y*** $\boldsymbol{b}=\mathbf{5}$.

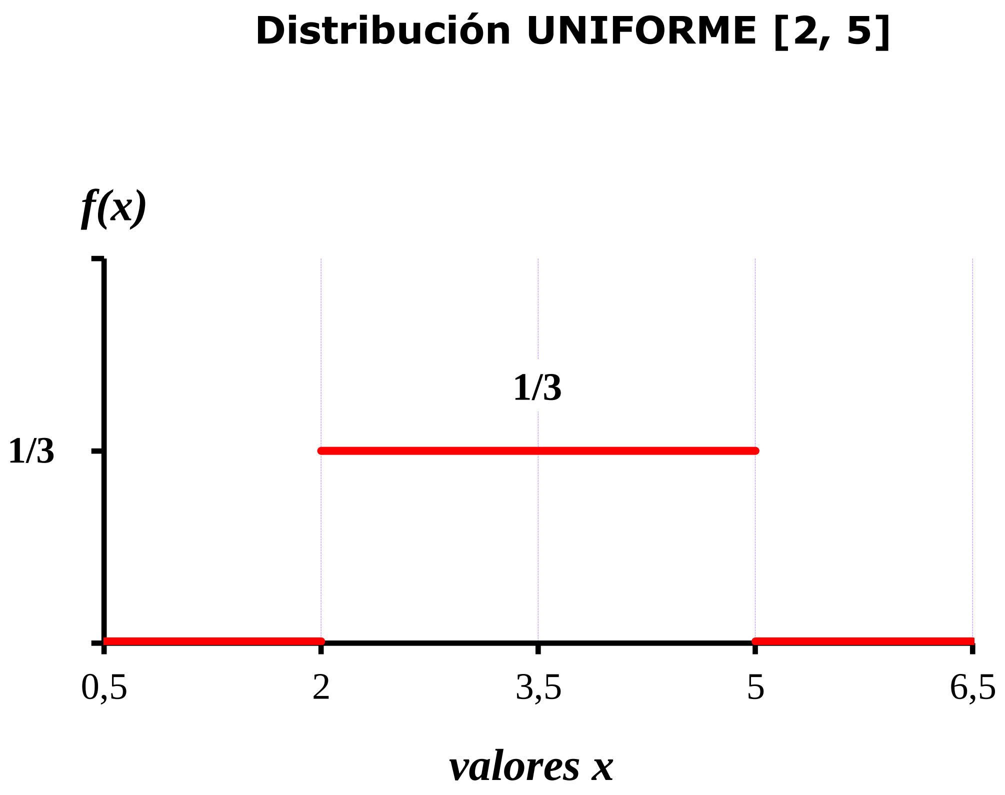
Por tanto, para calcular probabilidades de X utilizaremos la siguiente función de densidad de probabilidad:

$f(x/a\,,b)=\frac{1}{b-a}=\frac{1}{3} \quad 2\leq x\leq 5$

a) $E(X) = \frac{a+b}{2} = \frac{2+5}{2} = 3{,}5 \text{ minutos}$

$$Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(5-2)^2}{12} = \frac{3}{4} \rightarrow DT(X) = \sigma = \sqrt{\frac{3}{4}} = 0{,}866 \text{ minutos}$$

b) *Representación gráfica*



$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & 2 \le x \le 5 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

c) $P(3 \le X \le 4) = \int_3^4 \frac{1}{3} dx = \frac{1}{3} x\Big]_3^4 = \frac{4-3}{3} = \frac{1}{3} = P(2{,}5 \le X \le 3{,}5)$ *por ser un intervalo de igual amplitud.*

$P(X > 5) = \int_5^{\infty} 0 dx = 0$ *ya que la función de densidad vale cero fuera del intervalo [2; 5].*

d)

$para\ 2 \le x < 5 \rightarrow F(x) = P(X \le x) = \int_2^x \frac{1}{3} dt = \frac{1}{3} t\Big]_2^x = \frac{x-2}{3}$

$para\ x \ge 5 \rightarrow F(x) = P(X \le x) = F(5) = \frac{5-2}{3} = 1$

La función de distribución es: $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ \frac{x-2}{3} & 2 \le x < 5 \\ 1 & x \ge 5 \end{cases}$

A partir de esta función F(x) también se pueden calcular probabilidades sin necesidad de integrar:

$P(3 \le X \le 4) = F(4) - F(3) = \frac{4-2}{3} - \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$

$P(X > 3) = 1 - P(X \le 3) = 1 - F(3) = 1 - \frac{3-2}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

La función de distribución es muy importante especialmente en los modelos continuos para calcular rápidamente probabilidades en un intervalo: $P(a \le X \le b) = F(b) - F(a)$

DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA: parámetros $\mu = 0$ y $\sigma = 1$

Sea X una v.a. con una distribución normal de parámetros μ_X, σ_X^2

Sea ***Z*** la v.a. tipificada de ***X***: $Z = \dfrac{X - \mu_X}{\sigma_X}$.

Z es una transformación lineal de ***X*** que podemos escribir como:

$$Z = \frac{1}{\sigma_X} X - \frac{\mu_X}{\sigma_X}$$

Por tanto, aplicando las propiedades de transformación lineal, ***Z*** tiene una distribución normal de parámetros:

$$\mu_Z = \frac{1}{\sigma_X}\mu_X - \frac{\mu_X}{\sigma_X} = 0 \qquad \sigma_Z^2 = \frac{1}{\sigma_X^2}\sigma_X^2 = 1$$

Z ~ N(0, 1). Distribución normal tipificada

Por tanto, podremos determinar las probabilidades de cualquier v.a.

$X \sim N(\mu, \sigma)$ a partir de la distribución normal tipificada $Z \sim N(0, 1)$, utilizando las TABLAS DE DICHA DISTRIBUCIÓN.

CÁLCULO DE PROBABILIDADES CON LA DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA (TABLAS)

Como la distribución NORMAL es simétrica, las probabilidades están determinadas solo para valores de Z positivos. Las probabilidades para valores de Z negativos se resuelven por simetría con el positivo correspondiente.

1.

$$z > 0 \quad P(Z \leq z) = F(z)$$
$$P(Z > z) = 1 - F(z)$$

2.

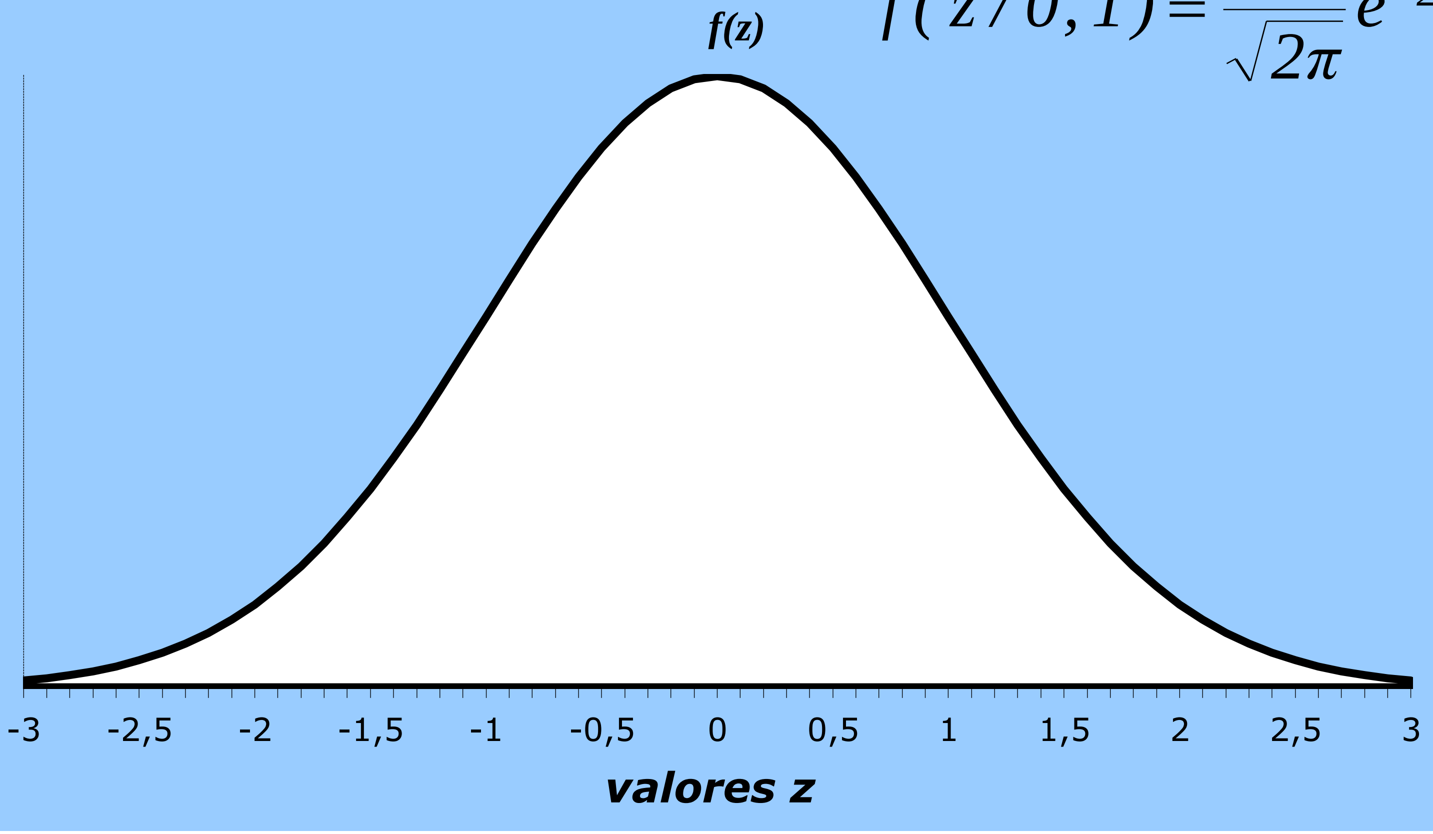
$$z > 0 \quad P(Z \leq -z) = P(Z > z) = 1 - F(z)$$
$$P(Z > -z) = P(Z \leq z) = F(z)$$

3.

$$z_1 > 0, z_2 > 0 \qquad P(z_1 \leq Z \leq z_2) = F(z_2) - F(z_1)$$
$$P(-z_1 \leq Z \leq z_2) = F(z_2) - \left(1 - F(z_1)\right)$$
$$P(-z_1 \leq Z \leq -z_2) = F(z_1) - F(z_2)$$

DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA

$$f(z/0,1)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}z^2}$$



Ejemplo 5.4 Si X es una v.a. $X \sim N(\mu = 120, \ \ \sigma = 20)$**,** tipifica los siguientes valores:

x	105	110	120	130
z				

Solución: -0,75 -0,50 0 0,50

Ejemplo 5.5 Transforma los siguientes valores tipificados en sus valores reales de la variable aleatoria X, sabiendo que la media y la desviación típica de X son: $\mu = 30 \quad y \quad \sigma = 10$:

z	$-1{,}96$	$0{,}65$	$1{,}96$
x			

Solución: 10,4 36,5 49,6

Ejemplo 5.6 Si $Z \sim N(0,\ 1)$, determínense las siguientes probabilidades:

$a) P(Z < 1{,}96)$	$b) P(Z > 1{,}96)$
$c) P(Z < -0{,}65)$	$d) P(Z > -0{,}65)$
$e) P(0{,}40 < Z < 0{,}60)$	$f) P(-1{,}04 < Z < -0{,}30)$
$g) P(-1{,}04 < Z < 0{,}30)$	$h) P(Z > 4{,}00)$

Solución: a) 0,9750 b) 0,0250 c) 0,2578 d) 0,7422 e) 0,0703 f) 0,2329 g) 0,4687 h) 0

Ejemplo 5.7 Sea la v.a. $X \sim N(2,5)$, calcúlese $P(X \leq 9)$.

Solución; 0,9192

Solución: s$\boldsymbol{i\ X \sim Normal(2;5) \rightarrow Z = \frac{X-2}{5} \sim N(0;1)}$

$$\boldsymbol{P(X \leq 9) = P\left(Z \leq \frac{9-2}{5}\right) = P(Z \leq 1,40) = F(1,40) = 0,9192}.$$

(En una distribución normal de media 2 y desviación típica 5 el 91,92% de los datos son menores que 9).

Ejemplo 5.8 Dada la v.a. $X \sim N(3,2)$, calcúlese $P\ (5{,}4 < X < 5{,}8)$.

Solución: 0,0343

Solución: s$\boldsymbol{i\ X \sim Normal(3;2) \rightarrow Z = \frac{X-3}{2} \sim N(0;1)}$

$$\boldsymbol{P(5,4 < X < 5,8) = P\left(\frac{5{,}4-3}{2} < Z \leq \frac{5{,}8-3}{2}\right) = P(1,20 < Z < 1,40) = F(1,40) - F(1,20) = 0,0343}.$$

(En una distribución normal de media 3 i desviación típica 2 el 3,43% de los datos están entre 5,4 y 5,8).

Ejemplo 5.9 Dada la v.a $X \sim N(5,\ 2)$, determínese el valor de x_o , tal que:
$P(X \le x_0) = 0{,}9505$. (Punto de corte para una probabilidad del 0,9505 menor).

Solución: x_o = 8,3

Solución: si $\boldsymbol{X \sim Normal(5;2) \to Z = \frac{X-5}{2} \sim N(0;1)}$.

$$\boldsymbol{P(X \le x_0) = 0,9505 \leftrightarrow P\left(Z \le \frac{x_0-5}{2}\right) = 0,9505 \leftrightarrow \frac{x_0-5}{2} = 1,65 \leftrightarrow x_0 = 5 + 1,65 \cdot 2 = 8,30}.$$

(En esta variable, el valor de 8,3 no es superado con unas garantías del 0,9505. El 95,05% de los valores de una normal de media 5 y desviación típica 2 son inferiores a 8,3).

Ejemplo 5.10 Sea v.a. $X \sim N(100,\ 5)$. Obténgase un intervalo centrado en la media que contenga el 95% de la probabilidad.

Solución: [90,2, 109,8]

Solución: si $\boldsymbol{X \sim Normal(100; 5) \to Z = \frac{X-100}{5} \sim N(0; 1)}$.

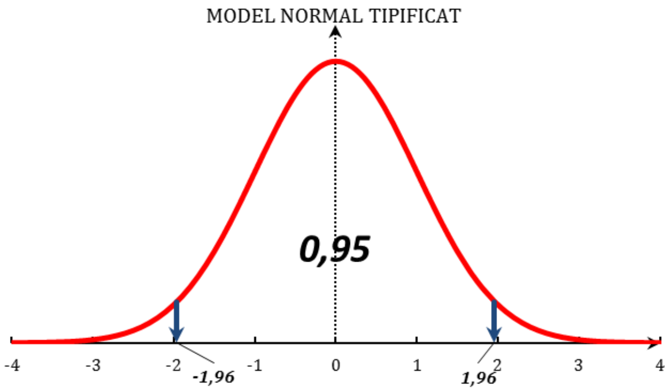
Se pide un intervalo $(\boldsymbol{x_1; x_2})$ *centrado en la media* $\boldsymbol{\mu = 100}$ *tal que:* $\boldsymbol{P(x_1 < X < x_2) = 0,95}$

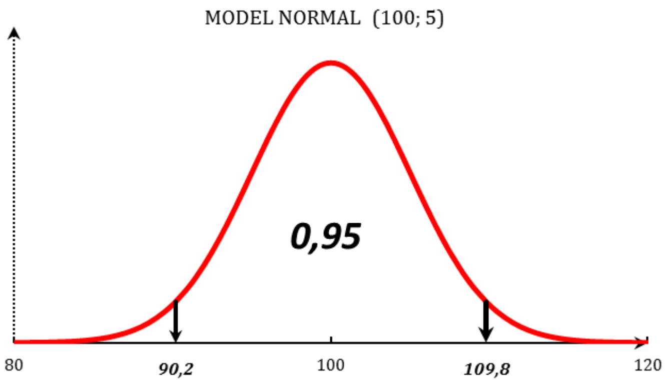
Como el intervalo es centrado en la media de la distribución, $\boldsymbol{x_1}$ ***y*** $\boldsymbol{x_2}$ *tendrán el mismo valor tipificado z pero de signo contrario: sea* $\boldsymbol{z > 0 \text{ tal que } -z = \frac{x_1-100}{5} \ \ y \ \ z = \frac{x_2-100}{5}}$

$\boldsymbol{P(x_1 < X < x_2) = 0,95 \leftrightarrow P(-z < Z < z) = 0,95 \leftrightarrow F(z) - F(-z) = 0,95 \leftrightarrow}$

$\boldsymbol{\leftrightarrow F(z) - (1 - F(z)) = 0,95 \leftrightarrow 2F(z) = 1,95 \leftrightarrow F(z) = \frac{1,95}{2} = 0,9750 \leftrightarrow z = 1,96}$.

Entonces, $\boldsymbol{x_1 = 100 - 1,96 \cdot 5 = 90,2 \ \ i \ \ x_2 = 100 + 1,96 \cdot 5 = 109,8}$.





(En una distribución normal de media 100 y desviación típica 5 el 95% de los datos están entre 90,2 y 109,8 en un intervalo centrado en la media $\boldsymbol{\mu = 100}$*).*

Ejemplo 5.11 Las ventas diarias (exceptuando los sábados) de un pequeño restaurante tienen una distribución **normal** con media igual a 380 € y desviación típica igual a 80€.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las ventas excedan los 380 €. en un día dado?

b) El restaurante debe tener por lo menos 220 € en ventas por día para poder cubrir sus costos. ¿Cuál es la probabilidad de que el restaurante no pueda cubrir sus costos un día dado?

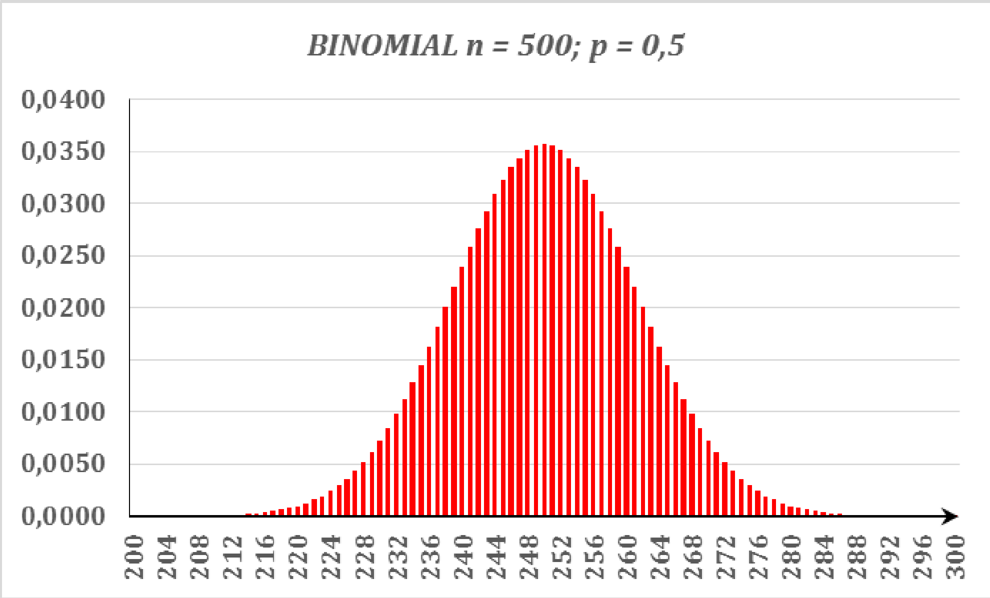
c) Hallar el punto de corte para el 33% de las ventas diarias más altas:

$\left(x\,?\quad tal\quad que\quad P(X > x) = 0{,}33\right)$

Solución: a) 0,5 b) 0,0228 c) x = 415,2

Ejemplo 5.12 **Aproximación binomial por Normal**. Supóngase que se tira una moneda equilibrada 500 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan entre 240 y 260 caras?

Solución: 0,6266



Solución:

Sea la v.a. X: nº de caras obtenidas al tirar una moneda n = 500 veces.

$X \sim bin(n = 500; p = 0{,}5)$

Como n es muy grande y $np = 250 > 5$*, el modelo binomial se puede aproximar por una Normal de parámetros:*

$X \sim N\left(\mu = np = 250; \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{125}\right)$

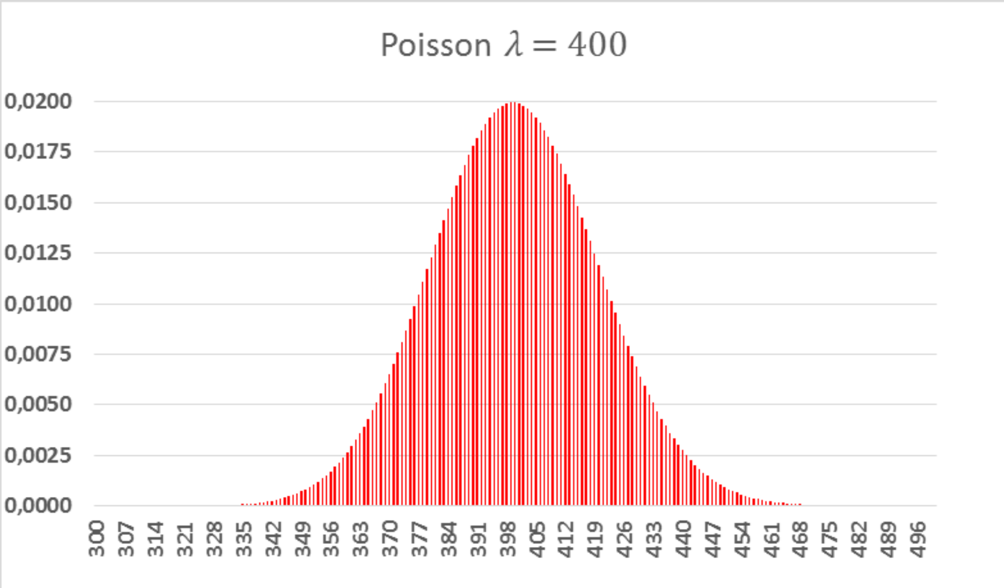
$\rightarrow Z = \frac{X-250}{\sqrt{125}} \sim N(0;1)$

Así:

$$P(240 < X < 260) = P\left(\frac{240-250}{\sqrt{125}} < Z < \frac{260-250}{\sqrt{125}}\right) = P(-0{,}89 < Z < 0{,}89) =$$
$$= F(0{,}89) - \left(1 - F(0{,}89)\right) = 0{,}8133 - 0{,}1867 = 0{,}6266$$

Ejemplo 5.13 **Aproximación Poisson por Normal.** Supóngase que el número medio de llamadas telefónicas en una centralita es de 400 cada 5 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que se produzcan más de 375 llamadas en un período de cinco minutos?

Solución: 0,8944



Solución:

Sea la v.a. X: nº de llamadas cada cinco minutos.

$X \sim Poisson(\lambda = 400)$

Como λ *es muy grande* $\lambda = 400 > 30$, *el modelo Poisson se puede aproximar por una Normal de parámetros:*

$X \sim N\left(\mu = \lambda = 400; \sigma = \sqrt{\lambda} = \sqrt{400} = 20\right)$

$\rightarrow Z = \frac{X-400}{20} \sim N(0;1)$

Así:

$$P(X > 375) = P\left(Z > \frac{375-400}{20}\right) = P(Z > -1{,}25) = P(Z < 1{,}25) = F(1{,}25) = 0{,}8944$$