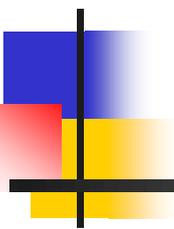


# ***GRADO EN INTERNATIONAL BUSINESS***



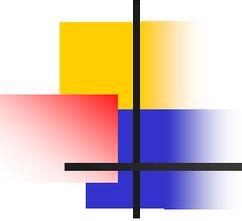
---

**ESTADÍSTICA (35887)  
CURSO ACADÉMICO 2018/19**



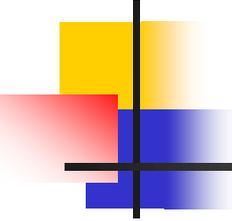
# **TEMA 4**

## **"VARIABLE ALEATORIA Y DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD UNIVARIANTE"**



---

- **4.1. Variables aleatorias. Distribuciones de probabilidad.**
- **4.2. Distribuciones discretas y continuas.**
- **4.3. Esperanza y varianza. Propiedades.**
  - **4.3.1. Introducción.**
  - **4.3.2. Esperanza. Propiedades.**
  - **4.3.3. Varianza y otras medidas de dispersión. Propiedades.**
  - **4.3.4. Tipificación.**



## ***4.1.- VARIABLES ALEATORIAS. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD***

---

- *Definición de variable aleatoria:* aplicación cuyo objetivo es cuantificar  $\Omega$

$$X: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$

- *Clasificación de variables aleatorias:*
  - ❖ Variable aleatoria (v.a.) *discreta*
  - ❖ Variable aleatoria (v.a.) *continua*

## 4.1.- VARIABLES ALEATORIAS. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

■ Definición de función de distribución de una v.a.  $X$ : aplicación

$$F_X: \mathbb{R} \longrightarrow [0, 1]$$

que a cualquier valor real  $x$  le asigna la probabilidad acumulada hasta  $x$ , es decir:  $F_X(x) = F(x) = P(X \leq x)$

■ Propiedades de la función de distribución:

1ª.-  $\forall x \in \mathbb{R} \quad 0 \leq F(x) \leq 1$

2ª.-  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$

3ª.- Si  $x_1 < x_2 \rightarrow F(x_1) \leq F(x_2)$

4ª.- Si  $X$  es discreta  $\rightarrow F$  es continua por la derecha y discontinua por la izquierda (es escalonada)

5ª.- Si  $X$  es continua  $\rightarrow F$  es continua por la derecha y por la izquierda (es continua)

## 4.2.- Distribuciones discretas y continuas

■ Función de cuantía de una v.a.  $X$  de tipo **discreto**: aplicación

$$p_X: \mathbb{R} \longrightarrow [0, 1]$$

que a cualquier valor real  $x$  le hace corresponder su probabilidad

■ Algunas propiedades de la función de cuantía:

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} \forall x \in \mathbb{R} \quad p(x) \geq 0 \\ \textcircled{2} \sum_{x \in \mathbb{R}} p(x) = 1 \end{array} \right.$$

■ Función de densidad de una v.a.  $X$  de tipo **continuo**:

$$f(x) = F'(x)$$

■ Algunas propiedades de la función de densidad:

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \geq 0 \\ \textcircled{2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \\ \textcircled{3} P([a, b]) = F(b) - F(a) \end{array} \right.$$

□ SI  $X$  ES UNA V.A. CONTINUA  $\rightarrow$  PROBABILIDAD EN UN PUNTO=0

## 4.3.1.- INTRODUCCIÓN

- Medidas de posición:
  - De Tendencia Central
    - Media aritmética
    - Mediana
    - Moda
  - No centrales
- Medidas de dispersión
  - Absoluta:
    - Varianza
    - Desviación Típica
  - Relativa → Coeficiente de variación de Pearson
- Medidas de Forma o Perfil
  - Coeficiente de asimetría
  - Coeficiente de curtosis

## 4.3.2.- ESPERANZA. PROPIEDADES

- Esperanza matemática:

$$E[X] = \mu$$

Caso discreto:

$$\sum_i x_i p(x_i)$$

Caso continuo:

$$\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

## 4.3.2.- ESPERANZA. PROPIEDADES

### ■ Propiedades:

$$\diamond \underline{1^a.-} \quad \forall K = \text{cte} \quad E(k) = k$$

$$\diamond \underline{2^a.-} \quad \forall a, b = \text{ctes} \quad E(aX + b) = aE(X) + b$$

## 4.3.3.- VARIANZA Y OTRAS MEDIDAS DE DISPERSIÓN. PROPIEDADES

■ Varianza:  $\sigma_x^2 = E[(X - \mu)^2]$

Caso discreto:

$$\sum_i (x_i - \mu)^2 p(x_i) = \left( \sum_i x_i^2 p(x_i) \right) - \mu^2$$

Caso continuo:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \left( \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \right) - \mu^2$$

■ Propiedades:

❖ 1a.-  $\forall K = \text{cte} \quad \text{Var}(k) = 0$

❖ 2a.-  $\forall a, b = \text{ctes} \quad \sigma_{ax+b}^2 = \text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X) = a^2 \sigma_x^2$

### 4.3.3.- VARIANZA Y OTRAS MEDIDAS DE DISPERSIÓN. PROPIEDADES

■ Desviación típica:

$$\sigma_x = +\sqrt{\sigma_x^2}$$

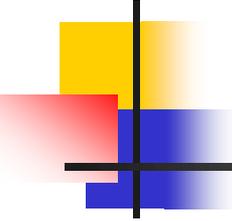
■ Propiedades:

❖ 1ª.-

$$\forall K = \text{cte} \quad \text{Desv. típica}(k) = 0$$

❖ 2ª.-

$$\forall a, b = \text{ctes} \quad \sigma_{ax + b} = a\sigma_x$$



### ***4.3.3.- VARIANZA Y OTRAS MEDIDAS DE DISPERSIÓN. PROPIEDADES***

---

- *Coeficiente de Variación de Pearson:*

$$\gamma_0(X) = \frac{\sigma_X}{\mu_X}$$

## 4.3.4.- TIPIFICACIÓN

Distribución de probabilidad (v.a.  $X$ ) con  $E(X)=\text{media}=\mu_X$  y Desv. Típica ( $X$ )= $\sigma_X$

Transformación lineal



Distribución de probabilidad (v.a.  $Y$ ) con  $E(Y)=\text{media}=\mu_Y=m$  y Desv. Típica ( $Y$ )= $\sigma_Y=k$

$$Y = K \left( \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \right) + m$$

Si  $E(Y)=m=0$  y Desv. Típica ( $Y$ )= $k=1$



TIPIFICACIÓN ESTÁNDAR

$$Y = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$$