DEPARTAMENT D'ECONOMIA APLICADA

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

GRADO INTERNATIONAL BUSINESS

CURSO 2018 - 2019

PROBLEMAS DE ESTADÍSTICA

GRUPO GO

VNIVERSITAT DE VALÈNCIA
OpenCourseWare

PROBLEMA 1

Dada la siguiente v.a. bidimensional:

X \ Y	2	4	6
1	0’1	0’15	0’2
3	0’02	0’1	0’1
5	0’2	0’05	0’08

a) Obtener las distribuciones marginales y analizar si X e Y son o no estocásticamente independientes.
b) Obtener F(Y).
c) Calcular: p(3, 2’5) y F(3, 2’5)

Solución: a) X e Y no son e.i.; b) $F(y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y < 2 \\ 0'32 & \text{si } 2 \le y < 4 \\ 0'62 & \text{si } 4 \le y < 6 \\ 1 & \text{si } y \ge 6 \end{cases}$ **; c) 0, 0’12**

PROBLEMA 2

Con relación a cierta modalidad de préstamos sin garantía, con la siguiente tabla se asignan las probabilidades de las variables discretizadas: X_1= cuantía del crédito concedido (en miles de euros.) y X_2= plazo de devolución del crédito (en años):

X_2 \ X_1	0’5	1	1’5	2	2’5
1	0’05	0’05	0’02	0’02	
2	0’02	0’15	0’18	0’05	
3		0’08	0’08	0’12	0’02
4		0’04	0’02	0’04	0’06

a) Obtener la varianza de la variable “plazo de devolución del crédito”.
b) Sea el suceso A= “créditos de más de mil euros” y el suceso B= “crédito con menos de 3 años de amortización”. Obtener p(A/B) y p(B/A).

Solución: a) $\sigma^2_{X_2} = 0'8496$ **; b) p(A/B)=1/2, p(B/A)=0’27/0’61**

PROBLEMA 3

Si $X \sim N(100{,}10)$, $Y \sim N(25{,}4)$, $Z \sim N(6{,}2)$, siendo X, Y, Z estocásticamente independientes, obtener la distribución de:

a) X+Y+Z.

b) X-Y-Z.

c) –X-Y-Z

Solución: a) $X+Y+Z \sim N\left(131, \sqrt{120}\right)$; **b)** $X-Y-Z \sim N\left(69, \sqrt{120}\right)$; **c)** $-X-Y-Z \sim N\left(-131, \sqrt{120}\right)$

PROBLEMA 4

Supóngase que la variable aleatoria X solo puede tomar los valores 1, 2 y 3 y la v.a. Y solo puede tomar los valores 1 y 2, entonces la función:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{18}xy & x = 1,2,3 \quad y = 1,2 \\ 0 & otro\ caso \end{cases}$$

es una función de probabilidad o cuantía conjunta para el vector aleatorio (X, Y).

Tabla de la distribución conjunta

X \ *Y*	**1**	**2**	$f_1(x)$
1	$\frac{1}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$
2	$\frac{2}{18}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{6}{18}=\frac{2}{6}$
3	$\frac{3}{18}$	$\frac{6}{18}$	$\frac{9}{18}=\frac{3}{6}$
$f_2(y)$	$\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$	$\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$	***1***

Se comprobará que la distribución conjunta $f(x,y)$ se puede factorizar en producto de sus marginales $f_1(x)$ y $f_2(y)$ y, por tanto, las variables aleatorias X e Y son independientes.

$$f(x,y) = f_1(x) \cdot f_2(y)$$

Solución: $f_1(x) = \frac{1}{6}x$ y $f_2(y) = \frac{1}{3}y \rightarrow f(x,y) = \frac{1}{18}xy = \frac{1}{6}x \cdot \frac{1}{3}y = f_1(x) \cdot f_2(y)$