

# ***GRADO EN INTERNATIONAL BUSINESS***



---

**ESTADÍSTICA (35887)  
CURSO ACADÉMICO 2018/19**



# *TEMA 9*

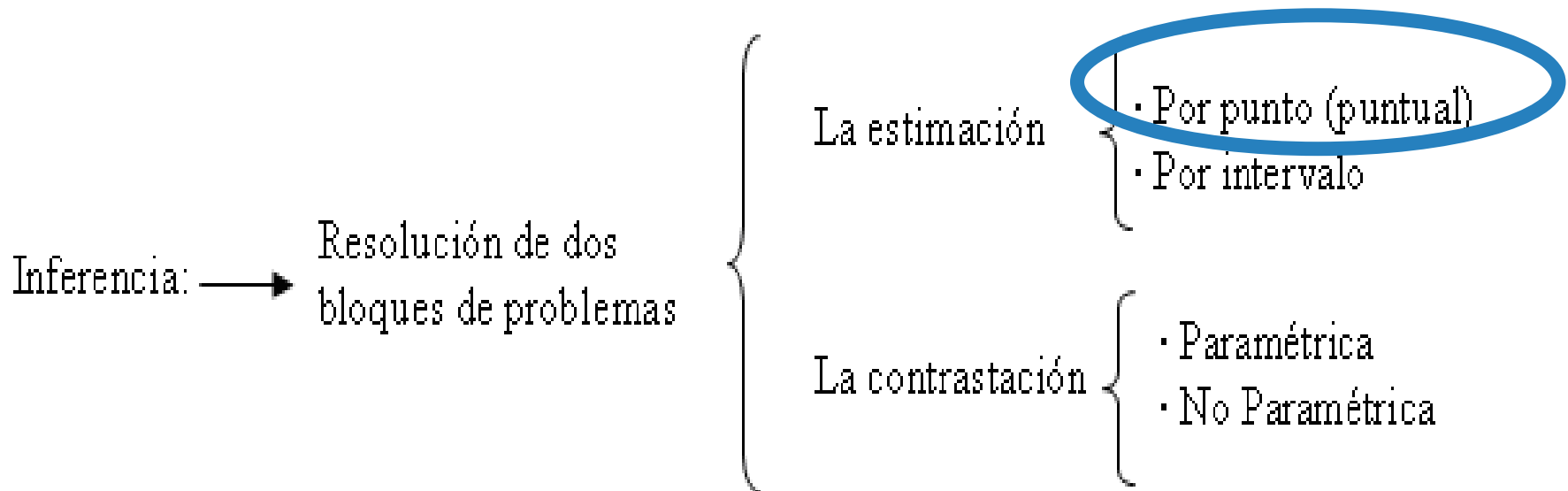
## *"ESTIMACIÓN PUNTUAL"*

---

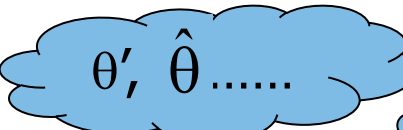
- **9.1. Introducción.**
- **9.2. Estadístico, estimador y estimación.**
- **9.3. Propiedades deseables de los estimadores.**
- **9.4. Construcción de estimadores. Estimadores máximo-verosímiles.**

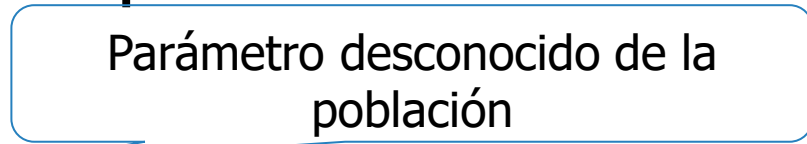


## 9.1.- INTRODUCCIÓN.



## 9.2. – ESTADÍSTICO, ESTIMADOR Y ESTIMACIÓN.

- **ESTADÍSTICO:** cualquier función de  $\{X_i\}_{i=1}^n$   


$\theta', \hat{\theta} \dots$
- **ESTIMADOR de  $\theta$ :** estadístico que se utiliza para estimar  $\theta$ .  


Parámetro desconocido de la población
- **ESTIMACIÓN de  $\theta$ :** valor que toma un estimador de  $\theta$  para una muestra concreta.

## **9.3. – PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES.**

ALGUNAS PROPIEDADES DESEABLES  
DE LOS ESTIMADORES SON:

- INSESGADEZ
- EFICIENCIA

## 9.3. – PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES.

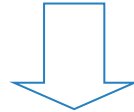
- **INSESGADEZ:**  $\theta'$  es estimador incesgado de  $\theta$  si
$$E(\theta') = \theta$$
definiéndose el sesgo de cualquier estimador  $\theta''$  como:
$$b(\theta'') = E(\theta'') - \theta$$

Ejemplos:

- ☞  $\bar{X}$  es estimador incesgado de  $\mu$  ( $E(\bar{X}) = \mu$ )
- ☞  $S^2$  es estimador sesgado de  $\sigma^2$  ( $E(S^2) = \left(\frac{n-1}{n}\right) \cdot \sigma^2 \neq \sigma^2$ )
- ☞  $S'^2$  es estimador incesgado de  $\sigma^2$  ( $E(S'^2) = \sigma^2$ )

## **9.3. – PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES.**

Si  $\theta'$  y  $\theta''$  son estimadores insesgados de  $\theta$



se seleccionaría  $\theta'$  si tuviera menor variabilidad



¿Puede un estimador sesgado ser más interesante que otro insesgado?

VALORACIÓN CONJUNTA DE SESGO Y VARIANZA

## 9.3. – PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES.

### EVALUACIÓN CONJUNTA DE SESGO Y VARIANZA DE UN ESTIMADOR

Error cuadrático medio de  $\theta'$ :

$$E[(\theta' - \theta)^2] = \text{Var}(\theta') + b^2(\theta')$$

- **Dados dos estimadores de  $\theta$ :  $\theta'$  y  $\theta''$ , el primero ( $\theta'$ ) es mejor que el segundo ( $\theta''$ ) si**

$$E[(\theta' - \theta)^2] \leq E[(\theta'' - \theta)^2]$$

- **Dados dos estimadores insesgados de  $\theta$ :  $\theta'$  y  $\theta''$ , el primero ( $\theta'$ ) es mejor que el segundo ( $\theta''$ ) si**

$$\text{Var}(\theta') \leq \text{Var}(\theta'')$$



## 9.3. – PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES.

- **Cota de Frechét-Cramer-Rao (C.F.C.R.):**

$$\text{Var}(\theta') \geq \text{C.F.C.R.}$$

$$\frac{(1 + b'(\theta'))^2}{I_n}$$

$$I_n = E \left\{ \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \log f(\vec{X}; \theta) \right)^2 \right\}$$

- **EFICIENCIA:**  $\theta'$  es estimador eficiente para  $\theta$  si es insesgado y alcanza la C.F.C.R., es decir:

$$E(\theta') = \theta \text{ y } \text{Var}(\theta') = \text{C.F.C.R.} = \frac{1}{I_n}$$

## 9.4. – CONSTRUCCIÓN DE ESTIMADORES. ESTIMADORES MÁXIMO-VEROSÍMILES

### ■ MÉTODO DE MÁXIMA-VEROSIMILITUD:

- Función de verosimilitud (=función de probabilidad de la muestra): si m.a.s.

$$L(X_1, X_2, \dots, X_n; \theta) = f(X_1, X_2, \dots, X_n; \theta) = f(X_1; \theta) \cdot f(X_2; \theta) \cdot \dots \cdot f(X_n; \theta)$$

- $\theta'$  es estimador máximo-verosímil para  $\theta$  si hace máxima la función de verosimilitud
- Si la función de verosimilitud ( $L$ ) es diferenciable



problema de optimización (y además extremos de la misma coinciden con los de su logaritmo)

## 9.4. – CONSTRUCCIÓN DE ESTIMADORES. ESTIMADORES MÁXIMO-VEROSÍMILES

**Ejemplos de estimadores obtenidos por el método de máxima-verosimilitud :**

PARÁMETRO	ESTIMADOR
$p$ (de una $B(n, p)$ )	$\hat{p} = \frac{\bar{X}}{n}$
$\lambda$ (de una Poisson)	$\hat{\lambda} = \bar{X}$
$\mu$ de una $N(\mu, \sigma)$	$\hat{\mu} = \bar{x}$
$\sigma^2$ de una $N(\mu, \sigma)$ con $\mu$ desconocida	$\hat{\sigma}^2 = S^2$