GRADO EN INTERNATIONAL BUSINESS

ESTADÍSTICA (35887)
CURSO ACADÉMICO 2018/19

Vniversitat de València OpenCourseWare

TEMA 9 "ESTIMACIÓN PUNTUAL"

- **9.1. Introducción.**
- **9.2. Estadístico, estimador y estimación.**
- **9.3. Propiedades deseables de los estimadores.**
- **9.4. Construcción de estimadores. Estimadores máximo-verosímiles.**

9.1.- INTRODUCCIÓN.

Inferencia: → Resolución de dos bloques de problemas

- La estimación
  - · Por punto (puntual)
  - · Por intervalo
- La contrastación
  - · Paramétrica
  - · No Paramétrica

9.2. – ESTADÍSTICO, ESTIMADOR Y ESTIMACIÓN.

- **ESTADÍSTICO:** cualquier función de $\{X_i\}_{i=1}^{n}$

$\theta', \hat{\theta}$ ……

Parámetro desconocido de la población

- **ESTIMADOR de θ:** estadístico que se utiliza para estimar θ.

- **ESTIMACIÓN de θ:** valor que toma un estimador de θ para una muestra concreta.

9.3. – PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES.

ALGUNAS PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES SON:

- INSESGADEZ
- EFICIENCIA

9.3. – PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES.

- **INSESGADEZ**: θ' es estimador insesgado de θ si

$$E(\theta') = \theta$$

definiéndose el sesgo de cualquier estimador θ'' como:

$$b(\theta'') = E(\theta'') - \theta$$

Ejemplos:

- $\overline{X}$ es estimador insesgado de μ ($E(\overline{X}) = \mu$)
- S^2 es estimador sesgado de σ^2 ($E(S^2) = \left(\frac{n-1}{n}\right) \cdot \sigma^2 \neq \sigma^2$)
- S'^2 es estimador insesgado de σ^2 ($E(S'^2) = \sigma^2$)

9.3. – PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES.

Si θ' y θ'' son estimadores insesgados de θ

se seleccionaría θ' si tuviera menor variabilidad

¿Puede un estimador sesgado ser más interesante que otro insesgado?

VALORACIÓN CONJUNTA DE SESGO Y VARIANZA

9.3. – PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES.

EVALUACIÓN CONJUNTA DE SESGO Y VARIANZA DE UN ESTIMADOR

Error cuadrático medio de θ':

$$E\left[(\theta' - \theta)^2\right] = Var(\theta') + b^2(\theta')$$

- **Dados dos estimadores de** θ: θ' y θ'', el primero (θ') **es mejor que el segundo** (θ'') **si**

$$\boxed{E[(\theta'-\theta)^2] \leq E[(\theta''-\theta)^2]}$$

- **Dados dos estimadores insesgados de** θ: θ' y θ'', el primero (θ') **es mejor que el segundo** (θ'') **si**

$$\boxed{Var(\theta') \leq Var(\theta'')}$$

9.3. – PROPIEDADES DESEABLES DE LOS ESTIMADORES.

- **Cota de Frechét-Cramer-Rao (C.F.C.R.):**

$$Var(\theta') \geq \text{C.F.C.R.}$$

$$\frac{(1+b'(\theta'))^2}{I_n}$$

$$I_n = E\left\{\left(\frac{\partial}{\partial\theta}\log f(\vec{X};\theta)\right)^2\right\}$$

- **EFICIENCIA**: θ' es estimador eficiente para θ si es insesgado y alcanza la C.F.C.R., es decir:

$$E(\theta') = \theta \text{ y } Var(\theta') = \text{C.F.C.R} = \frac{1}{I_n}$$

9.4. – CONSTRUCCIÓN DE ESTIMADORES. ESTIMADORES MÁXIMO-VEROSÍMILES

- **MÉTODO DE MÁXIMA-VEROSIMILITUD**:
  - Función de verosimilitud (=función de probabilidad de la muestra): si m.a.s.

$$L(X_1, X_2, \ldots, X_n; \theta) = f\left(X_1, X_2, \ldots, X_n; \theta\right) = f\left(X_1; \theta\right) \bullet f\left(X_2; \theta\right) \bullet \ldots \bullet f\left(X_n; \theta\right)$$

  - θ' es estimador máximo-verosimil para θ si hace máxima la función de verosimilitud
  - Si la función de verosimilitud (L) es diferenciable

$\Downarrow$

problema de optimización (y además extremos de la misma coinciden con los de su logaritmo)

9.4. – CONSTRUCCIÓN DE ESTIMADORES. ESTIMADORES MÁXIMO-VEROSÍMILES

***Ejemplos de estimadores obtenidos por el método de máxima-verosimilitud*:**

PARÁMETRO	ESTIMADOR
p (de una B(n, p))	$\hat{p} = \frac{\overline{X}}{n}$
λ (de una Poisson)	$\hat{\lambda} = \overline{X}$
μ de una N(μ , σ)	$\hat{\mu} = \overline{x}$
σ^2 de una N(μ , σ) con μ desconocida	$\hat{\sigma}^2 = S^2$