GRADO EN INTERNATIONAL BUSINESS

ESTADÍSTICA (35887)

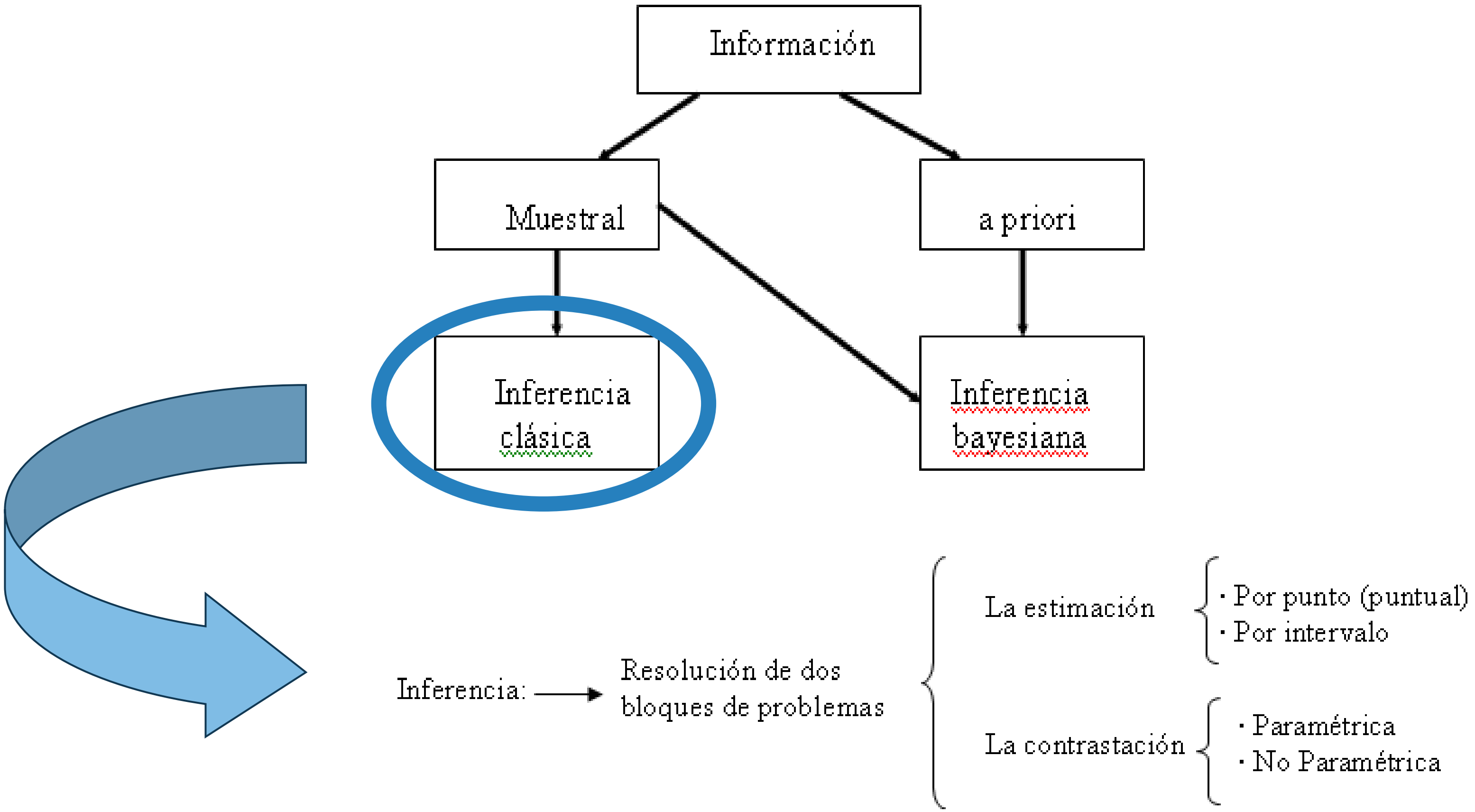
CURSO ACADÉMICO 2018/19

Vniversitat de València OpenCourseWare

TEMA 8
"INTRODUCCIÓN A LA INFERENCIA Y DISTRIBUCIONES EN EL MUESTREO"

- **8.1. Introducción a la Inferencia. Conceptos básicos.**
- **8.2. Muestreo. Tipos de muestreo.**
- **8.3. Muestra genérica de tamaño n y estadístico.**
- **8.4. Distribuciones en el muestreo.**
  - **8.4.1. Distribuciones en el muestreo para una población cualquiera.**
  - **8.4.2. Distribuciones en el muestreo para poblaciones que siguen una distribución Normal.**
  - **8.4.3. Distribución de la proporción muestral.**
  - **8.4.4. Distribución de la diferencia de proporciones muestrales.**

8.1.- INTRODUCIÓN A LA INFERENCIA. CONCEPTOS BÁSICOS



8.1.- INTRODUCIÓN A LA INFERENCIA. CONCEPTOS BÁSICOS

Conceptos básicos:

1. Universo
2. Población
3. Muestra

8.2. – MUESTREO. TIPOS DE MUESTREO

- Muestreo.
- Tipos de muestreo:
  - Muestreo opinático
  - Muestreo aleatorio:
    - Muestreo aleatorio simple (m.a.s.) o con reemplazamiento
    - Muestreo irrestricto o sin reemplazamiento.

8.3. – MUESTRA GENÉRICA DE TAMAÑO n Y ESTADÍSTICO

- Muestra genérica de tamaño n:

$$(X_1, X_2, \ldots\ldots X_n)$$

Con:

X_i= *v.a. cuyo recorrido está formado por los valores que puede tomar el i-ésimo elemento de una muestra de tamaño n* $\forall i \in \{1, 2, \ldots. n\}$

- Distribución de X_i= distribución de la población $\forall i \in \{1, 2, \ldots. n\}$
- Muestra de tamaño n= valor concreto de la muestra genérica de tamaño n

Si m.a.s. → $\{X_i\}_{i=1}^{n}$ son e.i. → $f(X_1, X_2, \ldots X_n) = f(X_1)\, f(X_2) \ldots\ldots f(X_n)$

VER EJEMPLO DOCUMENTO WORD

8.3. – MUESTRA GENÉRICA DE TAMAÑO n Y ESTADÍSTICO

Estadístico: cualquier función de $\{X_i\}_{i=1}^{n}$

Es una v.a. con distribución de probabilidad= ***distribución muestral o distribución en el muestreo***

EJEMPLOS DE ESTADÍSTICOS:

Media muestral

$$\bar{X}: (X_1, X_2, \ldots\ldots X_n) \longrightarrow R$$
$$(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n) \longrightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$

Varianza muestral

$$S^2: (X_1, X_2, \ldots\ldots X_n) \longrightarrow R^+$$
$$(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n) \longrightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

Cuasivarianza muestral

$$S'^2: (X_1, X_2, \ldots\ldots X_n) \longrightarrow R^+$$
$$(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n) \longrightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

8.4. – DISTRIBUCIONES EN EL MUESTREO

8.4.1. Distribuciones en el muestreo para una población cualquiera.
8.4.2. Distribuciones en el muestreo para poblaciones que siguen una distribución Normal.
8.4.3. Distribución de la proporción muestral.
8.4.4. Distribución de la diferencia de proporciones muestrales.

8.4.1. – DISTRIBUCIONES EN EL MUESTREO PARA UNA POBLACIÓN CUALQUIERA

- P=Población, tal que
  P~D(μ, σ)
- Técnica de muestreo:
  m.a.s.

$$\begin{cases} E\left(\overline{X}\right) = \mu \\ Var\left(\overline{X}\right) = \dfrac{\sigma^2}{n} \end{cases}$$

$$\boxed{E\left(S^2\right) = \left(\dfrac{n-1}{n}\right) \bullet \sigma^2}$$

$$\boxed{E\left(S'^2\right) = \sigma^2}$$

8.4.2. DISTRIBUCIONES EN EL MUESTREO PARA POBLACIONES QUE SIGUEN UNA DISTRIBUCIÓN NORMAL.

- P=Población, tal que **P~N(μ, σ)**
- Técnica de muestreo: m.a.s.

VARIABLES Y DISTRIBUCIONES	*APLICACIONES*
$\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la media de la población Normal cuando la varianza poblacional es conocida.
$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\mu}{\sigma}\right)^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi_n^2$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la varianza de la población Normal cuando la media poblacional es conocida.
$\frac{nS^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la varianza de la población Normal cuando la media poblacional es desconocida.
$\frac{\overline{X}-\mu}{S} \cdot \sqrt{n-1} \sim t_{n-1}$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la media de la población Normal cuando la varianza poblacional es desconocida.

8.4.2. DISTRIBUCIONES EN EL MUESTREO PARA POBLACIONES QUE SIGUEN UNA DISTRIBUCIÓN NORMAL.

- Poblaciones X e Y, tal que $\mathbf{X \sim N(\mu_X, \sigma_X), Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y)}$
- Técnica de muestreo: m.a.s. con n_X=tamaño muestral de X y n_Y=tamaño muestral de Y

VARIABLES Y DISTRIBUCIONES	*APLICACIONES*
$\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}-(\mu_X-\mu_Y)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_X^2}{n_X}+\dfrac{\sigma_Y^2}{n_Y}}} \sim N(0;\ 1)$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la diferencia de medias de dos poblaciones Normales con varianzas conocidas (muestras independientes).
$\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}-(\mu_X-\mu_Y)}{\sqrt{n_X+n_Y} \bullet \sqrt{n_X S_X^2+n_Y S_Y^2}} \cdot \sqrt{n_X n_Y} \cdot \sqrt{n_X+n_Y-2} \sim t_{n_X+n_Y-2}$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la diferencia de medias de dos poblaciones Normales con varianzas desconocidas pero iguales (muestras independientes).
$\dfrac{n_X}{n_Y} \cdot \dfrac{n_Y-1}{n_X-1} \cdot \dfrac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} \cdot \dfrac{S_x^2}{S_y^2} \sim F_{n_X-1;\, n_Y-1}$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la razón de varianzas de dos poblaciones Normales (muestras independientes).

8.4.3. – DISTRIBUCIÓN DE LA PROPORCIÓN MUESTRAL.

- p=proporción poblacional
- Técnica muestreo: m.a.s.
- Tamaño muestral (n): suficientemente grande.
- $\hat{p}$ =proporción muestral

$$\hat{p} \sim N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$

$$\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N(0,1)$$

8.4.4. – DISTRIBUCIÓN DE LA DIFERENCIA DE PROPORCIONES MUESTRALES.

- $p_x - p_y$ =diferencia de proporciones poblacionales
- Técnica muestreo: m.a.s. y ambas muestras independientes
- Tamaños muestrales (n_x y n_y): suficientemente grandes.
- $\hat{p}_x - \hat{p}_y$ =diferencia de proporciones muestrales

$$\hat{p}_x - \hat{p}_y \sim N\left(p_x - p_y, \sqrt{\frac{p_x q_x}{n_x} + \frac{p_y q_y}{n_y}}\right)$$

$$\frac{\hat{p}_x - \hat{p}_y - (p_x - p_y)}{\sqrt{\frac{p_x q_x}{n_x} + \frac{p_y q_y}{n_y}}} \sim N(0,1)$$