GRADO EN INTERNATIONAL BUSINESS

ESTADÍSTICA (35887)

CURSO ACADÉMICO 2018/19

Vniversitat de València OpenCourseWare

TEMA 10
"ESTIMACIÓN POR INTERVALOS"

- **10.1. Introducción.**
- **10.2. Método general.**
- **10.3. Obtención de intervalos de confianza.**

10.1.- INTRODUCCIÓN

Inferencia: → Resolución de dos bloques de problemas

- La estimación
  - Por punto (puntual)
  - Por intervalo
- La contrastación
  - Paramétrica
  - No Paramétrica

http://pages.uv.es/piclickers/cat/MenuH_mUVies.wiki

10.1.- INTRODUCCIÓN

Dado un parámetro θ desconocido de la población el objetivo consiste en:

α=nivel de significación

Fijado nivel de confianza (= $1-\alpha$), obtener intervalo $[\theta_1, \theta_2]$, tal que

$$P(\theta \in [\theta_1, \theta_2]) = 1-\alpha$$

10.2.- MÉTODO GENERAL

- $\boxed{\text{P.1}}$ Obtener una variable aleatoria (v.a.) T, que dependa de la muestra y de θ, de forma que la distribución de T sea conocida.
- $\boxed{\text{P.2}}$ Prefijado un nivel de confianza $1-\alpha$, obtener un intervalo $[T_1, T_2]$ para T de manera que:

$$P\,(T \in [T_1, T_2]) = 1-\alpha$$

- $\boxed{\text{P.3}}$ A partir de $[T_1, T_2]$ despejar y obtener un intervalo para θ tal que:

$$P\,(\theta \in [\theta_1, \theta_2]) = 1-\alpha$$

10.2.- MÉTODO GENERAL

REFLEXIONES:

- ¿Qué variable T seleccionar?
- Una vez seleccionada la variable T y considerado un nivel de confianza $1-\alpha$, ¿qué intervalo $[T_1, T_2]$ se considera?
- Otras cuestiones

suele oscilar entre el 80% y el 99'9%

10.2.- MÉTODO GENERAL

Se considerará la variable que corresponda del siguiente listado:

VARIABLES Y DISTRIBUCIONES	APLICACIONES
$\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la media de la población Normal cuando la varianza poblacional es conocida.
$\frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n-1} \sim t_{n-1}$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la media de la población Normal cuando la varianza poblacional es desconocida.
$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2_n$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la varianza de la población Normal cuando la media poblacional es conocida.
$\frac{nS^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la varianza de la población Normal cuando la media poblacional es desconocida.
$\frac{\overline{X}-\overline{Y}-(\mu_X-\mu_Y)}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X}+\frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}} \sim N(0;1)$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la diferencia de medias de dos poblaciones Normales con varianzas conocidas (muestras independientes).
$\frac{\overline{X}-\overline{Y}-(\mu_X-\mu_Y)}{\sqrt{n_X+n_Y}\cdot\sqrt{n_X S_X^2+n_Y S_Y^2}}\cdot\sqrt{n_X n_Y}\cdot\sqrt{n_X+n_Y-2} \sim t_{n_X+n_Y-2}$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la diferencia de medias de dos poblaciones Normales con varianzas desconocidas pero iguales (muestras independientes).
$\frac{n_X}{n_Y}\cdot\frac{n_Y-1}{n_X-1}\cdot\frac{\sigma_Y^2}{\sigma_X^2}\cdot\frac{S_X^2}{S_Y^2} \sim F_{n_X-1;n_Y-1}$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la razón de varianzas de dos poblaciones Normales (muestras independientes).
Para n suficientemente grande: $\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N(0,1)$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la proporción de una característica.
Para n_X y n_Y suficientemente grande: $\frac{\hat{p}_x-\hat{p}_y-(p_x-p_y)}{\sqrt{\frac{p_x q_x}{n_x}+\frac{p_y q_y}{n_y}}} \sim N(0,1)$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la diferencia de proporciones (muestras independientes).

10.2.- MÉTODO GENERAL

El intervalo [T_1, T_2] considerado será:

- El intervalo centrado, si se trabaja con distribuciones simétricas y unimodales (caso de la Normal y la t de Student)
- El intervalo que deje a su izquierda y a su derecha la misma probabilidad, para el resto de distribuciones (caso de la χ^2 de Pearson y la F de Snedecor)

10.2. – MÉTODO GENERAL

- NOTACIÓN:

$\lambda_{\alpha/2}$: valor de la N(0, 1) que deja a su derecha una probabilidad igual a $\alpha/2$.

$t_{\alpha/2}$: valor de la t de Student que deja a su derecha una probabilidad igual a $\alpha/2$.

$\chi^2_{\alpha/2}$ y $\chi^2_{1-\alpha/2}$: valores de la χ^2 de Pearson que dejan a su derecha una probabilidad igual a $\alpha/2$ y 1-$\alpha/2$ respectivamente.

$F_{\alpha/2}$ y $F_{1-\alpha/2}$: valores de la F de Snedecor que dejan a su derecha una probabilidad igual a $\alpha/2$ y 1-$\alpha/2$ respectivamente.

CRITERIO: $\begin{cases} \text{n suficientemente grande si n>30} \\ \text{n muy grande si n>100} \end{cases}$

10.3. – OBTENCIÓN DE INTERVALOS DE CONFIANZA

- ***INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA***
  - De una población Normal con σ^2 conocida:

P.1. T= $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

P.2. Prefijado nivel de confianza 1-α

$[T_1, T_2] = [-\lambda_{\alpha/2}, \lambda_{\alpha/2}]$ ($P(-\lambda_{\alpha/2} \leq \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \lambda_{\alpha/2}) = 1-\alpha$)

P.3. Despejando, el intervalo para μ es:

$$\left[\overline{X}-\lambda_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X}+\lambda_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

10.3. – OBTENCIÓN DE INTERVALOS DE CONFIANZA

- ***INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA***

- De una población Normal con σ^2 desconocida (muestra pequeña):

P.1. $T = \frac{\overline{X}-\mu}{S} \cdot \sqrt{n-1} \sim t_{n-1}$

P.2. Prefijado nivel de confianza $1-\alpha$

$[T_1, T_2] = [-t_{\alpha/2}, t_{\alpha/2}]$ $\left(P\left(-t_{\alpha/2} \leq \frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n-1} \leq t_{\alpha/2} \right) = 1-\alpha \right)$

P.3. Despejando, el intervalo para μ es:

$$\left[\overline{X} - t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n-1}}, \overline{X} + t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n-1}} \right]$$

10.3. – OBTENCIÓN DE INTERVALOS DE CONFIANZA

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA VARIANZA

De una población Normal con media (μ) desconocida:

P.1. T= $\frac{nS^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$

P.2. Prefijado nivel de confianza 1-α

$[T_1, T_2] = [\chi^2_{1-\alpha/2}, \chi^2_{\alpha/2}]$

P.3. Despejando, el intervalo para σ^2 es: $\left[\frac{nS^2}{\chi^2_{\alpha/2}}, \frac{nS^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}\right]$

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA PROPORCIÓN DE UNA CARACTERÍSTICA

T= $\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N(0,1)$ → $\left[\hat{p}-\lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, \hat{p}+\lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$ → (n>100) $\left[\hat{p}-\lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p}+\lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$