

# ***GRADO EN INTERNATIONAL BUSINESS***



---

**ESTADÍSTICA (35887)  
CURSO ACADÉMICO 2018/19**



# *TEMA 10*

## *"ESTIMACIÓN POR INTERVALOS"*

---

- **10.1. Introducción.**
- **10.2. Método general.**
- **10.3. Obtención de intervalos de confianza.**



# 10.1.- INTRODUCCIÓN

---

Inferencia: → Resolución de dos bloques de problemas

La estimación

- Por punto (puntual)
- Por intervalo

La contrastación

- Paramétrica
- No Paramétrica

[http://pages.uv.es/piclickers/cat/MenuH\\_mUVies.wiki](http://pages.uv.es/piclickers/cat/MenuH_mUVies.wiki)



## **10.1.- INTRODUCCIÓN**

---

Dado un parámetro  $\theta$  desconocido de la población el objetivo consiste en:



$\alpha$ =nivel de significación

Fijado nivel de confianza ( $= 1-\alpha$ ), obtener intervalo  $[\theta_1, \theta_2]$ , tal que

$$P(\theta \in [\theta_1, \theta_2]) = 1-\alpha$$

## 10.2.- MÉTODO GENERAL

- **P.1** Obtener una variable aleatoria (v.a.)  $T$ , que dependa de la muestra y de  $\theta$ , de forma que la distribución de  $T$  sea conocida.
- **P.2** Prefijado un nivel de confianza  $1-\alpha$ , obtener un intervalo  $[T_1, T_2]$  para  $T$  de manera que:

$$P(T \in [T_1, T_2]) = 1-\alpha$$




- **P.3** A partir de  $[T_1, T_2]$  despejar y obtener un intervalo para  $\theta$  tal que:

$$P(\theta \in [\theta_1, \theta_2]) = 1-\alpha$$



## 10.2.- MÉTODO GENERAL

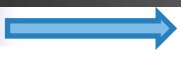
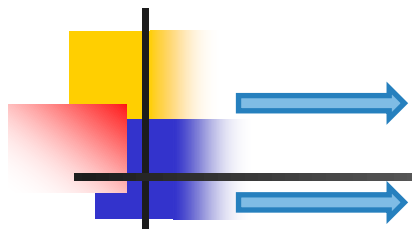
### REFLEXIONES:

- ¿Qué variable  $T$  seleccionar? 
- Una vez seleccionada la variable  $T$  y considerado un nivel de confianza  $1-\alpha$ , ¿qué intervalo  $[T_1, T_2]$  se considera? 
- Otras cuestiones 

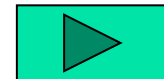
suele oscilar  
entre el 80%  
y el 99'9%

# 10.2.- MÉTODO GENERAL

**Se considerará la variable que corresponda del siguiente listado:**



VARIABLES Y DISTRIBUCIONES	APLICACIONES
$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la media de la población Normal cuando la varianza poblacional es conocida.
$\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n-1} \sim t_{n-1}$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la media de la población Normal cuando la varianza poblacional es desconocida.
$\sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \sim \chi_n^2$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la varianza de la población Normal cuando la media poblacional es conocida.
$\frac{nS^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la varianza de la población Normal cuando la media poblacional es desconocida.
$\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}} \sim N(0, 1)$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la diferencia de medias de dos poblaciones Normales con varianzas conocidas (muestras independientes).
$\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{n_x}{n_x + n_y} \cdot \frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{n_y}{n_x + n_y} \cdot \frac{\sigma_y^2}{n_y}}} \sim t_{n_x + n_y - 2}$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la diferencia de medias de dos poblaciones Normales con varianzas desconocidas pero iguales (muestras independientes).
$\frac{\frac{n_x}{n_y} \cdot \frac{n_y - 1}{n_x - 1} \cdot \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} \cdot \frac{S_x^2}{S_y^2}}{\sim F_{n_x - 1, n_y - 1}}$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la razón de varianzas de dos poblaciones Normales (muestras independientes).
Para n suficientemente grande: $\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N(0,1)$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la proporción de una característica.
Para n <sub>x</sub> y n <sub>y</sub> suficientemente grande: $\frac{\hat{p}_x - \hat{p}_y - (p_x - p_y)}{\sqrt{\frac{p_x q_x}{n_x} + \frac{p_y q_y}{n_y}}} \sim N(0,1)$	Problemas inferenciales que hacen referencia a la diferencia de proporciones (muestras independientes).





## **10.2.- MÉTODO GENERAL**

---

***El intervalo  $[T_1, T_2]$  considerado será:***

- El intervalo centrado, si se trabaja con distribuciones simétricas y unimodales (caso de la Normal y la t de Student)
- El intervalo que deje a su izquierda y a su derecha la misma probabilidad, para el resto de distribuciones (caso de la  $\chi^2$  de Pearson y la F de Snedecor)





## 10.2. – MÉTODO GENERAL

### ■ NOTACIÓN:

$\lambda_{\alpha/2}$  : valor de la  $N(0, 1)$  que deja a su derecha una probabilidad igual a  $\alpha/2$ .

$t_{\alpha/2}$  : valor de la  $t$  de Student que deja a su derecha una probabilidad igual a  $\alpha/2$ .

$\chi_{\alpha/2}^2$  y  $\chi_{1-\alpha/2}^2$  : valores de la  $\chi^2$  de Pearson que dejan a su derecha una probabilidad igual a  $\alpha/2$  y  $1-\alpha/2$  respectivamente.

$F_{\alpha/2}$  y  $F_{1-\alpha/2}$  : valores de la  $F$  de Snedecor que dejan a su derecha una probabilidad igual a  $\alpha/2$  y  $1-\alpha/2$  respectivamente.

**CRITERIO:**  $\left\{ \begin{array}{l} n \text{ suficientemente grande si } n > 30 \\ n \text{ muy grande si } n > 100 \end{array} \right.$

## 10.3. – OBTENCIÓN DE INTERVALOS DE CONFIANZA

### ■ INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA

✚ De una población Normal con  $\sigma^2$  conocida:

**P.1.**  $T = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

**P.2.** Prefijado nivel de confianza  $1-\alpha$

$$[T_1, T_2] = [-\lambda_{\alpha/2}, \lambda_{\alpha/2}] \left( P(-\lambda_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \lambda_{\alpha/2}) = 1-\alpha \right)$$

**P.3.** Despejando, el intervalo para  $\mu$  es:

$$\left[ \bar{X} - \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

## 10.3. – OBTENCIÓN DE INTERVALOS DE CONFIANZA

### INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA

✚ De una población Normal con  $\sigma^2$  desconocida (muestra pequeña):

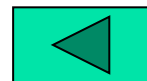
P.1.  $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S} \cdot \sqrt{n-1} \sim t_{n-1}$

P.2. Prefijado nivel de confianza  $1-\alpha$

$$[T_1, T_2] = [-t_{\alpha/2}, t_{\alpha/2}] \quad \left( P\left(-t_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n-1} \leq t_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha \right)$$

P.3. Despejando, el intervalo para  $\mu$  es:

$$\left[ \bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n-1}}, \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n-1}} \right]$$



# 10.3. – OBTENCIÓN DE INTERVALOS DE CONFIANZA

## INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA VARIANZA

De una población Normal con media ( $\mu$ ) desconocida:

P.1.  $T = \frac{nS^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$

P.2. Prefijado nivel de confianza  $1-\alpha$

$$[T_1, T_2] = [\chi_{1-\alpha/2}^2, \chi_{\alpha/2}^2]$$

P.3. Despejando, el intervalo para  $\sigma^2$  es:

$$\left[ \frac{nS^2}{\chi_{\alpha/2}^2}, \frac{nS^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2} \right]$$



## INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA PROPORCIÓN DE UNA CARACTERÍSTICA

$$T = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N(0,1)$$

$$\left[ \hat{p} - \lambda_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, \hat{p} + \lambda_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

$n > 100$

$$\left[ \hat{p} - \lambda_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + \lambda_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

