Modelos de probabilidad -2008-09 resuelto

Apellidos……………………………………………………. JUNIO 09 MB

Nombre…………………………………grupo Nº asociado prácticas……

1.-El número de poros de un ladrillo de los que fabricamos es por término medio de 1. Si un ladrillo tiene más de un poro ha de se, si tiene uno o menos el ladrillo es útil y se vende por 4 euros. El coste de producción de un ladrillo es de un euro. Si en un día fabricamos un número de ladrillos que sigue, también, una Poisson de media 1000. Calcular el beneficio esperado de un día cualquiera (3 puntos)

X = numero de errores por pieza X sigue una poisson de media 1

$$Iu = Ingreso\, unitario = \begin{cases} 4 \; si \;\; x \leq 1 \\ 0 \; si \;\; x > 1 \end{cases}$$

$$Itotales = n \cdot Bu$$

$$n = número \;\; fabr. \rightarrow \wp(1000) \;\; luego \;\; E[n] = 1000$$

$$E\left[It\right] = E\left[n\right] \cdot E\left[Bu\right] = 1000 \cdot E\left[Bu\right] =$$

$$1000\left[4 \cdot P(x \leq 1\right] = 4000 \cdot \left[P(x=0) + P(x=1)\right] =$$

$$4000\left[0,367 + 0,367\right] = 2936 \;\; euros$$

$$dado \;\; que \;\; x = número \;\; de \;\; poros \rightarrow \wp(\lambda = 1)$$

$$B^o\, t = It - Gt \qquad\qquad E\left[Gt\right] = 1 \cdot E[n] = 1 \cdot 1000 = 1000$$

$$E\left[Bt\right] = E\left[It\right] - E\left[Gt\right] = 2936 - 1000 = 1936 \; euros$$

2.- El número de clientes que entra en nuestra tienda es por termino medio de 5 a la hora, Calcular la probabilidad con la que el primer cliente entrará en los primeros 30 minutos (0,5 horas) después de haber abierto
(1 punto)

Nº clientes X $x \Rightarrow \wp(\lambda = 5)$ luego el t de espera entre clientes será $: t \Rightarrow \exp(\alpha = 5) \;\; horas \;\; dado \;\; que \;\; E[t] = 1/5 = 1/\alpha$ luego

$$P(x < 0,5) = F(0,5) = 1 - e^{-\alpha x} = 1 - e^{-5 \cdot 0,5} = 0,91$$

3.-El número de clientes que entran a nuestra tienda en una hora es por término medio de 3 .Calcular la probabilidad de que , después de abrir , en cada una de las siguientes 3 horas entren más de dos clientes en cada una de ellas (2 puntos)

$x = \left(\textit{número de clientes entran a la hora}\right)$

$x \Rightarrow \wp(\lambda = 3) \quad P(\textit{mas de dos a la hora}) = P(x > 2) = 1 - P(x \leq 2) =$

$1 - \left[P(x=0) + P(x=1) + P(x=2)\right] = 1 - \left[\frac{e^{-3} \cdot 3^0}{0!} + \frac{e^{-3} \cdot 3^1}{1!} + \frac{e^{-3} \cdot 3^2}{2!}\right] =$

$1 - \left[0,049 + 0,149 + 0,224\right] = 1 - 0,422 = 0,577$

$Y \Rightarrow (\textit{número de horas con más de dos clientes de } 3 \textit{ horas})$

$Y \Rightarrow B(3; 0,577)$

$P(Y = 3) = \binom{3}{3} 0,5773^3 \cdot 0,4^0 = 0,1923$

4.-Fabricamos tableros de acero con la unión de dos chapas por soldadura. La chapa tiene una longitud que se distribuye como una N[150,2] cm. La soldadura hace perder en general al tablero una longitud N[1,1] cm.Un tablero es correcto y se puede utilizar si su longitud es superior a 299,5 cm . Si necesitamos tres correctos y hemos montado cuatro:

a) **Probabilidad de montar un tablero correcto**
b) **Probabilidad de que tengamos bastante con los cuatro montados**
c) **Probabilidad de que sea al tercer montado cuando poseamos el primer útil (3 puntos)**

a) la longitud total del tablero será :

$$Lt \to N\left[150 + 150 - 1; \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^1}\right] = N\left[299; 3\right]$$

P (tablero correcto) =

$$P(Lt > 299,5) = P\left(t > \frac{299,5 - 299}{3}\right) =$$

$$P(t > 0,1666) = 1 - F(0,1666) = 1 - 0,566 \approx 0,434$$

b) P(tengamos bastante) =P (3 o más correctos de 4 montados)

X= número de correctos de 4

$$X \Rightarrow B(4; 0,434)$$

$$P(\textit{tengamos bastante}) = P(x \geq 3) = P(x = 3) + P(x = 4) =$$

$$\binom{4}{3} 0,434^3 \cdot 0,566^1 + \binom{4}{4} 0,434^4 \cdot 0,566^0 = 0,185 + 0,0354 = 0,22$$

c) Y = número de montados hasta conseguir el primer útil

$$Y \Rightarrow G(p) = G(0,434) \textit{ donde } p = \textit{prob de fabricar útil}$$

$$P(y = 3) = p \cdot q^2 = 0,434 \cdot 0,566^2 = 0,139$$

5.-En nuestra cartera de valores disponemos de 10 acciones de “pollos vigorosos SA” de las que se ha estudiado que los dividendos anuales siguen una N[2 ; 0,5] euros. Calcular la probabilidad de que en tres años nos haya rendido más de 70 euros. (1 punto)

RA

$$Ra \Rightarrow N\left[10\cdot 2; \sqrt{10^2 \cdot 0,5^2}\right] = N[20;5]$$

$$R3a \Rightarrow N\left[20+20+20\ ; \sqrt{5^2+5^2+5^2}\right] = N[60;8,6]$$

$$P(R3a > 70) = P(t > t_1) = P(t > \frac{70-60}{8,6} \approx 1,16) =$$

$$= 1 - F(1,16) = 1 - 0,877 = 0,123$$