Examen modelos de probabilidad 2009-10 resuelto

Modelos junio 2010

1- En un quiosco se supone que el número de ventas diarias de periódicos sigue una distribución Normal con media 30 y desviación típica 2. Determinar:

a) Probabilidad de que en un día se vendan entre 25 y 35 periódicos.

b) Determinar el número de periódicos vendidos que no será superado en el 90% de las ocasiones.

c) Supongamos que en una ciudad hay 10 quioscos independientes del mismo tipo y con las mismas características. Determinar la probabilidad de que en al menos nueve quioscos vendan entre 25 y 35 periódicos.

d) Cuantos quioscos cabe esperar que tendremos que inspeccionar para encontrarnos con el primero que venda más de 35 periódicos

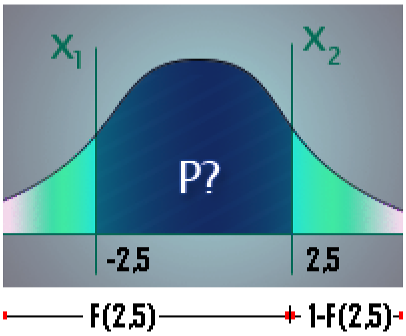
a) Venta de periódicos = X

$$X \Rightarrow N[30;2]$$

$$P(25 < x < 35) = P(\frac{25-30}{2} < t < \frac{35-30}{2}) =$$

$$P(-2,5 < t < 2,5) =$$

$$= F(2,5) - [1 - F(2,5)] = 0,994 - 0,006 = 0,988$$



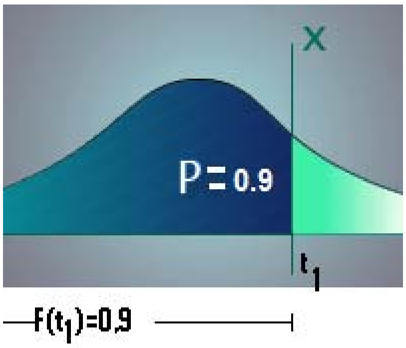
b)

$$P(x < x_1) = 0,9$$

$$t \to N[0,1]$$

$$P(t < t_1) = 0,9 \to t_1 = 0,816$$

$$0,816 = \frac{x_1 - 30}{2} \to 31,632$$



c) 10 kioscos   P(vender entre 25 y 35) =P(25<x<35) =0,988 (antes calculada)

Y = número de kioscos que venden entre 25 y 35 periódicos de 10

$$y \Rightarrow B(10;0,988)$$

$$P(al\ menos\ 9) = P(y \geq 9) = P(y=9) + P(y=10)$$

$$\binom{10}{9} 0,988^9 \cdot (1-0,988)^1 + \binom{10}{10} 0,988^{10} \cdot (1-0,988)^0$$

$$= 0,107 + 0,886 = 0,993$$

d) Número de quioscos inspeccionados hasta primero que vende más de 35 periódicos = z

$$Z \Rightarrow G(p)$$

$$p = P(x > 35) = P(t > \frac{35-30}{2}) = P(t < 2,5) = 1 - F(2,5) = 0,006$$

$$ya\ que\ \ x \Rightarrow N[30;2]$$

$$E[z] = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,006} = 166,666$$

2.- Se supone que el número de viviendas vendidas diariamente en un municipio turístico del litoral valenciano sigue una distribución Poisson de media igual a 3.

a) Calcula la probabilidad de que el número de viviendas vendidas en un día cualquiera en ese municipio supere su valor medio**.**

b) Calcular la probabilidad de que en una semana (5 días) ningún día se supere la media de viviendas vendidas diariamente

Y= número de viviendas vendidas diariamente

$$x \rightarrow \wp(\lambda = 3)$$

$$P(mayor\ que\ valor\ \ medio) = P(x > 3) = 1 - P(x \leq 3)$$

$$= 1 - [P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3)]$$

$$= 1 - [0,04928 + 0,14936 + 0,22404 + 0,22404] = 1 - 0,64672 = 0,35$$

$$ya\ \ que$$

$$P(x=0) = \frac{e^{-3}3^0}{0!} = 0,04928$$

$$P(x=1) = \frac{e^{-3}3^1}{1!} = 0,14936$$

$$P(x=2) = \frac{e^{-3}3^2}{2!} = 0,22404$$

$$P(x=3) = \frac{e^{-3}3^3}{3!} = P(x=2)$$

b) Y= número de días se supera la media (3) de vendidas diarias de 5 días

$$Y \Rightarrow B(5;0,35) \quad ya\ que\ P(x>3)=0,35$$

$$P(Y=0)=\binom{5}{0}0,35^0 \cdot 0,65^5 = 0,65^5 = 0,116$$

3.-En nuestra cartera de valores disponemos de 10 acciones de “pollos vigorosos SA” de las que se ha estudiado que los dividendos anuales siguen una N[2 ; 0,5] euros . Calcular la probabilidad de que en tres años nos haya rendido más de 70 euros.

$$Ra \Rightarrow N\left[10 \cdot 2; \sqrt{10^2 \cdot 0,5^2}\right] = N[20;5]$$

$$R3a \Rightarrow N\left[20+20+20\,; \sqrt{5^2+5^2+5^2}\right] = N[60;8,6]$$

$$P(R3a>70)=P(t>t_1)=P\left(t>\frac{70-60}{8,6}\approx 1,16\right)=$$

$$=1-F(1,16)=1-0,877=0,123$$

4.-Aunque no se conoce la distribución de probabilidad del número de goles por partido se sabe que al menos en un 80 % de los partidos de un mundial se meten menos de 4 goles ¿Cuál es la probabilidad de que haya 1 gol o más en un partido cualquiera?

Sabemos que P(x < 4) > 0.8 Como el número de goles es una magnitud no negativa haciendo g(x)=x podemos aplicar el teorema de Markov:

$P(g(x)>K) \leq \dfrac{E(g(x))}{K}$ o más bien su consecuencia, y a partir de ella obtener el número medio de goles por partido:

$$P(g(x)<K) > 1-\frac{E(g(x))}{K} \Rightarrow \quad P(x<4) \geq 1-\frac{E(x)}{4} \quad \Rightarrow$$

$$E(x)=4(1-0,8)=0,8$$

Y aplicando ahora el teorema de Markov:

$P(g(x) \geq K) \leq \dfrac{E(g(x))}{K}$ en nuestro caso:

$$P(x \geq 1) \leq \frac{E(x)}{1} = 0.8$$

Como mucho en 80 % se meten goles (hay un mínimo del 20% que quedan 0-0)