Examen modelos de probabilidad -2007-08 resuelto

M

Apellido……………………………………………………………..
Nombre ………………………………….. grupo …….Número asociado practicas…….

1.- El número de falsas alarmas que se reciben en una centralita de una empresa de seguridad en un día es por término medio 2. ¿Cuál es la probabilidad de que durante dos días se reciban exactamente 4 falsas alarmas? ***(1 punto)***

$X \equiv n^o \text{ llamadas al día}$

$x \to \wp(\lambda = 2) \quad y = n^o \text{ llamadas dos días} = x + x$

$y \to \wp(\lambda = 4)$

$$¿P(y=4) = \frac{e^{-4}\cdot 4^x}{x!} = \frac{e^{-4}\cdot 4^4}{4!} = \frac{0,0183\cdot 256}{24} = 0,1952$$

2.- El tiempo que invierte un taller de automóviles en llevar a cabo una reparación es aleatorio con media 3'5 h y desviación típica 0'5 h. Se sabe también que el 80% de las reparaciones están entre 3 y 4 horas. Si el taller tiene una tarifa de 20€ por hora de trabajo y cobra una cantidad fija por reparación de 6 euros, calcula suponiendo que "el tiempo de una reparación" se puede modelizar por una distribución Normal ***(3 puntos)***

a) El importe medio de las facturas que emite el taller.

b) La probabilidad de que el importe esté comprendido entre 75 y 100 euros.

c) Si en el taller realizamos 5 reparaciones en un día. Calcular la probabilidad de que todas ellas hayan sido de un importe superior a 80 euros

Tiempo de la reparación $T \to N[3,5\,;0,5]$ *horas*

Valor de la factura I = 20·T+ 6 (euros)

Luego $I \to N[20\cdot\mu_T + 6\,;\sqrt{20^2\cdot\sigma_T{}^2}\,] \equiv N[76;10]$

Luego

a) valor medio de las facturas = 76 euros

b) $$P(75 < I < 100) = P\left(\frac{75-76}{10} < z < \frac{100-76}{100}\right) = P(-0,1 < z < 2,4) =$$
$$F(2,4) - (1 - F(0,1)) = 0,992 - (1 - 0,54) = 0,992 - 0,46 = 0,532$$

$X \equiv n^o \text{ de reparaciones de importe mayor que } 80 \text{ euros de } 5$

$X \to B(5;p)$

c) $$donde\ \ p = P(I > 80) = P(z > \frac{80-76}{10}) = P(z > 0,4) = 1 - F(0,4) = 1 - 0,655 = 0,345$$

$X \to B(5;0,345)$

$$¿P(X=5) = \binom{5}{5} 0,345^5\cdot 0,655^0 = 0,0048$$

3.- El peso de los melones que comercializamos sigue una normal de media 2 kg y desviación típica 500 gramos (0,5 kg, claro). Los melones inferiores a 1,9 kg no los comercializamos y los mandamos a la fábrica de conservas. Si los melones vienen en cajas de 10.
a) Calcular la probabilidad de que la caja entera vaya a la fábrica de conservas.
b) Calcular la probabilidad de que el cuarto revisado sea el primero que mandemos a la fábrica de conservas
c) Si por melón correcto recibimos 8 euros y por cada uno que mandamos a la conservera sólo un euro. Calcular la cantidad que esperamos ingresar por cada caja (3 puntos)

a)

P(ir a la fabrica de conservas) = P(10 melones de 10 son incorrectos (pequeños))

$$x \equiv n^o \ de \ \ pequeños \ de \ 10$$
$$x \Rightarrow B(10, p) \ \ donde \ \ p = P(poco \ \ peso) = P(P < 1,9) =$$
$$P(t < t_1) = P(t < \frac{1,9-2}{0,5}) = P(t < -0,2) = 1 - F(0,2) = 0,421$$

Así
$$P(x=10) = \binom{10}{10} 0,421^{10} \cdot (1-0,421)^0 = 0,00017$$
b) P(cuarto revisado sea el primero de poco peso)
$$Y \equiv n^o \ de \ revisados \ hasta \ \ primero \ de \ \ poco \ \ peso$$
$$Y \Rightarrow G(p) \ \ donde \ \ \ p = P(poco \ \ peso) = 0,421$$
Luego
$$P(y=4) = p \cdot q^{x-1} = 0,421 \cdot 0,579^3 = 0,081$$

c) E[ingresos por caja] = E[3· (10-x) + 1·(x)]
donde X = al número de melones con poco peso de 10

$$x \Rightarrow B(10; 0,421) \quad E\left[x\right] = np = 4,21 \text{ luego}$$
E[ingresos por caja] = E[8· (10-x) + 1·(x)] = 8(10-E[x])+E[x]= 46,3+4,21=50,53 euros
4.-Para la construcción de la base de una cercha Polonceau se van a unir dos perfiles de longitud $L \Rightarrow N\left[16 \ ; \ 3\right]$ metros . La unión se realiza con solapamiento de longitud $L_s \Rightarrow N\left[2 \ ; 1\right]$. La longitud de dicha base ha de ser de 29 y 31 metros para ser correcta. Las ensambladas pasan por un proceso de tamizado que elimina las de longitud superior a 32 y aquellas que son inferiores a 29 metros. En un día se ensamblan un número determinado de bases de cerchas de manera que han salido 10 del proceso de tamizado.
a) Calcular la probabilidad de que de éstas más de ocho sean correctas.
b) Si en un día hemos fabricado 20 .Calcular cuántas cabe esperar que serán eliminadas en el proceso de tamizado. (3 puntos)

a)

$$L_T = L + L - L_s \quad así$$
$$L_T \Rightarrow N\left[16+16-2; \sqrt{9+9+1}\right] = N\left[30; \sqrt{19}\right] \ m.$$

Si salen 10 del proceso de tamizado ¿ P(más de ocho correctas de 10) =
$= P(x > 8) = P(x \geq 9)$
Siendo $x \Rightarrow B(10; p)$ donde p = P(pieza correcta tras el tamizado)

P(pieza correcta tras el tamizado)=

$$= \frac{P(29 < L_T < 31)}{P(29 < L_T < 32)} = \frac{P(t_1 < t < t_2)}{P(t_1 < t < t_3)} = \frac{P(-0,2294 < t < 0,2294)}{P(-0,2294 < t < 0,4588)} =$$
$$= \frac{F(0,2294) - (1 - F(0,2294)}{F(0,4588) - (1 - F(0,2294)} = \frac{0,181}{0,268} = 0,675$$

$$t_1 = \frac{29-30}{\sqrt{19}} = -0,2294 \qquad t_2 = \frac{31-30}{\sqrt{19}} = 0,2294 \qquad t_3 = \frac{32-30}{\sqrt{19}} = 0,4588$$

Así $\quad x \Rightarrow B(10; p) = x \Rightarrow B(10; 0,675)$

$$P(x > 8) = P(x \geq 9) = P(x = 9) + P(x = 10) =$$

Luego $\binom{10}{9} 0,675^9 \cdot 0,325^1 + \binom{10}{10} 0,675^{10} \cdot 0,325^0 =$

$$= 10 \cdot 0,029 \cdot 0,325 + 0,019 = 0,094 + 0,019 = 0,11$$

b) E[eliminadas en el proceso de tamizado de 20 que pasan]=

$$= E\left[(L_T < 29) \cup (L_T > 32) \ de \ \ 20 \ elaboradas\right] = E[x]$$

$$x \Rightarrow B(20; p_1)$$

Donde $\quad siendo \ \ p_1 = P((29 < L_T) \cup (32 > L_T) = 1 - P(29 < L_T < 32) =$

$$= 1 - 0,268 = 0,732$$

Luego $E\left[x\right] = n \cdot p_1 = 20 \cdot 0,732 = 14,64$