Examen probabilidad 2009-10 resuelto

Estadística Empresariales Junio 2010 P

Apellidos……………………………………...………………………..
Nombre…………………………………………………………grupo………..

1.- Como todo el mundo sabe, la nueva pedagogía sostiene que para estar bien formado en competencias hay que tener en distinta prevalencia: Capacidades, Habilidades y Destrezas. El gran psicólogo-pedagogo ultramoderno Pepón Tutancamón establece una relación entre llevar gafas y las susodichas cualidades. Así su análisis fue: en el 40% de los alumnos prevalecen las “capacidades”, en el 30% las “habilidades” y en el resto las “destrezas”, además, el 20% de los alumnos en los que prevalecen las “capacidades” llevan gafas, el 10% de los alumnos en los que lo que prevalece son las “habilidades” también llevan gafas. Si conocemos que el 40% de alumnos usan gafas y estando delante de uno que lleva unas (gafas) de C.H[1] con lazo abelín de color fucsia en la zona central. Calcular la probabilidad de que en ese alumno prevalezcan las “destrezas” como cualidad necesaria para conseguir las competencias. **(1,75 puntos)**

G= llevar gafas, H= relevancia en Habilidades D=relevancia en Destrezas C=relevancia en Capacidades

$$P(G) = 0,4$$
$$P(C) = 0,4 \quad P(H) = 0,3 \quad P(D) = 0,3$$
$$P(G/C) = 0,2 \quad P(G/H) = 0,1$$
$$¿P(D/G) = \frac{P(G/D) \cdot P(D)}{P(G)} = \frac{P(G/D) \cdot 0,3}{0,4} = \frac{0,29}{0,4} = 0,725$$

$$P(G) = 0,4 = P(G/C) \cdot P(C) + P(G/H) \cdot P(H) + P(G/D) \cdot P(D)$$
$$0,4 = 0,2 \cdot 0,4 + 0,3 \cdot 0,1 + P(G/D) \cdot 0,3$$
$$0,4 = 0,08 + 0,03 + P(G/D) \cdot 0,3$$
$$0,29 = P(G/D) \cdot 0,3 \rightarrow P(G/D) = 0,9666$$

2.-Determinar si las afirmaciones que se hacen en los siguientes apartados son necesariamente ciertas (tautológicas), necesariamente falsas (contradictorias), o bien, simplemente posibles (contingentes). Justificar la respuesta**. (0,25 puntos el a y b, 0,5 puntos el resto)**

a) Si P(a) = 0,3 y P(b)=0,5 ; y a y b son independientes entonces necesariamente P(a/b)=0,3

[1] CH , gafas panzudas de Carolina Herrera

b) Si f(x)=2x para x∈[0,1] entonces P[x=0,2]= 0,4
c) si $F(x) = k \cdot x^3 \quad para \ x \in [0;2]$ entonces $k = 1/4$

a) cierto
b) falso (contradictorio) f(x) es función de densidad por tanto variable continua donde no existen las probabilidades para valores concretos pues no existen los valores concretos

c) si $F(x) = k \cdot x^3 \quad para \ x \in [0;2]$ entonces $k = 1/4$
d) si una variable aleatoria tiene de $\alpha_1 = 2 \ y \ \alpha_2 = 3$
entonces $E\left[x + x^2 - 3x\right] = -4$

$F(2) = 1 \ luego \ F(2) = kx^3 = 1 = k2^3 = k8 \rightarrow k = 1/8$
No confundir F(x) con f(x) porque no es correcto que….

$$\int_0^2 kx^3 dx = k\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2 = k\frac{16}{4} = 1 \rightarrow k = \frac{1}{4}$$

Luego falsa, contradictoria

d) si una variable aleatoria tiene de $\alpha_1 = 2 \ y \ \alpha_2 = 3$
entonces $E\left[x + x^2 - 3x\right] = -4$

$$E\left[x + x^2 - 3x\right] = E[x] + E\left[x^2\right] - 3E[x] = \alpha_1 + \alpha_2 - 3\alpha_1 = 2 + 3 - 3 \cdot 2 = -1$$

Luego falsa, contradictoria

3.- La empresa “economía insostenible SA” fabrica bombillas “led”. Acaba de recibir un pedido con 200 semiconductores. Cada bombilla led que se monta lleva un semiconductor, Un semiconductor es correcto si su longitud es de 2±1 mm. Si esta longitud es inferior se desecha y no es útil, si es superior puede cortarse y es válido. Sabiendo, además, que la longitud del semiconductor tiene un comportamiento aleatorio según especificaciones de

$$f(L_S) = \frac{1}{8} L_S \quad Para \ L_S \in [0;4]$$

Calcular el número de semiconductores válidos que cabe esperar habrá en el pedido recibido.**(1,75 puntos)**

Semiconductores válidos cabe esperar de 200

$$E[V_{200}] = E[200V_1] = 200E[V_1]$$

$$V_1 \equiv n^o \ de \ válidos \ de \ uno \quad \begin{array}{cc} V_1 & P(V_1) \\ 0 & P(L_s < 1) \\ 1 & P(L_s > 1) \end{array}$$

$$L_s \equiv x$$

$$P(L_s < 1) = \int_0^1 f(x)dx = \int_1^1 \frac{1}{8} x dx = \frac{1}{8}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{16} = 0,0625$$

$$P(L_s > 1) = 1 - P(L_s < 1) = 1 - 0,0625 = 0,9375$$

$$E[V_1] = 0 \cdot 0,0625 + 1 \cdot 0,9375 = 0,9375$$

$$luego \quad E[V_{200}] = 200 \cdot E[V_1] = 200 \cdot 0,9375 = 187,5$$

4- En un quiosco se supone que el número de ventas diarias de periódicos sigue una distribución Normal con media 30 y desviación típica 2. Determinar:

a) Probabilidad de que en un día se vendan entre 25 y 35 periódicos.

b) Determinar el número de periódicos vendidos que no será superado en el 90% de las ocasiones.

c) Supongamos que en una ciudad hay 10 quioscos independientes del mismo tipo y con las mismas características. Determinar la probabilidad de que en al menos nueve quioscos vendan entre 25 y 35 periódicos.

d) Cuantos quioscos cabe esperar que tendremos que inspeccionar para encontrarnos con el primero que venda más de 35 periódicos **(2,75 puntos)**

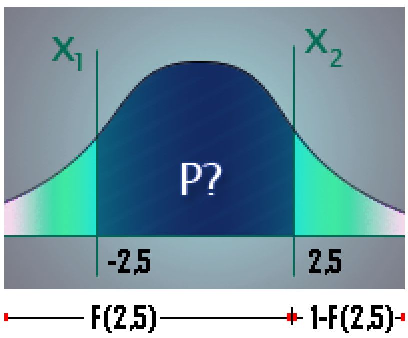
a) Venta de periódicos = X

$$X \Rightarrow N[30;2]$$

$$P(25 < x < 35) = P(\frac{25-30}{2} < t < \frac{35-30}{2}) =$$

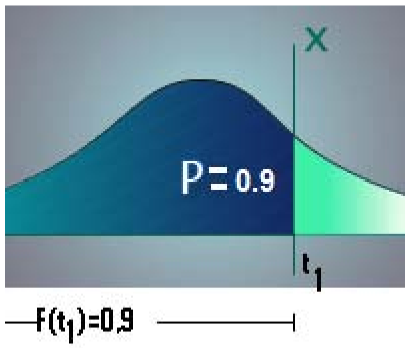
$$P(-2,5 < t < 2,5) =$$

$$= F(2,5) - [1 - F(2,5)] = 0,994 - 0,006 = 0,988$$



b)

$$P(x < x_1) = 0,9$$
$$t \rightarrow N[0,1]$$
$$P(t < t_1) = 0,9 \rightarrow t_1 = 0,816$$
$$0,816 = \frac{x_1 - 30}{2} \rightarrow 31,632$$



c) 10 kioscos   P(vender entre 25 y 35) =P(25<x<35) =0,988 (antes calculada)

Y = número de kioscos que venden entre 25 y 35 periódicos de 10

$$y \Rightarrow B(10;0,988)$$
$$P(al\ menos\ 9) = P(y \geq 9) = P(y=9) + P(y=10)$$
$$\binom{10}{9} 0,988^9 \cdot (1-0,988)^1 + \binom{10}{10} 0,988^{10} \cdot (1-0,988)^0$$
$$= 0,107 + 0,886 = 0,993$$

d) Número de quioscos inspeccionados hasta primero que vende más de 35 periódicos = z

$$Z \Rightarrow G(p)$$
$$p = P(x > 35) = P(t > \frac{35-30}{2}) = P(t < 2,5) = 1 - F(2,5) = 0,006$$
$$ya\ que\ \ x \Rightarrow N[30;2]$$
$$E[z] = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,006} = 166,666$$

5.- Se supone que el número de viviendas vendidas diariamente en un municipio turístico del litoral valenciano sigue una distribución Poisson de media igual a 3. Calcula la probabilidad de que el número de viviendas vendidas en un día cualquiera en ese municipio supere su valor medio. **(1,25 puntos)**

Y= número de viviendas vendidas diariamente

$$x \to \wp(\lambda = 3)$$

$$P(mayor\ que\ valor\ \ medio) = P(x > 3) = 1 - P(x \leq 3)$$

$$= 1 - \left[P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) \right]$$

$$= 1 - \left[0{,}04928 + 0{,}14936 + 0{,}22404 + 0{,}22404 \right] = 1 - 0{,}64672 = 0{,}35$$

$ya\ \ que$

$$P(x = 0) = \frac{e^{-3}3^0}{0!} = 0{,}04928$$

$$P(x = 1) = \frac{e^{-3}3^1}{1!} = 0{,}14936$$

$$P(x = 2) = \frac{e^{-3}3^2}{2!} = 0{,}22404$$

$$P(x = 3) = \frac{e^{-3}3^3}{3!} = P(x = 2)$$

6.-En nuestra cartera de valores disponemos de 10 acciones de “pollos vigorosos SA” de las que se ha estudiado que los dividendos anuales siguen una N[2 ; 0,5] euros . Calcular la probabilidad de que en tres años nos haya rendido más de 70 euros. **(1 punto)**

$$Ra \Rightarrow N\left[10 \cdot 2 ; \sqrt{10^2 \cdot 0{,}5^2} \right] = N[20;5]$$

$$R3a \Rightarrow N\left[20 + 20 + 20\ ; \sqrt{5^2 + 5^2 + 5^2} \right] = N[60;8{,}6]$$

$$P(R3a > 70) = P(t > t_1) = P(t > \frac{70 - 60}{8{,}6} \approx 1{,}16) =$$

$$= 1 - F(1{,}16) = 1 - 0{,}877 = 0{,}123$$