

Apellidos.....

Nombre..... Grupo

1.- Un grupo de gente de edad juvenil acude a una discoteca de moda, entre ellos sólo los hay de tres tribus, gustos o estilos: Unos son “alternativos-pijos”, el 20%, otros “chufletas-skam”, el 30%, y el resto se autodenominan “makinetos-egocomprometidos”. Entre ellos no abundan los aficionados a la lectura (como es natural), hasta el punto que de de todos sólo el 20% ha conseguido terminar de leer un libro en lo que llevan de vida. Entre los “alternativos-pijos” el porcentaje de los que se han sometido a la tortura de leer un libro son el 10%, mientras que entre los chufletas-skam ese porcentaje es sólo del 5% (cosas de la vida). Con esta información y encontrándonos ante un joven absolutamente incompatible con el abecedario, calcular la probabilidad con la que estaremos ante un individuo de “Kultura” “makineto-egocomprometida”.(1,75puntos)

$$P(ap)=0,2 \quad P(cs)=0,3 \quad P(me)=0,5$$

L= haber leído

$$NOL = \text{no haber leído} \quad P(NOL)=0,8 \quad \text{luego} \quad P(L)=0,2$$

$$P(L/ap)=0,1 \quad P(L/cs)=0,05 \quad \text{de donde} \quad P(NOL/ap)=0,9 \quad \text{y} \quad P(NOL/cs)=0,95$$

$$\zeta \quad P(me/NOL) = \frac{P(NOL/me)}{P(NOL)} = \frac{0,67}{0,8} = 0,8375$$

$$P(NOL) = P(NOL/ap) \cdot P(ap) + P(NOL/cs) \cdot P(cs) + P(NOL/me) \cdot P(me)$$

$$0,8 = 0,9 \cdot 0,2 + 0,95 \cdot 0,3 + P(NOL/me) \cdot 0,5$$

$$\text{despejando} \quad 0,8 = 0,18 + 0,285 + P(NOL/me) \cdot 0,5 \quad 0,335 = P(NOL/me) \cdot 0,5$$

$$P(NOL/me) = 0,67$$

2.-Determinar si las afirmaciones que se hacen en los siguientes apartados son necesariamente ciertas (tautológicas), necesariamente falsas (contradictorias), o bien, simplemente posibles (contingentes). Justificar la respuesta. (2 puntos)

a) Si $P(a) = 0,3$ y $P(b) = 0,5$; entonces necesariamente $P(a/b) = 0,6$

b) Si A y B son independientes; entonces A y B no tienen elementos comunes

c) Si $F(x) = 1 - 0,3^x$ para $x = \{0,1,2,3,\dots\}$ entonces $P(x > 3) = 0,027$

d) Si $F(x) = x^2$ para $x \in [0,1]$; entonces $P(x = 0,3) = 0,09$

$$\text{a) } P(a/b) = \frac{P(a \cap b)}{P(b)} = \frac{\text{desconocida}}{0,5} = \text{desconocida}$$

luego sería posible si la probabilidad de la intersección fuera 0,3

luego POSIBLE

b) Si no tienen elementos comunes son disjuntos y por tanto NO independientes luego FALSA

c) Si $F(x) = 1 - 0,3^x$

$$P(x > 3) = 1 - P(x \leq 3) = 1 - F(3) = 1 - [1 - 0,3^3] = \\ = 1 - [1 - 0,3^3] = 1 - [1 - 0,027] = 0,027$$

Luego CIERTA

d) FALSO, es continua y no existen las probabilidades en los puntos

3.- En nuestra empresa fabricamos botijos el 30% de ellos los esmaltamos y el resto no. El 10% de los botijos esmaltados que fabricamos son excesivamente porosos y supuran agua. Si cogemos un botijo cualquier para probarlo calcular la probabilidad de que sea poroso y esmaltado (0,75 puntos)

$P(\text{Esmaltado}) = 0,3$ $P(P/E) = 0,1$ luego

$$P(P/E) = 0,1 = \frac{P(P \cap E)}{P(E)} \rightarrow P(P \cap E) = 0,1 \cdot 0,3 = 0,03$$

3.- En nuestra empresa de fabricación de lunas para automóvil, nuestros cristales tienen por término medio 3 defectos por unidad. Si el número de defectos es superior a este valor, no los podemos vender y vuelven a reciclaje. El coste de producción de cada luna es de 100 euros y el de venta de 200. Calcular el beneficio esperado de un día de producción en el que hemos elaborado 500 lunas. (2 puntos)

$B = a(100) + (500 - a)(-100)$ donde a es el número de lunas vendibles

$a \Rightarrow B(500, p)$ donde $p = P(\text{luna vendible}) = P(x \leq 3)$

Siendo $x \Rightarrow \rho(\lambda = 3)$

$$P(x \leq 3) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) = 0,6463$$

$$P(x=0) = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = 0,0497$$

$$P(x=1) = \frac{e^{-3} 3^1}{1!} = 0,1493$$

$$P(x=2) = \frac{e^{-3} 3^2}{2!} = 0,22365$$

$$P(x=3) = \frac{e^{-3} 3^3}{3!} = 0,22365$$

luego $a \Rightarrow B(500, 0,6463)$

$$E[B] = E[a]100 + (500 - E[a])(-100) = 323,15 \cdot 100 + (176,85)(-100) = 14630 \text{ euros}$$

Dado que $E[a] = np = 323,15$

4.- Una cartera de valores esta compuesta por 100 acciones de la empresa “tomates coloraos.com” sita en la no muy populosa villa de Llounou d`en Fenollet. Las cotizadas acciones producen unos dividendos anuales que siguen una normal de

media 25 y desviación típica 2 (euros). Calcular la probabilidad con la que este año recibiremos más de 2450 euros de dividendos (1 punto)

$$Dt = 100 Da \text{ donde } Da \rightarrow N[25;2]$$

$$\text{Así } Dt \Rightarrow N[100 \cdot 25; \sqrt{100^2 \cdot 2^2}] = [2500; 200]$$

$$P(Dt > 2450) = P(t > t_1) = P\left(t > \frac{2450 - 2500}{200}\right) = P(t > -0,25) = F(0,25) = 0,599$$

5.- Las puertas de garaje que fabricamos están compuestas por tres piezas A de longitud $N[100,4]$ cm. Estas tres piezas se unen sin solapamiento ni holgura. Una vez unidas se someten a lijado en los dos extremos a razón de una medida $N[1,1]$ cm. La puerta es correcta si su medida es de 298 cm con holgura permitida de ± 2 cm. En el día de hoy hemos montado 10 puertas.

A) Calcular la probabilidad de que hayamos montado exactamente tres correctas

B) Calcular, cuantas cabe esperar que tendremos que montar para fabricar la primera inútil (2,5 puntos)

A)

$$L_a \rightarrow [100; 4] \quad Li \rightarrow N[1,1]$$

$$Lt = L_a + L_a + L_a - Li - Li$$

$$Lt \Rightarrow N[100 + 100 + 100 - 1 - 1; \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2 + 1^2 + 1^2}]$$

$$Lt \Rightarrow N[298; \sqrt{50}]$$

$$P(\text{puerta correcta}) =$$

$$P(298 < Lt < 300) =$$

$$P\left(t_1 < t < t_2\right) = P\left(\frac{296 - 298}{\sqrt{50}} < t < \frac{300 - 298}{\sqrt{50}}\right) = P(-0,2828 < t < 0,2828) = F(0,2828) - (1 - F(0,2828)) =$$

$$= 0,611 - 0,389 = 0,223$$

Y = número de correctas de 10

$$Y \Rightarrow B(10; 0,223)$$

$$P(Y = 3) = \binom{10}{3} 0,223^3 \cdot 0,777^7 = 0,2275$$

B)

Z \rightarrow Número de montadas para primera inútil

$$Z \rightarrow G(p_1) \text{ donde } p_1 = P(\text{puerta inútil}) = 1 - p = 1 - 0,223 = 0,777$$

$$\text{luego } E[Z] = 1 / p_1 = 1,28$$