Examen probabilidad 2007-08 resuelto

PB

Apellido……………………………………………………………..
Nombre ………………………………….. grupo …….Número asociado prácticas…….

1.-Ha venido a visitarnos nuestro amigo Agapito .El pobre se ha quedado encerrado en el ascensor mientras subía a nuestra casa. Nuestros ascensores (hay tres en la finca) son de una calidad extraordinaria hasta el punto que, en conjunto, se estropean una de cada diez veces que se usan, lo que convierte su utilización en un deporte de riesgo ("el ascensoring").El ascensor A se utiliza el 30% de las veces , el B el 20% y el C el resto. El ascensor A se estropea el 3 % de las veces que se usa mientras que el B lo hace el 4%. Calcular la probabilidad con la que nuestro amigo Agapito se encuentre encerrado en el ascensor C (1,5 puntos)

P(A)=0,3 P(B)=0,2 P(C)=0,5

P(E)=0,1 P(E/A)=0,03 P(E/B)= 0,04 P(E/C)=?

$$P(C/E)=\frac{P(E/C)\cdot P(C)}{P(E)}=\frac{¿\cdot P(L)}{0,1}=\frac{0,166\cdot 0,5}{0,1}=0,83$$

$$¿\ P(E)=0,1=P(E/A)\cdot P(A)+P(E/B)\cdot P(B)+P(E/C)\cdot P(C)=$$

$$0,1=0,03\cdot 0,3+0,04\cdot 0,2+x\cdot 0,5 \quad \Rightarrow x=P(E/C)=0,166$$

2.-Determinar si las afirmaciones que se hacen en los siguientes apartados son necesariamente ciertas (tautológicas), necesariamente falsas (contradictorias), o bien, simplemente posibles (contingentes). Justificar la respuesta. (1,5 puntos)
a) Si P(a) = 0,3, P(b)=0,5 y P(a∪b)=0,65 entonces A y B son independientes
b) Si A y B son independientes; entonces A y B no tienen elementos en común
c) Si f(x)=2x para x∈[0,1] el momento ordinario de orden 3 (α_3) es 2/5
d) Si F(x)=0,3x^4 para x∈[0,1]; entonces P(x = 0,5)=0,01875
e) La varianza de la hipergeométrica siempre es menor o igual que la de la binomial, en el supuesto de la misma situación sin o con reemplazamiento respectivamente

a) cierta ya que P(a∪b)=0,65 =P(a)+P(b)-P(a∩b)=0,3+0,5-0,15 y P(a∩b)=P(a)·P(b) luego independientes
b) afirmación contradictoria. Si A y B son independientes es imposible que A y B sean disjuntos, pues supondría que (a∩b)=0 y por tanto P(a∩b)= P(0)=0 y no P(A)*P(B)
c) cierta

$$ya\ que\ \alpha_3=E\left[x^3\right]=\int_0^1 x^3 2x\,dx=2\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^1=\frac{2}{5}$$

d) falsa es continua y no existen las probabilidades en los puntos

e) la varianza de la Hipergeométrica es $npq\cdot\left(\frac{N-1}{N-n}\right)$ cuyo valor máximo del FCPF es 1, mientras que la varianza de la Binomial es npq luego siempre mayor o igual que la de la Hipergeométrica

3.- Una empresa obtiene unos ingresos de 1000 euros a la semana si la proporción de artículos defectuosos que fabrica no supera el 4% , si dicho porcentaje se sitúa entre el 4 y el 5% los ingresos se reducen a 700 euros ,mientras que dichos ingresos desaparecen si el porcentaje de defectos es mayor. Sabiendo que los gastos fijos semanales son de 300 euros, y conociendo, además, que el porcentaje (no tanto por uno) de artículos defectuosos es una variable aleatoria X definida entre 0 y 6 con función de densidad $f(x)=\frac{1}{18}x$.

Calcular el beneficio esperado semanal

(2 puntos)

$f(x)=\frac{1}{18}x$. Calcular el beneficio esperado semanal

B = I-G   E[B] = E[I-G]= E[I] –E[G] = E[I]-300

$$I=\begin{cases}1000 \quad si \;\; x<4\\ 700 \;\; si \;\; 4<x<5\\ 0 \;\; si \;\; x>5\end{cases}$$ siendo X = porcentaje semanal de artículos defectuosos

Así:

$$E[I]=1000\cdot P(x<4)+500\cdot P(4<x<5)+0\cdot P(x>5)$$

$$P(x<4)=\int_0^4 f(x)dx=\frac{1}{18}\int_0^4 xdx=\frac{1}{18}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^4=\frac{16}{36}=0,44$$

$$P(4<x<5)=\int_4^5 f(x)dx=\frac{1}{18}\int_4^5 xdx=\frac{1}{18}\left[\frac{x^2}{2}\right]_4^5=\frac{1}{18}\left(\frac{25}{2}-\frac{16}{2}\right)=0,25$$

$$P(x>5)=\int_5^6 f(x)dx=\frac{1}{18}\int_5^6 xdx=\frac{1}{18}\left[\frac{x^2}{2}\right]_5^6=\frac{1}{18}\left(\frac{36}{2}-\frac{25}{2}\right)=\frac{11}{36}=0,30555$$

luego $E[I]=1000\cdot 0,444+700\cdot 0,25=444+175=619$ luego

E[B] = E[I]-300= 619-300 = 319

4.-El asfalto que nuestra empresa está colocando para el circuito de F1 de Valencia tiene por término medio 1 gravilla por m$^{2.}$ Lo colocamos por paneles de 2 m^2. La normativa no permite que el panel contenga más de 2 gravillas por panel y si es así el panel debe ser sustituido. Si mañana tenemos previsto asfaltar con 100 paneles (correctos, claro). Calcular cuantos paneles cabe esperar que necesitemos preparar. (2 puntos)

X= número de gravillas por m^2 $x \Rightarrow \wp(\lambda = 1)$
Y = numero de gravillas por panel (2 m^2) $y \Rightarrow \wp(\lambda = 2)$
P (panel correcto) = $P(y \leq 2)$
$P(y \leq 2) = P(y = 0) + P(y = 1) + P(y = 2) =$
$\frac{e^{-2}2^0}{0!} + \frac{e^{-2}2^1}{1!} + \frac{e^{-2}2^2}{2!} = 0{,}1353 + 0{,}2706 + 0{,}2706 = 0{,}676$
P(Panel a sustituir)=P(panel incorrecto)= 1-0,676=0,323

E [paneles necesitamos] = 100 +E[paneles a sustituir(incorrectos)]

E[paneles a sustituir de 100 colocados] = E[x]= np=100·0,323=32,3
Dado que
$x \equiv n^o \ de \ incorrectos \ de \ 100 \ x \Rightarrow B(100; 0{,}323)$
32,3 a sustituir en la primera fase que hay que colocar nuevos ,luego
$y \equiv n^o \ de \ incorrectos \ de \ 32{,}3 \ y \Rightarrow B(32{,}3; 0{,}323)$
E[paneles a sustituir de 32,3 colocados] = E[y]= np=32,3·0,323=10,4

10,4 a sustituir en la segunda fase que hay que colocar nuevos ,luego
$z \equiv n^o \ de \ incorrectos \ de \ 10{,}4 \ z \Rightarrow B(10{,}4; 0{,}323)$
E[paneles a sustituir de 10,4 colocados] = E[z]= np=10,4·0,323=3,36

3,36 a sustituir en la tercera fase que hay que colocar nuevos ,luego
$w \equiv n^o \ de \ incorrectos \ de \ 3{,}35 \ w \Rightarrow B(3{,}35; 0{,}323)$
E[paneles a sustituir de 3,35 colocados] = E[w]= np=3,36·0,323=1

1 a sustituir en la cuarta fase que hay que colocar nuevo ,luego
$q \equiv n^o \ de \ incorrectos \ de \ 1 \ q \Rightarrow B(1; 0{,}323)$
E[paneles a sustituir de 1 colocado1] = E[q]= np=1·0,323=0,323

Luego cabe esperar que necesitemos = 100+32,3+10,4+3,36+1+0,323 =147,38

De la misma menara y más sencillo .Lógicamente 100 = Nº de preparados(1-0,323) donde
Nº de preparados =100/(1-0,323) =147,7

5.- El peso de los melones que comercializamos sigue una normal de media 2 kg y desviación típica 500 gramos (0,5 kg, claro). Los melones inferiores a 1,9 kg no los comercializamos y los mandamos a la fábrica de conservas. Si los melones vienen en cajas de 10.
a) Calcular la probabilidad de que la caja entera vaya a la fábrica de conservas.
b) Calcular la probabilidad de que el cuarto revisado sea el primero que mandemos a la fábrica de conservas
c) Si por melón correcto recibimos 8 euros y por cada uno que mandamos a la conservera sólo un euro. Calcular la cantidad que esperamos ingresar por cada caja (3 puntos)

a)

P(ir a la fabrica de conservas) = P(10 melones de 10 son incorrectos (pequeños))

$x \equiv n^o \ de \ pequeños \ de \ 10$

$x \Rightarrow B(10, p) \ \ donde \ \ p = P(poco \ \ peso) = P(P < 1{,}9) =$

$P(t < t_1) = P(t < \frac{1{,}9-2}{0{,}5}) = P(t < -0{,}2) = 1 - F(0{,}2) = 0{,}421$

Así

$P(x=10) = \binom{10}{10} 0{,}421^{10} \cdot (1-0{,}421)^0 = 0{,}00017$

b) P(cuarto revisado sea el primero de poco peso)

$Y \equiv n^o \ de \ revisados \ hasta \ primero \ de \ poco \ peso$

$Y \Rightarrow G(p) \ \ donde \ \ p = P(poco \ \ peso) = 0{,}421$

Luego

$P(y=4) = p \cdot q^{x-1} = 0{,}421 \cdot 0{,}579^3 = 0{,}081$

c) E[ingresos por caja] = E[3· (10-x) + 1·(x)]

donde X = al número de melones con poco peso de 10

$x \Rightarrow B(10; 0{,}421) \quad E[x] = np = 4{,}21$ luego

E[ingresos por caja] = E[8· (10-x) + 1·(x)] = 8(10-E[x])+E[x]= 46,3+4,21=50,53 euros