Examen Probabilidad 2009-10 resuelto

PA0910

Apellidos ………………………………………………………….

Nombre ………………………………………………………..Nº asociado Prácticas …..

1.- La fabricación de un producto se compone de tres procesos productivos independientes y no simultáneos: dos del tipo A y uno del tipo B. El tiempo de ejecución del proceso productivo tipo A se distribuye normalmente con media 50 minutos y desviación típica 1. El proceso productivo tipo B se distribuye normalmente con media 100 minutos y desviación típica 2. La fabricación del producto es rentable si ésta se realiza en un tiempo inferior a 202 minutos. Se pide:

a) Probabilidad de fabricar un producto rentable.

b) Probabilidad de que si fabricamos 5 productos al menos uno sea rentable (3 puntos)

a) un producto es rentable si el tiempo de fabricación total es menor que 202 luego

si Tt = tiempo total de fabricación entonces P(Tt < 202) tendremos que :

$$T_t = T_A + T_A + T_B$$
$$dado\ que\ T_A \Rightarrow N[50,1]\ \ y\ \ T_A \Rightarrow N[100,2]\ \ \ tendremos\ que$$
$$T_t \Rightarrow N[50+50+100; \sqrt{1+1+4}] = N[200; 2,45]$$

Así
$$P(T_t < 202) = P(t < \frac{202-200}{2,45}) = P(t < 0,8163) = F(0,8163)$$
$$= 0,793$$

b) dado que fabricamos (pruebas) 5 con probabilidad de éxito (rentable) 0,793 tendremos que X = número de rentables de 5 será X $\rightarrow$ B (5 , 0,793)

donde se nos pregunta por : P(X $\geq$ 1) = 1- (P (X= 0))

dado que :
$$P(X = 0) = \binom{5}{0} 0,793^0 \cdot (1-0,793)^5 = 0,207^5 = 0,00038$$

por lo que P(X $\geq$ 1) = 1- (P (X= 0))=1-0,00038=0,99961

2.-Una empresa de tele-marketing realiza llamadas por teléfono a quien le viene en gana, molestando a casi todo el que las recibe. No obstante, por término medio, en una hora un sufrido “tele-agredido” pica y compra el producto. La jornada de un operador es de cuatro horas. El operador recibe un plus de 100 euros si logra “hacerse” con más de tres clientes en una jornada. Calcular la probabilidad de que sea al tercer día (jornada) de trabajo cuando el operador reciba su primer plus.(2 puntos)

Número de clientes en una hora = X $x \Rightarrow \wp(\lambda = 1)$

Número de clientes por jornada = Y $y \Rightarrow \wp(\lambda = 4)$

Probabilidad de Plus = P(y > 3) =1 –P(y $\leq$ 3)

Así:

$$P(y \le 3) = P(y=0) + P(y=1) + P(y=2) + P(y=3)$$

$$P(y=0) = \frac{e^{-4}4^0}{0!} = e^{-4} = 0,018$$

$$P(y=1) = \frac{e^{-4}4^1}{1!} = e^{-4} \cdot 4 = 0,07326$$

$$P(y=2) = \frac{e^{-4}4^2}{2!} = e^{-4} \cdot 8 = 0,144$$

$$P(y=3) = \frac{e^{-4}4^3}{3!} = e^{-4} \cdot \frac{64}{6} = 0,192$$

$$P(y \le 3) = 0,018 + 0,07326 + 0,144 + 0,192 = 0.42726$$

Probabilidad de Plus = P(y > 3) =1 –P(y ≤ 3) =1 -0,42726=0,57274

P(al tercer día primer plus) = P(Z = 3)
Siendo Z = Número de jornadas necesarias para primer plus,
donde Z →G(p)= G(0,573)

$$P(Z=3) = p \cdot q^{z-1} = 0,573 \cdot 0,427^2 = 0,573 \cdot 0,1823 = 0,1044$$

3.-Se conoce que profesores y alumnos utilizan los siguientes medios de transporte para acudir a la Facultad Además conocemos que acuden 4000 alumnos y 1000 profesores

medio	En conjunto (prof/alumn)	alumnos
Coche	32%	30%
Bici	19%	20%
Autobús	17%	20%
Tranvía	10%	10%
Andando	22%	20%
Total	100%	100%

Si una persona ha acudido a la facultad en automóvil calcular la probabilidad de que dicha persona sea profesor (no se contemplan otras posibilidades, P.A.S. , visitantes etc...) (1,75 puntos)

P(A)=4/5 P(P)=1/5 información adicional, "ha venido en coche", luego

$$P(P/C) = \frac{P(C/P)P(P)}{P(C)} = ?$$

$$P(C) = 0,32 = P(C/P)P(P) + P(C/A)P(A)$$

$$0,32 = P(C/P)\frac{1}{5} + 0,3 \cdot \frac{4}{5} \rightarrow P(C/P) = 0,4$$

$$luego\ P(P/C) = \frac{P(C/P)P(P)}{P(C)} = \frac{0,4 \cdot \frac{1}{5}}{0,32} = 0,25$$

4.- Determinar si las afirmaciones que se hacen en los siguientes apartados son necesariamente ciertas (tautológicas), necesariamente falsas (contradictorias), o bien, simplemente posibles (contingentes). Justificar la respuesta. (a, b, c, 0,25 por apartado d y e 0,5 por apartado. Total 1,75 puntos)

a) Si P(a) = 0,3 y P(b)=0,5 ; entonces P(a∩b)=0,15

b) Si A y B son independientes; entonces A esta incluido en B

c) Si f(x) es una función de densidad; entonces f(x) será siempre no negativa

d) Si f(x)=2x para x∈[0,1]; entonces P(x>0,5)= 0,664

e) Si

$$F(x)=k\cdot x^3 \quad para\ x\in[0;2] \quad \text{entonces} \quad k=1/4$$

a) contingente , será cierto si A y B son independientes
b) contradictoria si A está incluido en B no pueden ser independientes a no ser que B fuera omega
c) tautológica
d) $$P(x>0,5)=\int_{0,5}^{1}2xdx=\left[x^2\right]_{0,5}^{1}=1-0,25=0,75$$ falsa
e) si $$F(x)=k\cdot x^3 \quad para\ x\in[0;2] \quad \text{entonces} \quad k=1/4$$

$$F(2)=1\ \ luego\ \ F(2)=kx^3=1=k2^3=k8\rightarrow k=1/8$$

No confundir F(x) con f(x) porque no es correcto que….

$$\int_0^2 kx^3dx=k\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2=k\frac{16}{4}=1\rightarrow k=\frac{1}{4}$$

Luego falsa, contradictoria

5.- La empresa “economía insostenible SA” fabrica bombillas “led”. Acaba de recibir un pedido con 200 semiconductores. Un semiconductor es correcto si su longitud es superior a 1 mm. Si esta longitud es inferior se desecha. Sabiendo, además, que la longitud del semiconductor tiene un comportamiento aleatorio según especificaciones de

$$f(L_s)=\frac{1}{8}L_s \quad Para \quad L_s\in[0;4]$$

Calcular el número de semiconductores válidos que cabe esperar habrá en el pedido recibido. (1,5 puntos)

Semiconductores válidos cabe esperar de 200

$$E[V_{200}]=E[200V_1]=200E[V_1]$$

$$V_1\equiv n^o\ de\ válidos\ de\ uno \qquad \begin{array}{cc} V_1 & P(V_1) \\ 0 & P(L_s<1) \\ 1 & P(L_s>1) \end{array}$$

$$L_s \equiv x$$

$$P(L_s < 1) = \int_0^1 f(x)dx = \int_1^1 \frac{1}{8} x dx = \frac{1}{8}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{16} = 0,0625$$

$$P(L_s > 1) = 1 - P(L_s < 1) = 1 - 0,0625 = 0,9375$$

$$E\left[V_1\right] = 0 \cdot 0,0625 + 1 \cdot 0,9375 = 0,9375$$

$$luego \;\; E\left[V_{200}\right] = 200 \cdot E\left[V_1\right] = 200 \cdot 0,9375 = 187,5$$