Examen modelos de probabilidad 2008-09 resuelto
Apellido…………………………………………………………..
Nombre ………………………………….. grupo …….Número asociado practicas…….

1.-El asfalto que nuestra empresa está colocando para el circuito de F1 de Valencia tiene por término medio 1 gravilla por m$^{2.}$ Lo colocamos por paneles de 2 m^2. La normativa no permite que el panel contenga más de 2 gravillas por panel y si es así el panel debe ser sustituido. Si mañana tenemos previsto asfaltar con 100 paneles (correctos, claro). Calcular cuantos paneles cabe esperar que necesitemos preparar. (2,5 puntos)

X= número de gravillas por m^2 $x \Rightarrow \wp(\lambda = 1)$
Y = numero de gravillas por panel (2 m^2) $y \Rightarrow \wp(\lambda = 2)$
P (panel correcto) = $P(y \leq 2)$
$P(y \leq 2) = P(y=0) + P(y=1) + P(y=2) =$
$$\frac{e^{-2}2^0}{0!} + \frac{e^{-2}2^1}{1!} + \frac{e^{-2}2^2}{2!} = 0,1353 + 0,2706 + 0,2706 = 0,676$$
P(Panel a sustituir)=P(panel incorrecto)= 1-0,676=0,323

E [paneles necesitamos] = 100 +E[paneles a sustituir(incorrectos)]

E[paneles a sustituir de 100 colocados] = E[x]= np=100·0,323=32,3
Dado que
$x \equiv n^o \ de \ incorrectos \ de \ 100 \ x \Rightarrow B(100; 0,323)$
32,3 a sustituir en la primera fase que hay que colocar nuevos, luego
$y \equiv n^o \ de \ incorrectos \ de \ 32,3 \ y \Rightarrow B(32,3; 0,323)$
E[paneles a sustituir de 32,3 colocados] = E[y]= np=32,3·0,323=10,4

10,4 a sustituir en la segunda fase que hay que colocar nuevos, luego
$z \equiv n^o \ de \ incorrectos \ de \ 10,4 \ z \Rightarrow B(10,4; 0,323)$
E[paneles a sustituir de 10,4 colocados] = E[z]= np=10,4·0,323=3,36

3,36 a sustituir en la tercera fase que hay que colocar nuevos, luego
$w \equiv n^o \ de \ incorrectos \ de \ 3,35 \ w \Rightarrow B(3,35; 0,323)$
E[paneles a sustituir de 3,35 colocados] = E[w]= np=3,36·0,323=1

1 a sustituir en la cuarta fase que hay que colocar nuevo, luego
$q \equiv n^o \ de \ incorrectos \ de \ 1 \ q \Rightarrow B(1; 0,323)$
E[paneles a sustituir de 1 colocado1] = E[q]= np=1·0,323=0,323

Luego cabe esperar que necesitemos = 100+32,3+10,4+3,36+1+0,323 =147,38

De la misma menara y más sencillo .Lógicamente 100 = Nº de preparados(1-0,323) donde
Nº de preparados =100/(1-0,323) =147,7

2. Una cartera de valores esta compuesta por 10 acciones de la empresa "emprendedores vigorosos S.A"(ivsa) y 20 de la empresa "creadores universales analfabetos "(cua-cua). El rendimiento anual de las primeras sigue una normal de media 5 euros y varianza 4 euros al cuadrado. El rendimiento anual (dividendo) de las segundas (las cua-cua) sigue, también, una N[6,1] euros. Calcular la probabilidad de que en dos años la cartera nos haya producido menos de 330 euros (1,5 puntos)

$$D_{anual\ ivsa} \Rightarrow N[5,2] \quad D_{anual\ \ cua} \Rightarrow N[6,1]$$

$$C = 10(ivsa) + 20(cua)$$

$$D_{cartera\ \ anual} \Rightarrow N[10 \cdot 5 + 20 \cdot 6\ ; \sqrt{10^2 \cdot 2^2 + 20^2 \cdot 1^2}\,] = N[170; \sqrt{800}\,] = N[170\ \ ;\ 28,28]$$

$$D_{c\ dos\ \ años} = D_{c\ anual} + D_{c\ anual}$$

$$D_{c\ dos\ \ años} = D_{c\ 2} \Rightarrow N\left[170 + 170\ ; \sqrt{28,28^2 + 28,28^2}\,\right] = N\left[340; 40\right]$$

$$P(D_{c\ 2} < 330) = P(t < t_1) = P(t < \frac{330 - 340}{40}) = P(t < -0,25) =$$

$$= 1 - F(0,25) = 0,401$$

3.- El peso de los melones que comercializamos sigue una normal de media 2 kg y desviación típica 500 gramos (0,5 kg, claro). Los melones inferiores a 1,9 kg no los comercializamos y los mandamos a la fábrica de conservas. Si los melones vienen en cajas de 10.
a) Calcular la probabilidad de que la caja entera vaya a la fábrica de conservas.
b) Calcular la probabilidad de que el tercer revisado sea el primero que mandemos a la fábrica de conservas
c) Si por melón correcto recibimos 3 euros y por cada uno que mandamos a la conservera sólo un euro. Calcular la cantidad que esperamos ingresar por cada caja (3 puntos)
a)

P(ir a la fabrica de conservas) = P(10 melones de 10 son incorrectos (pequeños))

$$x \equiv n^o\ de\ \ pequeños\ de\ 10$$

$$x \Rightarrow B(10, p)\ \ donde\ \ p = P(poco\ \ peso) = P(P < 1,9) =$$

$$P(t < t_1) = P(t < \frac{1,9 - 2}{0,5}) = P(t < -0,2) = 1 - F(0,2) = 0,421$$

Así

$$P(x = 10) = \binom{10}{10} 0,421^{10} \cdot (1 - 0,421)^0 = 0,00017$$

b) P(tercer revisado sea el primero de poco peso)

$$Y \equiv n^o\ de\ revisados\ hasta\ \ primero\ de\ \ poco\ \ peso$$

$$Y \Rightarrow G(p)\ \ donde\ \ \ p = P(poco\ \ peso) = 0,421$$

Luego
$P(y=3)=p\cdot q^{x-1}=0,421\cdot 0,579^2=0,141$

c) E[ingresos por caja] = E[3· (10-x) + 1·(x)]
donde X = al número de melones con poco peso de 10

$x \Rightarrow B(10;0,421)\quad E\left[x\right]=np=4,21$ luego
E[ingresos por caja] = E[3· (10-x) + 1·(x)] = 3(10-E[x])+E[x]= 17,37+4,21=21,5 euros

4.-Para la construcción de la base de una cercha Polonceau se van a unir dos perfiles de longitud $L \Rightarrow N\left[16\ ;\ 3\right]$ metros. La unión se realiza con solapamiento de longitud $L_s \Rightarrow N\left[2\ ;1\right]$. La longitud de dicha base ha de ser de 29 y 31 metros para ser correcta. Las ensambladas pasan por un proceso de tamizado que elimina las de longitud superior a 32 y aquellas que son inferiores a 29 metros. En un día se ensamblan un número determinado de bases de cerchas de manera que han salido 10 del proceso de tamizado.
a) Calcular la probabilidad de que de éstas más de ocho sean correctas.
b) Si en un día hemos fabricado 20 .Calcular cuántas cabe esperar que serán eliminadas en el proceso de tamizado. (3 puntos)

a)

$$L_T=L+L-L_s\quad así$$
$$L_T \Rightarrow N\left[16+16-2;\sqrt{9+9+1}\right]=N\left[30;\sqrt{19}\right]\ m.$$

Si salen 10 del proceso de tamizado ¿ P(más de ocho correctas de 10) =
$=P(x>8)=P(x\geq 9)$
Siendo $x \Rightarrow B(10;p)$ donde p = P(pieza correcta tras el tamizado)

P(pieza correcta tras el tamizado)=
$$=\frac{P(29<L_T<31)}{P(29<L_T<32)}=\frac{P(t_1<t<t_2)}{P(t_1<t<t_3)}=\frac{P(-0,2294<t<0,2294)}{P(-0,2294<t<0,4588)}=$$
$$=\frac{F(0,2294)-(1-F(0,2294)}{F(0,4588)-(1-F(0,2294)}=\frac{0,181}{0,268}=0,675$$

$$t_1=\frac{29-30}{\sqrt{19}}=-0,2294\qquad t_2=\frac{31-30}{\sqrt{19}}=0,2294\qquad t_3=\frac{32-30}{\sqrt{19}}=0,4588$$

Así $x \Rightarrow B(10;p)=x \Rightarrow B(10;0,675)$

$$P(x>8)=P(x\geq 9)=P(x=9)+P(x=10)=$$

Luego $\binom{10}{9}0,675^{9}\cdot 0,325^{1}+\binom{10}{10}0,675^{10}\cdot 0,325^{0}=$

$$=10\cdot 0,029\cdot 0,325+0,019=0,094+0,019=0,11$$

b) E[eliminadas en el proceso de tamizado de 20 que pasan]=

$$=E\left[(L_T<29)\cup(L_T>32)\ de\ \ 20\ elaboradas\right]=E[x]$$

$$x\Rightarrow B(20;p_1)$$

Donde *siendo* $p_1=P((29<L_T)\cup(32>L_T)=1-P(29<L_T<32)=$

$$=1-0,268=0,732$$

Luego $E\left[x\right]=n\cdot p_1=20\cdot 0,732=14,64$