Ejercicios T8a-INCERTIDUMBRE Y PROBABILIDAD A

1.-Una empresa de conservas puede obtener beneficios de 3, 4, ó 5 millones de u.m. al año, con probabilidades respectivas 0,4 0,5, 0,1. Se le ofrecen los servicios de dos empresas de publicidad A, y B , y uno de ellos van a ser aplicados. Si escoge los servicios de la empresa A las probabilidades de beneficio (3,4,5) se transforman en 0,2, 0,7,0,1 respectivamente .De igual forma si se eligiera los de la empresa B las probabilidades serían 0,3, 0,5 y 0,2 . Sabiendo que al final de año hubieron unos beneficios de 3 millones. ¿Qué empresa es más probable que haya si contratada? Supóngase que al principio del ejercicio es igual de probable elegir cualquiera de las dos.

En principio P(haber elegido A) =P(A) = 0,5 y P(haber elegido B) =P(B) = 0,5

Las probabilidades de beneficios de 3,4,5 millones si se escoge A son

P(3/A)= 0,2 P(4/A)=0,7 P(5/A)=0,1

Las probabilidades de beneficios de 3,4,5 millones si se escoge B son

P(3/B)= 0,3 P(4/B)=0,5 P(5/B)=0,2

Se consiguen 3 millones de beneficio. ¿Cuál de las dos empresas A o B , es más verosímil que se haya elegido?

Luego:

P (ocurra lo planteado (elegida A) / siendo cierto que se han ganado 3 M) = P(A/3)

P (ocurra lo planteado (elegida B) / siendo cierto que se han ganado 3 M) = P(B/3)

$$P(A/3) = \frac{P(3/A)\cdot P(A)}{P(3)} = \frac{0{,}2\cdot 0{,}5}{P(3)} = \frac{0{,}1}{0{,}25} = 0{,}4$$

$$P(3) = P(3/A)\cdot P(A)+P(3/B)\cdot P(B)= (0{,}2\cdot 0{,}5)+(0{,}3\cdot 0{,}5)=0{,}25$$

$$P(B/3) = \frac{P(3/B)\cdot P(B)}{P(3)} = \frac{0{,}3\cdot 0{,}5}{0{,}25} = 0{,}6$$

Luego tras ganar 3 millones es más verosímil que haya sido contratada la empresa B

2.-Dos estudiantes Pedro y Luis, realizan un mismo examen, que consta de seis preguntas test con dos posibles respuesta cada una, que ambos estudiantes contestan al azar. Sabiendo que un alumno empezó el examen antes que el otro y además que Pedro ha sacado más nota que Luis. ¿Cuál es la probabilidad de que Pedro empezara el examen antes que Luis?

Sencillamente 0,5 , dado que uno empezó antes que él otro sin razón aparente

3.-De una cesta que contiene tres huevos colorados y seis blancos se rompe uno. Posteriormente sacamos uno (no el roto) y resulta ser blanco .Calcular la probabilidad de que el roto sea colorado.

Cesta en principio.

3C
6B si no hubiera ocurrido nada (sacado blanco)
se ha roto uno ¿

A priori

P(roto el blanco)=P(RB)= 6/9 y P(roto el colorado)=P(RC)=3/9

Información adicional

"hemos sacado uno blanco" =P(B) desconocida

P(B/ si roto colorado)= 6/8 P(B/si roto blanco)=5/8

P(B)= P(B/RB)·P(RB)+P(B/RC)·P(RC)=5/8·6/9+6/8·3/9=48/72=0,6666

$$P(RC/B)=\frac{P(B/RC)\cdot P(RC)}{P(B)}=\frac{\frac{6}{8}\cdot\frac{3}{9}}{48/72}=0{,}375$$

4.-El estudio que realiza una empresa asesora (A) nos promete que tendremos 400 clientes diarios en nuestra empresa, otra empresa asesora (B) nos estima en que los clientes serán 450. En un principio valoramos por igual la capacidad de ambas empresas. Para verificar las apreciaciones de ambas establecemos un experimento cuya probabilidad de éxito si damos por válida la estimación de la empresa A es 0,7, mientras que si suponemos como cierta la estimación de la empresa B valoramos dicha probabilidad en 0,6. Con toda esa información calcular la probabilidad con la que tendremos 450 clientes.

En principio P(de 400 clientes)= P(hacer caso a A) = P(A) =0,5
En principio P(de 450 clientes)= P(hacer caso a B) = P(B) =0,5

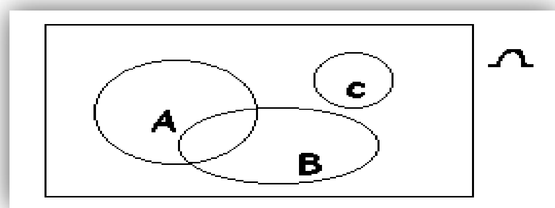
El experimento para decantarnos por una u otra es E

Probabilidad de que ocurra E siendo cierto lo planteado por A o por B sería (verosimilitud de A y B)

P(E/A)=0,7 P(E/B)= 0,6

$$P(\text{ de }450 / E) = \frac{P(E/B)\cdot P(B)}{P(E)}=\frac{0{,}6\cdot 0{,}5}{P(E/B)P(B)+P(E/A)\cdot P(A)}=\frac{0{,}3}{0{,}3+0{,}35}=0{,}46$$

5.-Dados los sucesos A , B y C con probabilidades no nulas, representados en el gráfico razonar que parejas de ellos pueden ser independientes, cuales no lo pueden ser y cuales son necesariamente independientes.



6.- Se conoce que el porcentaje de habitantes de un pueblo con nivel cultural bajo es del 60%, también se conoce que en dicho pueblo el 80% son aficionados a disfrutar del desarrollo intelectual que supone aplaudir a los chicos de Gran Hermano. Conocemos también que el 90 % de los habitantes con nivel cultural bajo son aficionados a los amplios contenidos culturales que les ofrece dicho programa televisivo. ¿Podemos afirmar que a una persona con nivel cultural bajo es más probable que le guste el famoso programa?

B = nivel bajo P(B)=0,6
GH= gustan de gran hermano P(GH)=0,8
P(GH/B)=0,9

¿Son independientes GH y B? Para ello P(GH)·P(B)= 0,6·0.8=0,48 ¿ =P(GH∩B)

si P(GH/B)=0,9 $= \dfrac{P(GH \cap B)}{P(B)} = \dfrac{?}{0{,}6} \rightarrow P(GH \cap B) = 0{,}54$ si es más probable

sino fuera así el 48% de los habitantes debieran tener nivel cultural bajo y gustarles gran hermano , cuando es el 54% casi el total (60%)

7.-El porcentaje de alumnos que asiste siempre a clase de estadística es del 65%, los que lo hacen alguna vez es del 14% y el resto no acuden nunca. El porcentaje total de aprobados en la convocatoria de Junio es del 60%. El porcentaje de aprobados entre los que no acuden nunca a clase es del 14,3%, y del 35,7% entre los que acuden alguna vez. Conociendo que un amigo vuestro ha aprobado en la convocatoria de Junio. Calcular la probabilidad de que haya acudido siempre a clase.

A= aprobar P(aprobar)=P(A)=0,60
S= acudir siempre a clase P(S)= 0,65
V= acunden a veces P(V)=0,14
N= no acuden nunca P(N)=0,21
Porcentaje de aprobados entre los que no asisten nunca .. P(A/N)=0,143
Porcentaje de aprobados entre los que asisten a veces… P(A/V)=0,357

Uno aprobado. Probabilidad de que haya acudido siempre .. P(S/A) ¿¿

$$P(S/A) = \frac{P(A/S)\cdot P(S)}{P(A)} = \frac{P(A/S)\cdot 0,65}{0,60} = \frac{0,8\cdot 0,65}{0,60} = 0,866 \qquad 86,6\%$$

Ya que

$$P(A)=0,6=P(A/S)\cdot P(S)+P(A/N)P(N)+P(A/V)P(V)$$
$$0,6=P(A/S)\cdot 0,65+0,143\cdot 0,21+0,357\cdot 0,14$$
$$de \ \ donde \ \ P(A/S)=0,796\approx 0,8$$

8.-De las siguientes afirmaciones que se llevan a cabo en los siguientes apartados, establecer cuales son necesariamente ciertas (tautológicas), cuales necesariamente falsas (contradictorias) o cuales son simplemente posibles (contingentes). Justificando la respuesta.

a) si P(A)=0,13 P(B)=0,34 y P(AUB)=0,4258 entonces A y B son independientes
b) si P(A)=0,33 P(B)=0,22 entonces P(A/B) = 0

a) P(AUB)=0,4258 = P(A)+P(B) –P(A∩B) =0,13+0,34-P(A∩B) luego
P(A∩B)= 0,0442 = P(A)·P(B)=0,13·0,34=0,0442 si son independientes , luego afirmación tautológica

b) P(A/B)= $\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=0$ por lo que P(A∩B) sería 0 lo que sería posible si fueran disjuntos A y B , luego afirmación posible (contingente)

9.- Sean A y B dos sucesos y $\overline{A}$ **y** $\overline{B}$ **sus complementarios**
Si se verifica que $P(\overline{B})=2/3$ $P(A\cup B)=3/4$ **y** $P(A\cap B)=1/4$
Hallar P(A), P(B), $P(\overline{A}\cap B)$ **y P(A/B)**

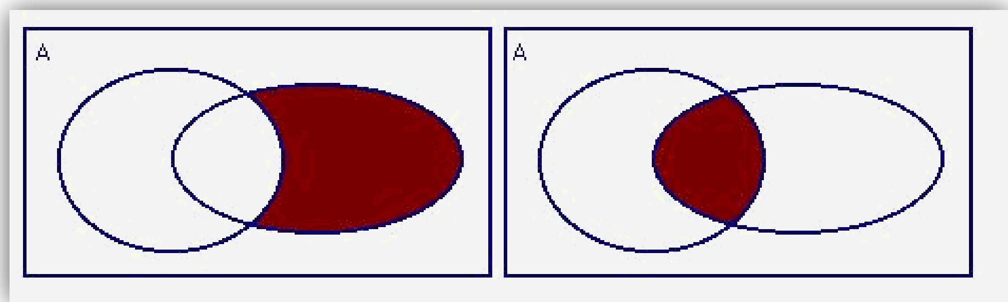
- Para designar el suceso complementario de B, podemos expresarlo también como B^c

por tanto, Si $P(B^c)$ = 2/3, entonces P(B) = 1 – 2/3 = 1/3

- Sabemos que P(AU B) = p(A) + p(B) – p(A∩ B) y despejando P(A) resulta:

P(A) = P(AUB)-P(B)+P(A∩B)=3/4-1/3+1/4=2/3

- Nos fijaremos en el siguiente diagrama:



La parte sombreada de la primera figura es la intersección de A^c y de B
La parte sombreada de la 2ª figura es A∩ B.
Además, ambos sucesos, ambas zonas, son incompatibles.

Se verifica que:
$(\overline{A}\cap B)\bigcup(A\cap B)=B$ luego $P(\overline{A}\cap B)+P(A\cap B)=P(B)$

$$P(\overline{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)=1/3-1/4=1/12$$

- Teniendo en cuenta que P(B∩A) = P(B).P(A/B), tenemos:

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{1/4}{1/3}=3/4$$

10.- En un cierto edificio se usan dos ascensores; el primero lo usan el 45 % de los inquilinos y el resto usan el segundo. El porcentaje de fallos del ascensor A es del 5%, mientras que el del segundo es del 8 %. Si en un cierto día un inquilino queda "atrapado" en un ascensor, hallar la probabilidad de que haya sido en el primero

- Aplicando el teorema de la probabilidad total tenemos:

$P(\,falle\ \ ascensor\ \ cualquiera)=P(A)\cdot P(F/A)+P(B)+P(B)\cdot P(F/A)=$
=0,45·0,05+0,55·0.08=0,0665

- Aplicando el teorema de Bayes:

P(de ser atrapado en el 1º) = P(utilizar A/condicionado a que falle)=

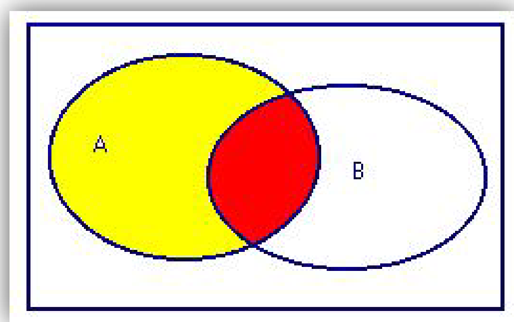
$$P(A/F)=\frac{P(F/A)}{P(F)}=\frac{P(A)\cdot P(F/A)}{P(F)}=\frac{0{,}45\cdot 0{,}05}{0{,}0665}=0{,}338$$

11.-En un espacio probabilístico se consideran los sucesos A y C cuyas probabilidades son P(A) = 0,3 y P(B) = 0,6. Por B^c se designa el suceso complementario o contrario al suceso B. Calcular la probabilidad del suceso A∩ B^c en los siguientes casos:

a) La probabilidad del suceso A∩B es 0,2.
b) Los sucesos A y B son independientes

Selectividad Universidad de Valencia.

Si observamos la figura resulta:



La zona roja, sombreado del centro, es la intersección de A y B, es decir, $A \cap B$
La zona amarilla, sombreado de la izquierda, es la intersección de A y del complementario de B, es decir , $A \cap B^c$
Además, la unión de las dos zonas es A, es decir, $(A \cap B^c) \cup (A \cap B) = A$

Aplicando probabilidad y dado que son disjuntos
$P(A \cap B^c) + P(A \cap B) = P(A)$, ya que se trata de dos sucesos incompatibles.
Y despejando en la igualdad anterior, $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B)$

- En el primer caso, $p(A \cap B) = 0{,}2$

$$P(A \cap B^c) = 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}1$$

- En el segundo caso los sucesos son independientes, por tanto,

$$p(A \cap B) = P(A).P(B) = 0{,}3.0{,}6 = 0{,}18$$

y entonces, $P(A \cap B^c) = 0{,}3 - 0{,}18 = 0{,}12$

12.-El 45 % de los estudiantes de COU de un instituto son alumnos de Ciencias y el 55 % restante de Letras. Se sabe que aprueban todas las asignaturas el 30 % de los alumnos de Ciencias y el 40 % de los alumnos de Letras. Si un alumno, elegido al azar, ha aprobado todas las asignaturas. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Letras?

Calculamos, en primer lugar, la probabilidad de que un alumno apruebe

$$P(A)=P(C)\cdot P(A/C)+P(L)\cdot P(A/L)=0{,}45\cdot 0{,}3+0{,}55\cdot 0{,}4=0{,}355$$

La probabilidad pedida será: P (sea de letras/suponiendo que ha aprobado), es decir,

$$P(L/A) = \frac{P(L)\cdot P(A/L)}{P(A)} = \frac{0{,}55\cdot 0{,}4}{0{,}355} = 0{,}62$$

13.-En un conjunto de estudiantes el 15% estudia alemán, el 30% estudia francés y el 10% ambas materias.

a) ¿Son independientes los sucesos estudiar alemán y estudiar francés?
b) Si se elige un estudiante al azar, calcule la probabilidad de que no estudie francés ni alemán.

a) P(A)=P(alemán)=0,15 P(F)=P(francés)=0,3 P(francés y alemán)=P(F∩A)=0,1

Independientes ¿ si P(A)·P(F)=P(F∩A) → 0,15·0,3=0,045 ≠ 0,1
luego NO independientes

b) No estudie ni francés ni alemán es $P(\overline{F}\cap\overline{A})$

$$(\overline{F}\cap\overline{A})=1-(FUA) \quad \text{luego}$$
$$P(\overline{F}\cap\overline{A})=1-\left[P(F)+P(A)-P(F\cap A)\right]=1-\left[03+0{,}15-0{,}1\right]=0{,}65$$

14.-Un ladrón, al huir de un policía, puede hacerlo por las calles A, B o C, con probabilidades P(A)=0,25, P(B)=0,6 y P(C)=0,15 respectivamente. La probabilidad de ser alcanzado por la calle es 0,4, si huye por la calle B es 0,5 y si huye por la calle C es 0,6.

a) Calcule la probabilidad de que la policía alcance al ladrón
b) Si el ladrón ha sido alcanzado. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido en la calle A?

a) - La probabilidad de que el policía alcance al ladrón es
si P(A)= probabilidad de ir porA ,
P(B)=probabilidad de ir por B y
P(C) =probabilidad e ir por C

P(alcance) =P(P)=P(P/A)·P(A)+P(P/B)·P(B)+P(P/C)·P(C)=
0,25·0,4+0,6·0,5+0,15·0,6=0,49

b) Probabilidad de que siendo alcanzado la haya sido en A

$$P(A/P)=\frac{P(P/A)\cdot P(A)}{P(P)}=\frac{0{,}1}{0{,}49}=0{,}204$$

15.- Una urna contiene dos monedas de plata y tres de cobre. Otra contiene cuatro monedas de plata y tres de cobre. Si se elige una urna al azar y se extrae una moneda al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda extraída sea de plata?

A = urna primera, B = urna segunda

P(escoger A)=P(A)=0,5 : P(escoger B)=P(B)=0,5

P = salir plata en primera P(P/A) = 2/5 en segunda P(P/B)=4/7

P(P) = P(P/A)·P(A)+P(P/B)·P(B)= (2/5·1/2)+(4/7·1/2)=0,2857

16.-Un dado está trucado de manera que son iguales las probabilidades de obtener 2, 4 o 6, también son iguales las probabilidades de obtener 1, 3 o 5 y la probabilidad de obtener 2 es doble que la probabilidad de sacar 1. Deducir razonadamente cuál es la probabilidad de que al lanzar el dado dos veces se obtenga una suma igual a 7.

P(2)=P(4)=P(6)=P(A)   P(1)=P(3)=P(5)=P(B)

P(A)=2P(B)

3P(A)+3P(B)=1   de lo que 6P(B)+3P(B)=1   P(B)=1/9   luego P(A)=2/9

sacar siete es posible con 1-6 , 6-1 , 3-4 , 4-3 , 5-2, 2-5,

así P(1 y 6) =P(6 y 1)   indep luego P(1)·P(6)=1/9·2/9 =2/81
así P(3 y 4) =P(4 y 3)   indep luego P(3)·P(4)=2/81
así P(5 y 2) =P(2 y 5)   indep luego P(2)·P(5)=2/81

luego P(sacar 7) = P(1 y 6) + P(6 y 1) +P(3 y 4)+P(4 y 3)+P(5 y 2) +P(2 y 5)= 12/81

17.-La fábrica de enlatados TI S.A. produce 5000 envases diarios. La máquina A produce 3000 de estos envases, de los que el 2% son defectuosos y la máquina B produce los 2000 restantes de los que se sabe que el 4% son defectuosos. Determinar la probabilidad de que un envase elegido al azar sea defectuoso. Si D es el suceso "seleccionar un envase defectuoso" y (no D) = "seleccionar un envase no defectuoso"

Aplicando el teorema de la probabilidad total resulta:

$$P(D) = P(D/A)\cdot P(A) + P(D/B)\cdot P(B) = 0,02\cdot 0,6 + 0,04\cdot 0,4 = 0,028$$

18.-Un taller sabe que por término medio acuden: por la mañana 3 automóviles con problemas eléctricos, 8 con problemas mecánicos y 3 con problemas de chapa, y por la tarde 2 con problemas eléctricos, 3 con problemas mecánicos y 1 con problemas de chapa.

a) Calcular el porcentaje de los que acuden por la tarde.
b) Calcular el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos.
c) Calcular la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos acuda por la mañana.

En las tablas de contingencia, con las frecuencias absolutas y los porcentajes, respectivamente, pueden verse recogidos los datos del enunciado.

	ELÉCTRICOS	MECÁNICOS	CHAPA	TOTAL
MAÑANA	3	8	3	14

TARDE	**2**	**3**	**1**	**6**
TOTAL	**5**	**11**	**4**	**20**

	ELÉCTRICOS	**MECÁNICOS**	**CHAPA**	**TOTAL**
MAÑANA	**0.15**	**0.40**	**0.15**	**0.70**
TARDE	**0.10**	**0.15**	**0.05**	**0.30**
TOTAL	**0.25**	**0.55**	**0.20**	**1.00**

Las respuestas a las cuestiones planteadas basta leerlas en las tabla. Así, se obtiene:

a) El 30% de los automóviles acude al taller por la tarde.
b) El porcentaje de vehículos ingresados con problemas mecánicos es el 55%.
c) La probabilidad buscada es:

P(acuda por la mañana/tiene problemas eléctricos) = 3/5 = 0.6

19.-Una compañía de seguros hace una investigación sobre la cantidad de partes de siniestro fraudulentos presentados por los asegurados. Clasificando los seguros en tres clases, incendio, automóvil y "otros", se obtiene la siguiente relación de datos:

El 6% son partes por incendio fraudulentos; el 1% son partes de automóviles fraudulentos; el 3% son "otros" partes fraudulentos; el 14% son partes por incendio no fraudulentos; el 29% son partes por automóvil no fraudulentos y el 47% son "otros" partes no fraudulentos.

a) Hacer una tabla ordenando los datos anteriores y hallando el porcentaje total de partes fraudulentos y no fraudulentos.
b) Calcular qué porcentaje total de partes corresponde a la rama de incendios, cuál a la de automóviles y cuál a "otros".
c) Calcular la probabilidad de que un parte escogido al azar sea fraudulento. ¿Cuál será, en cambio, la probabilidad de que sea fraudulento si se sabe que es de la rama de incendios?

a) La tabla de porcentajes con los datos del enunciado y los totales es la siguiente:

	INCENDIO	**AUTOMÓVIL**	**OTROS**	**TOTAL**
FRAUDULENTOS	**6**	**1**	**3**	**10**
NO FRAUDULENTOS	**14**	**29**	**47**	**90**
TOTAL	**20**	**30**	**50**	**100**

b) Es fácil ver sobre la tabla que la probabilidad de escoger al azar un parte fraudulento es del 10%.

c) La probabilidad condicionada que se pide es:
P(FRAUDE/INCENDIO)=6/20=0.3

20.-Una compañía dedicada al transporte público explota tres líneas de una ciudad, de forma que el 60% de los autobuses cubre el servicio de la primero línea, el 30% cubre la segunda y el 10% cubre el servicio de la tercera línea. Se sabe que la probabilidad de que, diariamente, un autobús se averíe es del 2%, 4% y 1%, respectivamente, para cada línea. Determina la probabilidad de que, en un día, un autobús sufra una avería

El suceso "sufrir una avería" (Av) puede producirse en las tres líneas, (L_1, L_2, L_3). Según el teorema de la probabilidad total y teniendo en cuenta las probabilidades del diagrama de árbol adjunto, tenemos:

$$P(Av) = P(L_1) \cdot P(Av/L_1) + P(L_2) \cdot P(Av/L_2) + P(L_3) \cdot P(Av/L_3) =$$
$$= 0.6 \cdot 0.02 + 0.3 \cdot 0.04 + 0.1 \cdot 0.01 = 0.012 + 0.012 + 0.001 = 0.025$$

21.-Una empresa del ramo de la alimentación elabora sus productos en cuatro factorías: F_1, F_2, F_3 y F_4. El porcentaje de producción total que se fabrica en cada factoría es del 40%, 30%, 20% y 10%, respectivamente, y además el porcentaje de envasado incorrecto en cada factoría es del 1%, 2%, 7% y 4%. Tomamos un producto de la empresa al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentre defectuosamente envasado?

Llamando *M* = "el producto está defectuosamente envasado", se tiene que este producto puede proceder de cada una de las cuatro factorías y, por tanto, según el teorema de la probabilidad total y teniendo en cuenta las probabilidades, tenemos:

$$P(M) = P(F_1) \cdot P(M/F_1) + P(F_2) \cdot P(M/F_2) + P(F_3) \cdot P(M/F_3) + P(F_4) \cdot P(M/F_4) =$$
$$= 0.4 \cdot 0.01 + 0.3 \cdot 0.02 + 0.2 \cdot 0.07 + 0.1 \cdot 0.04 =$$
$$= 0.004 + 0.006 + 0.014 + 0.004 = 0.028$$

22.-Se tiene una urna vacía y se lanza una moneda al aire. Si sale cara, se introduce en la urna una bola blanca y si sale cruz, se introduce una bola negra. El experimento se repite tres veces y, a continuación, se introduce la mano en la urna, retirando una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que en la urna queden una bola blanca y otra negra?

Llamamos *B* = "obtener bola blanca" y *N* = "obtener bola negra". Atendiendo a la notación expresada y según el teorema de la probabilidad total, se obtiene:

$P(BN) = P(BN \cap BBN) + P(BN \cap BNN) = P(BBN) \cdot P(BN/BBN) + P(BNN) \cdot P(BN/BBN) =$

$= 3/8 \cdot 2/3 + 3/8 \cdot 2/3 = 1/4 + 1/4 = 1/2$

23.-Tres máquinas, A, B y C, producen el 45%, 30% y 25%, respectivamente, del total de las piezas producidas en una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son del 3%, 4% y 5%.

a) **Seleccionamos una pieza al azar; calcula la probabilidad de que sea defectuosa.**
b) **Tomamos, al azar, una pieza y resulta ser defectuosa; calcula la probabilidad de haber sido producida por la máquina B.**
c) **¿Qué máquina tiene la mayor probabilidad de haber producido la citada pieza defectuosa?**

Sea D= "la pieza es defectuosa" y N= "la pieza no es defectuosa".

a) Para calcular la probabilidad de que la pieza elegida sea defectuosa, P(D), por la propiedad de la probabilidad total,

$$P(D) = P(A) \cdot P(D/A) + P(B) \cdot P(D/B) + P(C) \cdot P(D/C) =$$

$$= 0.45 \cdot 0.03 + 0.30 \cdot 0.04 + 0.25 \cdot 0.05 = 0.038$$

b) Debemos calcular *P(B/D)*. Por el teorema de Bayes,

$$P(B/D) = \frac{P(D/B) \cdot P(B)}{P(D)} = 0{,}316$$

c) Calculamos *P(A/D)* y *P(C/D)*, comparándolas con el valor de *P(B/D)* ya calculado.

Aplicando el teorema de Bayes, obtenemos:

$$P(A/D)=\frac{P(D/A)\cdot P(A)}{P(D)}=\frac{0{,}45\cdot 0{,}03}{0{,}38}=0{,}355$$

$$P(C/D)=\frac{P(D/C)\cdot P(C)}{P(D)}=\frac{0{,}25\cdot 0{,}05}{0{,}38}=0{,}329$$

La máquina con mayor probabilidad de haber producido la pieza defectuosa es *A*

24.-Tenemos tres urnas: *A* con 3 bolas rojas y 5 negras, *B* con 2 bolas rojas y 1 negra y *C* con 2 bolas rojas y 3 negras. Escogemos una urna al azar y extraemos una bola. Si la bola ha sido roja, ¿cuál es la probabilidad de haber sido extraída de la urna A?

Llamamos *R*= "sacar bola roja" y *N*= "sacar bola negra". En el diagrama de árbol adjunto pueden verse las distintas probabilidades de ocurrencia de los sucesos *R* o *N* para cada una de las tres urnas.

La probabilidad pedida es *P(A/R)*. Utilizando el teorema de Bayes, tenemos:

$$P(A/R)=\frac{P(R/A)\cdot P(A)}{P(R/A)\cdot P(A)+P(R/B)\cdot P(B)+P(R/C)\cdot P(C)}=$$
$$=\frac{3/8\cdot 1/3}{(3/8\cdot 1/3)+(2/3\cdot 1/3)+(2/5\cdot 1/3)}=0{,}26$$

25.-Un jugador de fútbol , especialista en lanzar penaltis, mete 4 de cada 5 que tira .Para los próximos tres penaltis que tire , se consideran los siguientes sucesos: Calcular A = { mete sólo uno de ellos }, B = { mete dos de los tres } y C = { mete el primero }.

P(m) = 4/5 P(nom)=1/5

P(A)=P(mete sólo uno) = P (m y nom y nom) (no necesariamente en ese orden) luego

$$\text{P(A)} = \binom{3}{1}P(m\cap nm\cap nm)=3\left[4/5\cdot 1/5\cdot 1/5\right]=0{,}096$$

$$\text{P(B) =P(dos de tres)} = \binom{3}{2}P(m\cap m\cap nm)=3\left[4/5\cdot 4/5\cdot 1/5\right]=0{,}38$$

P(C)=P(mete el primero)=P(m y nm y nm)= $P(m\cap nm\cap nm)=\left[4/5\cdot 1/5\cdot 1/5\right]=0{,}032$

26.- (cumpleaños) En una clase con 50 alumnos .Calcular la probabilidad de que dos o más celebren su cumpleaños el mismo día

P(2 o mas con mismo cumpleaños) = 1 –P(cada uno haya nacido un día distinto del año)

P(cada uno haya nacido un día distinto del año) = P(el 1º un dia cualquiera de 365) ∩ P(el 2º un dia cualquiera menos el del 1ª (364))∩ P(el 3ª un dia cualquiera menos el de 2º y 1º (363)) ∩….. P(el 50º un día cualquiera de los 316 que quedan libres)

Casos Favorables/Casos Posibles el primero puede nacer cualquier día de los 365 , el segundo solo en 364 y así… hasta el quincuagésimo 316 de los 365 posibles

Luego = (365/365)·364/365)·……….(316/365)= 0,029

Luego la probabilidad de que dos o más celebren su cumpleaños el mismo día será

1-0,029=0,97

27.- El 5% de los televisores procedentes de una cadena tienen los mandos de sincronización horizontal y vertical defectuosos. El 9%, solo tiene estropeado el mando de horizontal. Si se observa que un aparto tiene el mando de horizontal defectuoso. Calcular la probabilidad de que su mando de vertical también sea defectuoso.

H = mando defectuoso horizontal
V = mando defectuoso vertical

P((H) = 0,09 P(H∩V) = 0,05 P(V/ H) = $\dfrac{P(V \cap H}{P(H)}$ = 0,05/0,09 = 0,555

28.- Se lanzan dos dados uno primero y otro después, la suma de ambos es 8. Calcular la probabilidad de que el primero sea un 4
casos favorables 1 (4,4) de 5 posibles (4,4)(2,6)(3,5)(5,3)(6,2)
luego P(primero un 4) =1/5

29.- Dos alumnos se reparten los ejercicios los ejercicios de clase. El alumno A resuelve correctamente el 10 por ciento de los ejercicios y el B el 8 % los resuelve correctamente. Calcular que un ejercicio de los realizados por ambos y que "sorprendentemente" estaba bien realizado haya sido resuelto por el alumno A.

Al no tener información en contrario suponemos que A y B realizan el mismo número de ejercicios (postulado de Bayes) . La probabilidad a priori sería por tanto

P (realizado por A) = P(A) =0,5
P(realizado por B) = P(B) = 0,5
Información adicional "bien realizado" = C
Sabemos que P(C/A) = 0,1 P(C/B) = 0,08

¿ P(A/C) = $\dfrac{P(C/A)\cdot P(A)}{P(C/A)\cdot P(A)+P(C/B)\cdot P(B)} = \dfrac{0{,}1\cdot 0{,}5}{(0{,}1\cdot 0{,}5)+(0{,}08\cdot 0{,}5)} = 0{,}555$

30.- Dos alumnos se reparten los ejercicios los ejercicios de clase . El alumno A resuelve correctamente el 10 por ciento de los ejercicios y el B el 8 % los resuelve correctamente. Calcular que un ejercicio de los realizados por ambos y que "sorprendentemente" estaba bien realizado haya sido resuelto por el alumno A.

Al no tener información en contrario suponemos que A y B realizan el mismo número de ejercicios (postulado de Bayes). La probabilidad a priori sería por tanto

P (realizado por A) = P(A) =0,5
P(realizado por B) = P(B) = 0,5
Información adicional "bien realizado" = C
Sabemos que P(C/A) = 0,1 P(C/B) = 0,08

¿P(A/C) = $\dfrac{P(C/A)\cdot P(A)}{P(C/A)\cdot P(A)+P(C/B)\cdot P(B)} = \dfrac{0{,}1\cdot 0{,}5}{(0{,}1\cdot 0{,}5)+(0{,}08\cdot 0{,}5)} = 0{,}555$

31.- En la situación del ejercicio anterior. ¿Cuántas convocatorias son necesarias para tener una probabilidad de más de 0,9 de aprobar? Suponiendo, claro está, que el examen se realice en las mismas condiciones.

Tras realizarse la n convocatoria, el alumno puede estar aprobado: bien por haber aprobado en la primera o en la segunda o en la tercera o….

P(aprobado tras la n) = P(a la primera) o P(a la segunda) o P(a la tercera) o ..
P(a la primera) = 0,46
P(a la segunda) = 0,54·0,46 = 0,248 P(ya a la segunda) = 0,46+0,248=0,708
P (a la tercera) = $0{,}54^2\cdot 0{,}46$ = 0,1243 P(ya a la tercera) = 0,46+0,248+0,1243 =0,8323
P(a la cuarta) = $0{,}54^3\cdot 0{,}46$ =0,07243 P (ya a la cuarta) = 0,901 más de 0,9

Respuesta: cuatro convocatorias

32.- Para realizar una encuesta necesitamos encuestar aleatoria y telefónicamente a dos mujeres de las 10 de una determinada calle sobre si están a favor de Lady Letizia. Si ha nivel general el 50% se manifiestan a favor. Calcúlese la probabilidad de que ambas estén a favor de la excelsa dama en los supuestos:
a) las llamadas se hacen simultáneamente, o a números distintos
b) las llamadas se hacen consecutivamente y a números elegidos al azar de los diez posibles

el supuesto "a" supone " NO reemplazamiento"

P(que primera este a favor) = P(A) =1/2 5 favorables de 10
P(que segunda esté a favor) =P(B) = dos opciones

A) Que la primera haya contestado favorable luego P(B) = 4/9
B) Que la primera haya contestado desfavorablemente luego P(B)=5/9
Como para que ambas contesten favorablemente es necesario que la primera haya sido favorable también tendríamos que P(ambas) = P(A)·P(B)=1/2 · 4/9= 0,222

El supuesto “**b**”supone reemplazamiento
P(que primera a favor)=P(A)= 5 favorables de 10= ½
P(que segunda a favor)=P(B)= siguen siendo 5 de 10 luego =1/2
Que ambas estén a favor = P(AyB)= P(A)·P(B)=0,5·0,5=0,25

33.-En una determinada asignatura la profesora va aplicar la “cuota”. De manera que entre los aprobados habrá igual número de mujeres que de hombres. Si ha dicha asignatura se presentan un 65 % de mujeres, porcentaje similar al de matrícula. Conociendo además, por cursos anteriores, que el porcentaje de aprobados entre las mujeres fue del 70%. Nos preguntamos si es posible que un amigo nuestro, que se presentará al examen sin haber estudiado absolutamente nada, apruebe gracias a la política de cuota.

P(Mujer)=P(M)=0,65 por lo que P(Hombre)=P(H)=0,35

P(A/M)=0,7 P(A/H)= desconocido

P(A$\cap$M)=P(mujeres y aprobada sobre presentados)=P(A/M)·P(M)= 0,7·0,65=0,455

Como ha de existir el mismo porcentaje de hombres y aprobados sobre los presentados.

P(A$\cap$H)=0,455= P(A/H)·P(H)=P(A/H)·0,35 $\Rightarrow$ P(A/H)>1
por lo que ni aprobando a todos los hombres que se presentaran se podría cumplir la propuesta de igual número de aprobados por sexo.

34.- Dos cuartas partes de las pedidos que se mandan al extranjero se han servido con retraso, mientras que de los que tenían destino al interior solo el 8% se retrasaron. Teniendo en cuenta que nuestros clientes son mayoritariamente locales (con un 85%): Calcular la probabilidad de que un pedido llegue con retraso, al margen de su lugar de destino
E = pedido del extranjero L= pedido local
P(E) = 0,15 P(L) = 0,85
Llegar con retraso = R
P(R/E)= 0,5 P(R/L)=0,08

P(R) ¿ P(R)= P(R/E)·P(E)+ P(R/L)·P(L)= (0,5·0,15)+(0,08·0,85)= 0,075+0,068=0,143

35.- En una gran partida de bombillas el 0,5 % de ellas presentan algún defecto que las hace rechazables.
a) Calcular la probabilidad de que en un lote de 20 haya una defectuosa alguna defectuosa.
b) Calcular la probabilidad de que en un lote de 20 haya alguna defectuosa
c) Calcular la probabilidad de que en un lote haya más de una defectuosa

D= bombilla defectuosa   P(D)=0,005 = p   P(no D)=0,995 =q

a) P(una defectuosa de 20) = 20 · (p · q^{19}) =20 ·0,005 ·0,90915=0,0909

b)
¿ P(alguna defectuosa de 20) = P(una defectuosa de 20) + P(dos defectuosas de 20)+ P(tres defectuosas de 20) +…..+P(20 defectuosas de 20)
o de manera más sencilla

P(alguna defectuosa de 20) = 1 – P(ninguna defectuosa de 20) =1 -0,9046=0,09538
P(ninguna defectuosa de 20) = q·…..q = q^{20} = 0,9046

c)
P(mas de una defectuosa de 20) = P(dos defectuosas de 20) + …..+P(20 defectuosas de 20)

De manera más sencilla
P(más de una defectuosas de 20) = 1-P(una o menos de una defectuosa de 20) = 1 –[P(una defectuosa de 20)+ P(ninguna defectuosa de 20) = 1 –(0,0909+0,9046)=0,00499
P(una defectuosa de 20) = 0,0909
P(ninguna defectuosa de 20) = 0,9046

36.- Se realiza un estudio de mercado en la ciudad de Valencia para concluir la idoneidad de construir un supermercado. A priori el estudio planea positivamente la construcción del supermercado con un 0,18 de probabilidad, también plantea indiferencia a la construcción con un 0,16 y ve negativo construirlo con una probabilidad del 0,26.
Si el estudio resulta negativo el supermercado no se construirá. Si el estudio resulta positivo hay una probabilidad de construirlo del 75% y si resulta indiferente del 15%.
Sabiendo que el supermercado se ha construido.
Calcular la probabilidad de que el estudio prevea resultados positivos.

A priori:
Resultados positivos = P   P(P)=0,18
Resultados indiferentes o desconocidos = I   P(I)=0,56
Resultados negativos = N   P(N)=0,26
Suceso cierto se ha construido el supermercado = C
P(C/N)=0   P(C/P)=0,75   P(C/I)=0,15

¿ P(P/C)= $\frac{P(C/P)\cdot P(P)}{P(C)} = \frac{P(C/P)\cdot P(P)}{P(C/P)\cdot P(P)+P(C/I)\cdot P(I)+P(C/N)\cdot P(N)} =$

$$P(P/C)=\frac{0{,}75\cdot 0{,}18}{(0{,}75\cdot 0{,}18)+(0{,}15\cdot 0{,}56)+(0\cdot 0{,}26)}=\frac{0{,}135}{0{,}135+0{,}084+0}=\frac{0{,}135}{0{,}219}=0{,}6164$$

37.- Dos de las ocho máquinas que nuestra empresa va a adquirir de segunda mano tienen algún defecto fácilmente observable. De las pruebas siguientes ¿cuál será la mas adecuada para encontrar las maquinas defectuosas y eliminarlas?
a) Encontrar las dos defectuosas en una selección aleatoria sin reemplazamiento de cuatro de ellas.
b) Encontrar las dos defectuosas en una selección de 4 de ellas con reemplazamiento

P(maquina defectuosa) = P(D)=0,25=2/8

a) dos defectuosas de las cuatro elegidas sin reemplazamiento
P(primera defectuosa) = 0,25
P(segunda defectuosa) = a) la primera haya sido defectuosa = 1/7 = 0,142
b) la primera haya sido correcta = 2/7 =0,2857
la probabilidad de primera y segunda defectuosas sería

= 0,25· 0,142857 =0,03571

Como pueden ser dos cualesquiera de las 4 = $\binom{4}{2} = 6$

luego probabilidad de dos defectuosas de 4 = 6·0,03571=0,2142857

b) Encontrar las dos defectuosas en una selección de 4 de ellas con reemplazamiento
P(D)=0,25 es constante en las cinco pruebas ya que se reemplaza

P(las dos primeras defectuosas) = 0,25·0,25 =0,06

Puede darse cualquier combinación de $\binom{4}{2} = 6$

Total = 6·0,06= 0,36

38.- El dominó tiene 28 fichas, de las que 7 son "dobles" .Calcular la probabilidad de escogidas tres fichas ninguna sea una doble.

Casos favorables $\binom{21}{3} = \frac{21 \cdot 20 \cdot 19}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 1330$

Casos posibles $\binom{28}{3} = \frac{28 \cdot 27 \cdot 26}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 3276$

P(no sacar ningún doble de tres fichas) =1330/3276=0,406

39.-La probabilidad de que un sondeo conduzca una capa con petróleo es de 1/10
a) Calcular la probabilidad de que al realizar 10 sondeos se tenga al menos un éxito
b) ¿Cuántos sondeos son necesarios para obtener al menos un éxito con una probabilidad superior a ½?

a) P(éxito)=0,1 por lo que P(fracaso)=1-0,1=0,9=P(F)

P(algún éxito en 10 pruebas)= 1-P(fracasar en las diez pruebas)

P(fracasar el las diez pruebas)= P(F) y P(F) y P(F)……y P(F) como es de suponer que los sondeos son independientes

P(fracasar en las diez pruebas)= $\underbrace{P(F)\cdot P(F)\cdot\ldots\ldots\cdot P(F)}_{10\ veces} = 0,9^{10} = 0,3486$ luego

P(algún éxito en 10 pruebas)= 1-P(fracasar en las diez pruebas)=1-0,3486=0,6513

b) Por analogía con el punto anterior
P(algún éxito de n pruebas) > 0,5 queremos conocer el número de pruebas

Así: $1-0,9^n > 0,5 \rightarrow 0,9^n > 0,5$ tomando logaritmos

$$n\ln 0,9 > \ln 0,5 \ \rightarrow n > \frac{\ln 0,5}{\ln 0,9} = \frac{-0,6931}{-0,105} = 6,57$$

es decir tendremos que realizar más de 7 sondeos

40.- Se conoce que se fabrica una moneda defectuosas (dos caras) con probabilidad una millonésima. Si se coge una moneda recién fabricada (y no se comprueba) y se lanza 20 veces saliendo las 20 cara. ¿Cuál es la probabilidad de que se trate de una defectuosa?

B = suceso cierto "de 20 lanzamientos 20 caras"
P(defectuosa)= P(D)=1/1.000.000 P(correcta)=P(C)= 999999/1.000.000

A priori la P(defectuosa) = 1/1.000.000

Habiendo acontecido B

$$P(B/D) = 1$$

$$P(B/C) = \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\ldots\ldots\cdot\frac{1}{2}}_{20\ veces} = 0,5^{20} = 9,53674\cdot 10^{-7}$$

$$P(D/B) = \frac{P(B/D)\cdot P(D)}{P(B)} = \frac{P(B/D)\cdot P(D)}{P(B/D)\cdot P(D) + P(B/C)\cdot P(C)}$$

$$P(B) = P(B/D)\cdot P(D) + P(B/C)\cdot P(C) = 1\cdot 10^{-6} + 9,53674\cdot 10^{-7}\cdot(1-10^{-6}) = 1,9553673\cdot 10^{-3}$$

luego $P(D/B) = \dfrac{P(B/D)\cdot P(D)}{P(B)} = \dfrac{P(B/D)\cdot P(D)}{1,9553673\cdot 10^{-6}} = \dfrac{1\cdot 10^{-6}}{1,9553673\cdot 10^{-6}} = 0,511$