**Examen probabilidad 2008-09 resuelto**

**Apellidos……………………………………………examen JUNIO 09 PA**

**Nombre…………………………………grupo Nº asociado prácticas……**

**1.-Determinar si las afirmaciones que se hacen en los siguientes apartados son necesariamente ciertas (tautológicas), necesariamente falsas (contradictorias), o bien, simplemente posibles (contingentes). Justificar la respuesta. (0,5 puntos por apartado)**

a) Dada una variable X con función de distribución $\frac{x^2}{400}$ y definida para $x \in [0,20]$. Entonces $P(12 < x < 15) = 0,2025$

$$P(12 < x < 15) = F(15) - F(12) =$$
$$= \left[\frac{15^2}{400}\right] - \left[\frac{12^2}{400}\right] = 0,5625 - 0,36 = 0,2025$$

luego SI es cierto tautológico

b) Si la probabilidad de ser calvo es 0,12, mientras que la de ser NO calvo es, como es lógico de 0,88 .Entonces podemos afirmar que dichos sucesos son independientes

NO son independientes dado que son disjuntos

c) Si $F(x)=x^2$ para $x \in [0,1]$ .Entonces

$E[x] = \mu = 1,4$

falsa, contradictoria, dodo que el campo de variación de la variable está entre 0 y 1 luego imposible que la media sea 1,2

d) la variable x tiene función de densidad $f(x) = 0,05e^{-0,05x}$ para x >0. Entonces su media es 20

cierto es tautológico, se trata de una exponencial y su media es 1/0,05=20

2.- **Poseemos una cadena de tres tiendas de venta de comida (ratolines, sapos y otros animales salvajes) para iguanas. La primera está situada en la calle Albacete y realiza el 30% de nuestras ventas, la segunda sita en la calle Bonifacio III ,el coixo realiza el 40% de las ventas y la que está situada en la calle Calamares Peludos número 3 vende el resto . Entre nuestras tres tiendas se cometen errores en los pedidos el 5% de las veces. Así en la de la calle Bonifacio esos errores ascienden al 2%, mientras que en la de la calle Calamares este porcentaje también es el mismo. Si un cliente nos llama a la central diciéndonos que ha recibido un pedido equivocado. Calcular la probabilidad de que este pedido se realizara en la tienda de la calle Albacete (1,5 puntos)**

A priori:

P( fabricado por A ) = P( A) = 0,3   P(B)=0,4 y  lógicamente P( C )=0,3
P(defectuosamente atendido)= P(D)= 0,05  además
P( D/B)= 0,02  y  P(D/C)=0,02   se nos pregunta por:

$$P(A/D)=\frac{P(D/A)\cdot P(A)}{P(D)}$$ dado que :

$$P(D)=0,05=P(D/A)\cdot P(A)+P(D/B)\cdot P(B)+P(D/C)\cdot P(C)$$
$$0,05=P(D/A)\cdot 0,3+0,02\cdot 0,4+0,02\cdot 0,3$$
$$0,05=P(D/A)\cdot 0,3+0,008+0,006=0,05=P(D/A)\cdot 0,3+0,014$$
$$P(D/A)=\frac{0,05-0,014}{0,3}=0,12$$ luego a posteriori
$$P(A/D)=\frac{P(D/A)\cdot P(A)}{P(D)}=\frac{0,12\cdot 0,3}{0,05}=0,72$$

3.- **Conociendo que el 8% de la gente que transita por la calle donde se ubica nuestra tienda son mujeres acaudaladas y que por esa misma calle, de las mujeres que transitan el 40% llevan los bolsos repletos de euros (acaudaladas). Calcular la probabilidad de que si tropezamos (en la calle de nuestra tienda) aleatoriamente con una persona, ésta sea un hombre (0,75 puntos)**
C= acaudalada  A = mujer
Si P( C y A)=0,08 = P( C∩A)   y además  P( C/A)=0,4
$$P(C/A)=\frac{P(C\cap A)}{P(A)}=0,4=\frac{0,08}{P(A)}\to P(A)=0,2$$
luego  P(hombre)= P( $A^C$) =1-0,2 =0,8

**4.-El número de clientes que entran a nuestra tienda en una hora es por término medio de 3 .Calcular la probabilidad de que , después de abrir , en cada una de las siguientes 3 horas entren más de dos clientes en cada una de ellas (1,5 puntos)**

$$x=\left(número\ de\ clientes\ entran\ a\ la\,hora\right)$$
$$x\Rightarrow \wp(\lambda=3)\quad P(mas\,de\ dos\ a\,la\ hora)=P(x>2)=1-P(x\le 2)=$$
$$1-\left[P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)\right]=1-\left[\frac{e^{-3}\cdot 3^0}{0!}+\frac{e^{-3}\cdot 3^1}{1!}+\frac{e^{-3}\cdot 3^2}{2!}\right]=$$
$$1-\left[0,049+0,149+0,224\right]=1-0,422=0,577$$
$$Y\Rightarrow (número\ de\,horas\,con\ más\,de\,dos\ clientes\ de\ 3\ horas)$$
$$Y\Rightarrow B(3;0,577)$$
$$P(Y=3)=\binom{3}{3}0,5773^3\cdot 0,4^0=0,1923$$

**5.-Fabricamos tableros de acero con la unión de dos chapas por soldadura. La chapa tiene una longitud que se distribuye como una N[ 150,2] cm. La soldadura hace perder en general al tablero una longitud N[1,1] cm.Un tablero es correcto y se puede utilizar si su longitud es superior a 299,5 cm . Si necesitamos tres correctos y hemos montado cuatro:**

a) **Probabilidad de montar un tablero correcto**
b) **Probabilidad de que tengamos bastante con los cuatro montados**
c) **Probabilidad de que sea al tercer montado cuando poseamos el primer útil (2,25 puntos)**

a) la longitud total del tablero será:

$$Lt \to N\left[150+150-1; \sqrt{2^2+2^2+1^1}\right] = N[299;3]$$

P (tablero correcto) =

$$P(Lt > 299,5) = P\left(t > \frac{299,5-299}{3}\right) =$$

$$P(t > 0,1666) = 1 - F(0,1666) = 1 - 0,566 \approx 0,434$$

b) P(tengamos bastante) =P ( 3 o más correctos de 4 montados)

X= número de correctos de 4

$$X \Rightarrow B(4;0,434)$$

$$P(tengamos\ bastante) = P(x \geq 3) = P(x=3) + P(x=4) =$$

$$\binom{4}{3} 0,434^3 \cdot 0,566^1 + \binom{4}{4} 0,434^4 \cdot 0,566^0 = 0,185 + 0,0354 = 0,22$$

c) Y = número de montados hasta conseguir el primer útil

$$Y \Rightarrow G(p) = G(0,434)\ donde\ \ p = prob\ de\ \ fabricar\ útil$$

$$P(y=3) = p \cdot q^2 = 0,434 \cdot 0,566^2 = 0,139$$

**6.-Una empresa tiene unas gastos de 1000 euros a la semana si la proporción de artículos defectuosos que fabrica supera el 10%, mientras que dichos gastos desaparecen si el porcentaje de defectos es menor. Sabiendo que los ingresos fijos por las ventas semanales son de 13000 euros, y conociendo, además, que el porcentaje de artículos defectuosos es una variable aleatoria X definida entre 0 y 20 con función de densidad (1,25 puntos)**

$f(x) = \frac{1}{200}x$ **. Calcular el beneficio esperado semanal**

B = I-G E[B] = E[I-G]= I –E[G] = 13000- E[G]

$$G = \begin{cases} 1000 & si\ \ x > 10 \\ 0 & si\ \ x < 10 \end{cases}$$ siendo X = porcentaje semanal de artículos defectuosos

$$E[G] = 1000 \cdot P(x > 10) + 0 \cdot P(x < 10)$$

$$P(x>10)=\int_{10}^{20} f(x)dx=\frac{1}{200}\int_{10}^{20} xdx=\frac{1}{200}\left[\frac{x^2}{2}\right]_{10}^{20}=\frac{1}{200}\left(\frac{400}{2}-\frac{100}{2}\right)=0,75$$

$$E\left[G\right]=1000\cdot 0,75+0=750$$ Luego

E[B] = E[I-G]= I –E[G]  = 13000- E[G] =13000-750=12250

**7.-En nuestra cartera de valores disponemos de 10 acciones de “pollos vigorosos SA”  de las que se ha estudiado que los dividendos anuales siguen una N[ 2 ; 0,5] euros. Calcular la probabilidad de que en tres años nos haya rendido más de 70 euros. (0,75 puntos)**

RA

$$Ra \Rightarrow N\left[10\cdot 2;\sqrt{10^2\cdot 0,5^2}\right]=N\left[20;5\right]$$

$$R3a \Rightarrow N\left[20+20+20\,;\sqrt{5^2+5^2+5^2}\right]=N\left[60;8,6\right]$$

$$P(R3a>70)=P(t>t_1)=P(t>\frac{70-60}{8,6}\approx 1,16)=$$

$$=1-F(1,16)=1-0,877=0,123$$