

Ejercicios T10b- MODELOS ESPECÍFICOS UNIVARIANTES B

104.- El número de errores contables que se cometen semanalmente en una empresa es por término medio de tres. Si no se cometen errores en una semana el coste es cero, si se cometen menos de tres dicho coste semanal es de 100 euros y si se cometen tres o más dicho coste pasa a ser de 200 euros sea cual fuere su número. Calcular el coste que cabe esperar que tendrá dicha empresa por este concepto en un mes de cuatro semanas.

X= número de errores contables en una semana

Se trata entonces de una distribución de Poisson cuyo parámetro será 3 (número medio de errores). Así su función de cuantía será:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

$$\text{Coste semanal} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \rightarrow \text{si } \dots X = 0 \\ 100 \rightarrow \text{si } \dots 1 \leq X \leq 2 \\ 200 \rightarrow \text{si } \dots X \geq 3 \end{array} \right\}$$

$$E[\text{coste semanal}] = 0 \cdot P(x = 0) + 100 \cdot P(1 \leq x \leq 2) + 200 \cdot P(x \geq 3)$$

$$P(x = 0) = \frac{e^{-3} \cdot e^0}{0!} = 0,04978 \quad P(1 \leq x \leq 2) = \frac{e^{-3} \cdot 3^1}{1!} + \frac{e^{-3} \cdot 3^2}{2!} = 0,373$$

$$P(x \geq 3) = 1 - P(x \leq 2) = 1 - [P(x = 0) + P(1 \leq x \leq 2)] = 1 - (0,04978 + 0,373) = 0,57692$$

$$E[\text{coste semanal}] = 0 \cdot 0,04978 + 100 \cdot 0,373 + 200 \cdot 0,57692 = 152,684$$

$$\text{Coste mensual} = 4 \cdot \text{coste semanal}$$

$$E[\text{coste mensual}] = 4 \cdot E[\text{coste semanal}] = 4 \cdot 152,684 = 610,736 \text{ euros}$$

105.- Una compañía aérea reserva 76 billetes para un vuelo de un avión con 73 plazas, dado que sabe que por término medio el número de pasajeros que reservan y no acuden es de tres. Calcular la probabilidad de que habiendo reservado billetes 76 personas ninguno de los que acuda se quede en tierra

X= número de personas que no acuden $x \rightarrow \rho(\lambda = 3)$

Podrán volar todos si acuden 73 o menos es decir si no acuden 3 o más

Por lo que nos interesa la probabilidad de que no acudan tres o más

$$P(x \geq 3) = 1 - P(x < 3) = 1 - [P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)]$$

$$P(x = 0) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = 0,0497$$

$$P(x = 1) = \frac{e^{-3} 3^1}{1!} = 0,14936$$

$$P(x = 2) = \frac{e^{-3} 3^2}{2!} = 0,22365$$

por lo que la probabilidad deseada será:

$$P(x \geq 3) = 1 - P(x < 3) = 1 - (P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)) = \\ = 1 - [0,0497 + 0,14936 + 0,22365] = 0,57725$$

105.- En cierto barrio se ha podido constatar que la proporción de viviendas con dos inquilinos es el doble de las que tienen sólo uno. En base a esta información calcular la proporción de viviendas desocupadas.

X= número de inquilinos por vivienda $x \rightarrow \wp(\lambda)$

$$P(x = 2) = 2P(x = 1)$$

Conocemos que: $\frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^2}{2!} = 2 \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^1}{1!} \Rightarrow \frac{\lambda^2}{2} = \frac{2\lambda}{1} \Rightarrow \lambda^2 = 4\lambda$
 $\lambda = 4$

Luego la proporción de desocupadas será: $P(x = 0) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-4} \cdot \lambda^0}{0!} = e^{-4} = 0,018$

Es decir del 1,8%

106.- El promedio de puntos defectuosos por metro cuadrado de un tejido es de uno. Determinar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una pieza de tres metros cuadrados hayan cuatro o más puntos defectuosos?

b) Si se sabe que el coste de elaboración del metro cuadrado del tejido es de 100 u.m y que se vende el rollo de 10 metros a 1500 u.m., y que cuando el rollo tiene más de tres puntos defectuosos no se ofrece a la venta. ¿Cuál es el beneficio medio que cabe esperar que se obtenga tras elaborar 1000 rollos?

a) X= número de puntos defectuosos por metro cuadrado $x \rightarrow \wp(\lambda = 1)$

Y = número de puntos defectuosos de 3 metros cuadrados

$$Y = (x + x + x) \text{ por teorema de adición } \rightarrow y \rightarrow \wp(\lambda = 3)$$

$$P(y \geq 4) = 1 - P(y < 4) = P(y = 0) + P(y = 1) + P(y = 2) + P(y = 3)$$

$$P(x = 0) = \frac{e^{-3} \cdot 3^0}{0!} = e^{-3} = 0,04978$$

$$P(x = 1) = \frac{e^{-3} \cdot 3^1}{1!} = 0,14934$$

$$P(x = 2) = \frac{e^{-3} \cdot 3^2}{2!} = 0,22401$$

$$P(x = 3) = \frac{e^{-3} \cdot 3^3}{3!} = 0,22401$$

por lo que :

$$\begin{aligned} P(y \geq 4) &= 1 - P(y < 4) = P(y = 0) + P(y = 1) + P(y = 2) + P(y = 3) \\ &= 1 - [0,04978 + 0,14934 + 0,22401 + 0,22401] = 1 - 0,64714 = 0,3528 \end{aligned}$$

b) Coste unitario (rollo) = $10 \cdot 100 = 1000$ u.m.

$P(\text{rollo correcto}) = P(Z \leq 3)$ siendo Z = número de defectos (puntos defectuosos en 10 metros) por tanto $Z \rightarrow \rho(\lambda = 10)$ así :

$$P(Z \leq 3) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3)$$

$$P(Z \leq 3) = 0,0000454 + 0,000454 + 0,0022699 + 0,0075666 =$$

$$P(Z \leq 3) = 0,0103359$$

si fabricamos 1000 rollos $B = I - G$

$B = 1500N + 1000 \cdot 1000$ donde N es el número de vendidos, es decir, el número de fabricados correctamente de 1000

$$E[B] = 1500 \cdot E[N] - 1000 \cdot 1000$$

$N =$ número de correctos de 1000 $N \rightarrow B(1000; p)$

donde $p = P(\text{rollo correcto}) = 0,010335$

así $E[N] = np = 10,335$ por lo que :

$$E[B] = 1500 \cdot E[N] - 1000 \cdot 1000 = -984497 \text{ u.m.}$$

107.- La vida útil, en meses, de un componente eléctrico sigue un modelo exponencial de parámetro $\alpha = 0,002$. Calcular la probabilidad de que dicho componente deje de funcionar entre el quinto y el sexto mes.

$X =$ tiempo en meses tarda en producirse el fallo del componente

$x \rightarrow \text{Exp}(\alpha = 0,002)$

$$\begin{aligned} P[5 \leq x \leq 6] &= \int_5^6 f(x) dx = \int_5^6 \alpha e^{-\alpha x} dx = \left[-e^{-\alpha x} \right]_5^6 = \\ &= \left[-e^{-0,002 \cdot 6} \right] - \left[-e^{-0,002 \cdot 5} \right] = -0,9880717 + 0,99004 = 0,001978 \end{aligned}$$

108.- Se supone que el tiempo que transcurre entre dos fallos en el suministro de energía eléctrica de una ciudad sigue una distribución exponencial. Y que el tiempo medio que transcurre entre dos fallos es de 24 meses. ¿Cuál es la probabilidad de que en esa ciudad no se corte la luz en dos años?

Tiempo medio es 24 meses por tanto $\mu = 24 = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \alpha = 0,04166$

Por lo que $X =$ tiempo(en meses) necesario para el fallo eléctrico sigue :
 $X \rightarrow \exp(\alpha = 0,04166)$

$P(\text{no se corte la luz en dos años}) = P(X > 24) = S(x=24)$ (función de supervivencia)

$$S(X) = P(x > X) = 1 - F(X) = 1 - (1 - e^{-\alpha X}) = e^{-\alpha X}$$

por lo que $S(24) = e^{-0,04166 \cdot 24} = 0,3678$

108.- Una máquina coloca grapas aleatoriamente en un segmento del folio que va entre los 2 cm. y los 30mm del borde izquierdo de la página. Calcular la probabilidad de que una grapa que ha sido colocada en este momento lo haya sido a una distancia del borde izquierdo de 25 mm.

Respuesta: probabilidad 0, el punto o valor 25mm del borde izquierdo no existe, estamos ante un suceso de carácter continuo.

109.- Una máquina coloca grapas aleatoriamente en un segmento del folio que va entre los 2 cm. y los 30mm del borde izquierdo de la página. Calcular la probabilidad de que una grapa que ha sido colocada en este momento lo haya sido a una distancia del borde izquierdo de entre 25 y 28 mm.

$x =$ distancia al borde izquierdo $x \rightarrow U[a, b] = U[20; 30]$ en mm.

$$P(25 < x < 28) = \int_{25}^{28} \frac{1}{b-a} dx = \left[\frac{1}{b-a} \cdot x \right]_{25}^{28} =$$

$$= \frac{1}{10} 28 - \frac{1}{10} 25 = 1,4 - 1,25 = 0,15 = \frac{\Delta X}{B-A} = \frac{3}{10} = 0,3$$

110.- La distribución de fallos de un equipo que se emplea en un proceso productivo sigue una ley exponencial y el equipo tiene según las especificaciones técnicas, una vida útil media de 10 horas. Si para llevar acabo con éxito el proceso de producción hace falta que trabaje ininterrumpidamente 24 horas.

- ¿Cuál es la probabilidad de conseguirlo sin tener que reemplazar el equipo?
- Si el coste de reposición del equipo es de 100.000 u.m, y conocemos que en el proceso de producción completo (24 horas) se genera un producto valorado en 1.000.000 um. Con unos costes de explotación de 200.000. Determinar el beneficio esperado en un proceso productivo.

a) conocemos la media $\mu = 10$ horas

establecemos también que: $X \equiv$ vida útil en horas del equipo

de donde $X \rightarrow \text{Exp}(\alpha)$ donde $\alpha = 0,1$ ya que $\mu = 10 = \frac{1}{\alpha} \rightarrow \alpha = 0,1$

Nos piden $P(\text{equipo aguante más de 24 horas}) = P(X > 24)$

$$P(x > 24) = 1 - F(24) = S(24) = e^{-\alpha \cdot x} = e^{-0,1 \cdot 24} = \frac{1}{e^{2,4}} = 0,0907$$

b) Beneficio = $I - Ce - Cr$ donde los Ingresos son fijos = 1.000.000, los costes de explotación son fijos = 200.000 y los Costes de reposición dependen del número de veces que se reponga el equipo (Y). Así.

$$E[B] = E[I] - E[Ce] - E[Cr] = 1.000.000 - 200.000 - 100.000 \cdot E[Y]$$

Siendo Y el número de veces que se (repone) se estropea el equipo en 24 horas

Luego $Y = \frac{24}{X}$; siendo $X \equiv$ vida útil en horas del equipo y por tanto $X \rightarrow \text{Exp}(\alpha=0,1)$

De donde: $E[y] = \frac{24}{E[x]} = \frac{24}{10} = 2,4$ luego:

$$E[B] = E[I] - E[Ce] - E[Cr] = 1.000.000 - 200.000 - 100.000 \cdot E[Y] = 1.000.000 - 200.000 - 240.000 = 560.000 \text{ u.m}$$

111.-El porcentaje de piezas defectuosas que fabrica una máquina es del 30%. Dicha máquina fabrica a una velocidad media las piezas de 3 a la hora. Se suponen independencia entre la velocidad de la maquina y la calidad de la pieza elaborada. Calcular la probabilidad de que en dos horas dicha máquina produzca 5 piezas, siendo las cuatro primeras correctas y la última defectuosa.

$$P(\text{se Fabrican 5 (2horas)} \cap 1^{\text{a}} \text{ defectuosa la } 5^{\text{a}}) = P(\text{se Fabrican 5 (2horas)}) \cdot P(1^{\text{a}} \text{ defectuosa la } 5^{\text{a}})$$

Si $X =$ número de piezas en una hora $x \Rightarrow \wp(\lambda = 3)$

De lo que $Y =$ número de piezas en dos horas será $y \Rightarrow \wp(\lambda = 3 + 3 = 6)$

Luego $P(\text{se fabriquen 5 en 2 horas}) = P(Y=5) = \frac{e^{-6} \cdot 6^5}{5!} = 0,1606$

1ª defectuosa la quinta $Z=5$ siendo $Z =$ número de pruebas necesarias para primer éxito luego $Z = G(0,3)$

Luego $P(1^{\text{a}} \text{ defectuosa la quinta}) = P(Z=5) = 0,7^4 \cdot 0,3 = 0,07203$

Por lo que la probabilidad pedida sería :

$$P(Y=5) \cdot P(Z=5) = 0,1606 \cdot 0,07203 = 0,01156$$

112.-Una máquina está conectada a dos fuentes de alimentación unidas a dos generadores, de manera que si falla un generador automáticamente el otro pasa a hacerse cargo de la alimentación de la máquina. De esta forma para que la máquina deje de funcionar es necesario que fallen ambos generadores: sabiendo que el número de fallos diarios de cada generador sigue un modelo de Poisson de parámetro 0,5. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina deje de funcionar (por fallo de alimentación) alguna vez a lo largo del día?

Dos generadores A y B $X \equiv$ número de veces falla A al día ; $x \Rightarrow \wp(\lambda = 0,5)$
 $Y \equiv$ número de veces falla B al día ; $y \Rightarrow \wp(\lambda = 0,5)$

$P(\text{máquina falle alguna vez}) = 1 - P(\text{máquina no falle en todo el día})$

$P(\text{máquina no falle en todo el día}) = P(\text{no falle A } \cup \text{ no falle B}) = P((x=0) \cup (y=0))$

$$P((x=0) \cup (y=0)) = P(x=0) + P(y=0) - P((x=0) \cap (y=0))$$

$$P(x=0) = \frac{e^{-0,5} \cdot 0,5^0}{0!} = 0,6065$$

$$P(y=0) = \frac{e^{-0,5} \cdot 0,5^0}{0!} = 0,6065$$

$$P((x=0) \cup (y=0)) = P(x=0) \cdot P(y=0) = 0,6065 \cdot 0,6065 = 0,3679$$

Si se considera independientes

por lo que la probabilidad pedida será :

$P(\text{máquina falle}) = 0,6065 + 0,6065 - 0,3679 = 0,8451$ luego

$P(\text{máquina no falle}) = 1 - 0,8451 = 0,1549$

113.- Un repartidor de bollería realiza un servicio diariamente llenando su camión con 2000 bollos, por cada bolo que comercializa obtiene unos ingresos de 100 u.m, los bollos que no consigue vender en el día tiene que retirarlos sin percibir cantidad alguna. Por otro lado el fabricante le vende cada bolo a 80 u.m.. Sabiendo que la demanda de bollos diaria es tal que $P(D < d) = 1 - e^{-0,00125d}$. Calcular el beneficio esperado del repartidor.

$$\text{Beneficio} = \begin{cases} 100d - 80 \cdot 2000 & \text{si } d \leq 2000 \\ (100 - 80) \cdot 2000 & \text{si } d > 2000 \end{cases}$$

$$\text{Beneficio} = \begin{cases} 100d - 160000 & \text{si } d \leq 2000 \\ 40000 & \text{si } d > 2000 \end{cases}$$

$$E[B] = \underbrace{\int_0^{2000} (100d - 160000) \cdot 0,00125 \cdot e^{-0,00125d} d(d)}_{I1} + \underbrace{\int_{2000}^{\infty} 40000 \cdot 0,00125 \cdot e^{-0,00125d} d(d)}_{I2}$$

$$I1 = -160000 \underbrace{\int_0^{2000} 0,00125 \cdot e^{-0,00125d} d(d)}_{I3} + 100 \underbrace{\int_0^{2000} d \cdot 0,00125 \cdot e^{-0,00125d} d(d)}_{I4}$$

$$I3 = -160000 \cdot F(2000) = -160000 [1 - e^{-0,00125 \cdot 2000}] = -146866$$

$$I4 = \int_0^{2000} d \cdot 0,00125 \cdot e^{-0,00125 \cdot d} d(d) = \begin{cases} d = u \rightarrow d(d) = du \\ 0,00125 e^{-0,00125 \cdot d} d(d) = dv \\ \text{luego } v = -e^{-0,00125 \cdot d} \end{cases}$$

$$= [-de^{-0,00125d}]_0^{2000} + \int_0^{2000} e^{-0,00125d} d(d) =$$

$$= -2000e^{-2,5} + \left[\frac{-e^{-0,00125d}}{0,00125} \right]_0^{2000} = -164,17 + \left(\frac{1 - 0,082085}{0,00125} \right) =$$

$$= 164,17 - 734,332 = 570,162$$

$$I2 = \int_{2000}^{\infty} 40000 \cdot 0,00125 \cdot e^{-0,00125d} d(d) = 40000 \cdot (1 - F(2000)) =$$

$$40000 \cdot S(2000) = 40000 (e^{-0,00125 \cdot 2000}) = 3283,399$$

$$\text{luego } E[B] = I3 + 100I4 + I2 = -146866 - 100 \cdot 570,162 + 3283,39 = -86561 \text{ u.m.}$$

114.- Un aparato eléctrico necesita para funcionar que lo hagan dos de los tres condensadores que lleva. La vida útil en años de cada uno de ellos es una variable aleatoria con modelo exponencial de parámetro 0,02. Calcular la probabilidad de que el aparato funcione transcurridos 3 años.

Siendo

X = número de condensadores que funcionarán dentro de tres años de 3 condensadores

tenemos que $X \rightarrow B(3, p)$ donde $p = P(\text{funcione dentro de tres años})$

siendo Y = la vida útil de cada condensador en años

tenemos que $Y \rightarrow \text{Exp}(0,02)$ donde $P(\text{funcione dentro de tres años}) = P(y > 3)$

$$\begin{aligned} \text{así: } P(y > 3) &= \int_3^{\infty} f(y) dy = \int_3^{\infty} 0,02 e^{-0,02y} dy = 1 - F(3) = S(3) = \\ &= e^{-0,02 \cdot 3} = 0,9417 \end{aligned}$$

Conocido que : $p = P(\text{funcione dentro de tres años}) = 0,9417$

La probabilidad de que el aparato funcione será $P(X \geq 2)$ siendo $X \rightarrow B(3, 0,9417)$

$$P(x \geq 2) = P(x = 2) + P(x = 3) = 0,9526$$

dado que

Luego :
$$P(x = 2) = \binom{3}{2} 0,9417^2 \cdot 0,0583^1 = 0,1034$$

$$P(x = 3) = \binom{3}{3} 0,9417^3 \cdot 0,0583^0 = 0,8492$$

115.- Un ladrillo se considera correcto si tiene menos de 4 coqueras. Un pack de 100 ladrillos es “vendible” si todos sus componentes son correctos. Si enviamos 4 packs sin comprobarlos, calcular la probabilidad de que no nos devuelvan ninguno, conociendo que los ladrillos que fabricamos tienen por término medio una coquera.

Si X = número de packs “no vendibles, incorrectos, nos devolverán” de 4;

$$X \rightarrow B(4, p) \text{ donde } p = P(\text{no vendible})$$

Si Y = número de ladrillos no correctos de 100;

$$Y \rightarrow B(100, p_1) \text{ donde } p_1 = P(\text{ladrillo no correcto})$$

Si Z = número de coqueras por ladrillo;

$$Z \rightarrow \varphi(1)$$

La pregunta a responder será $P(\text{no nos devuelvan ninguno}) = P(X = 0)$

Es decir: $P(x = 0) = \binom{4}{0} p^0 q^4$ dado que desconocemos p:

$p_1 = P(\text{ladrillo no correcto}) = P(Z \geq 4) = 1 - P(Z < 4) = 1 - 0,9808 = 0,0191$ dado que :

$$P(z \leq 3) = P(z = 0) + P(z = 1) + P(z = 2) + P(z = 3) = 0,9808$$

$$P(z = 0) = \frac{e^{-1} 1^0}{0!} = 0,3678$$

$$P(z = 1) = \frac{e^{-1} 1^1}{1!} = 0,3678$$

$$P(z = 2) = \frac{e^{-1} 1^2}{2!} = 0,1839$$

$$P(z = 3) = \frac{e^{-1} 1^3}{3!} = 0,0613$$

$p = P(\text{pack no vendible, incorrecto}) = P(Y > 0) =$

$= 1 - P(\text{vendible}) = 1 - P(Y = 0) = 1 - 0,1438 = 0,8562$

siendo $Y \rightarrow B(100, p_1)$ donde $p_1 = P(\text{ladrillo no correcto})$

dado que $p_1 = 0,0191$

$$P(Y = 0) = \binom{100}{0} 0,0191^0 \cdot 0,9808^{100} = 0,1438$$

$P(\text{no nos devuelvan ninguno, cuatro correctos, ninguno incorrecto}) = P(X=0)$
conocido p (probabilidad de incorrecto) será

$X = \text{número de packs incorrectos de 4}$

$X \rightarrow B(4, 0,8561)$

$$P(x=0) = \binom{4}{0} p^0 q^4 = 0,8561^0 \cdot 0,1438^4 = 0,00042$$

más sencillo en lenguaje

$P(\text{ningún Pack incorrecto de 4}) = P(X=0)$

$X = \text{número de packs incorrectos de 4} \quad X \rightarrow B(4, p)$

$p = P(\text{pack incorrecto}) = P(\text{algún ladrillo incorrecto de 100}) = P(Y>0) = 1 - P(Y=0)$

$Y = \text{número de ladrillos incorrectos de 100} \quad Y \rightarrow B(100, p_1)$

$p_1 = P(\text{ladrillo incorrecto}) = (\text{ya calculada}) = 0,0191$

Luego:

$$P(\text{pack incorrecto}) = 1 - P(Y=0) = 1 - P(Y=0) = 1 - \binom{100}{0} 0,0191^0 \cdot 0,9808^{100} = 0,8562$$

Luego

$P(\text{ningún Pack incorrecto de 4}) = P(X=0)$

$X \rightarrow B(4, 0,8561)$

$$P(x=0) = \binom{4}{0} p^0 q^4 = 0,8561^0 \cdot 0,1438^4 = 0,00042$$

115-2.- El peso de los melones que comercializamos sigue una normal de media 2 kg y desviación típica 500 gramos (0,5 kg, claro). Los melones inferiores a 1,9 kg no los comercializamos y los mandamos a la fábrica de conservas. Si los melones vienen en cajas de 10.

a) Calcular la probabilidad de que la caja entera vaya a la fábrica de conservas.

b) Calcular la probabilidad de que el tercer revisado sea el primero que mandemos a la fábrica de conservas

c) Si por melón correcto recibimos 3 euros y por cada uno que mandamos a la conservera sólo un euro. Calcular la cantidad que esperamos ingresar por cada caja

a) $P(\text{ir a la fabrica de conservas}) = P(10 \text{ melones de } 10 \text{ son incorrectos (pequeños)})$

$x \equiv n^\circ \text{ de pequeños de } 10$

$x \Rightarrow B(10, p) \text{ donde } p = P(\text{poco peso}) = P(P < 1,9) =$

$$P(t < t_1) = P\left(t < \frac{1,9 - 2}{0,5}\right) = P(t < -0,2) = 1 - F(0,2) = 0,421$$

Así

$$P(x=10) = \binom{10}{10} 0,421^{10} \cdot (1-0,421)^0 = 0,00017$$

b) P (tercer revisado sea el primero de poco peso)

$Y \equiv n^\circ$ de revisados hasta primero de poco peso

$Y \Rightarrow G(p)$ donde $p = P(\text{poco peso}) = 0,421$

Luego

$$P(y=3) = p \cdot q^{x-1} = 0,421 \cdot 0,579^2 = 0,141$$

c) $E[\text{ingresos por caja}] = E[3 \cdot (10-x) + 1 \cdot (x)]$

donde $X =$ al número de melones con poco peso de 10

$x \Rightarrow B(10; 0,421)$ $E[x] = np = 4,21$ luego

$$E[\text{ingresos por caja}] = E[3 \cdot (10-x) + 1 \cdot (x)] = 3(10-E[x]) + E[x] = 17,37 + 4,21 = 21,5 \text{ euros}$$

115-3.- El número de poros de un ladrillo de los que fabricamos es por término medio de 1. Si un ladrillo tiene más de dos poros ha de ser, si tiene dos o menos el ladrillo es útil y se vende por 2 euros. El coste de producción de un ladrillo es de un euro. Si en un día fabricamos un número de ladrillos que sigue una $B[2000; 0,5]$. Calcular el beneficio esperado de un día cualquiera $X =$ número de errores por pieza X sigue una poisson de media 1

$$I_u = \text{Ingreso unitario} = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 2 \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$I_{\text{totales}} = n \cdot B_u$$

$$E[I_t] = E[n] \cdot E[B_u] = 1000 \cdot E[B_u] =$$

$$1000 [2 \cdot P(x \leq 2)] = 2000 [P(x=0) + P(x=1) + P(x=2)] =$$

$$2000 [0,367 + 0,367 + 0,183] = 1834 \text{ euros}$$

$$B^\circ t = I_t - G_t$$

$$E[B_t] = E[I_t] - E[G_t] = 1834 - 1000 \cdot 1 = 834 \text{ euros}$$

n es una binomial de media 1000 $= np$. $E[n] = 1000$

115-4.-Una TV de plasma se vende con tornillos de sujeción en el interior de su embalaje. El número de éstos ha de ser de ,por lo menos, dos para que el aparato esté adecuadamente servido. La máquina embaladora que coloca los tornillos lo hace con media dos. Calcular la probabilidad de que si revisamos 10 aparatos embalados, todos sean adecuados.

$x = (\text{número de tornillos coloca})$

$$x \Rightarrow \rho(\lambda = 2) \quad P(\text{adecuado}) = P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2) =$$

$$1 - [P(x=0) + P(x=1)] = 1 - \left[\frac{e^{-2} \cdot 2^0}{0!} + \frac{e^{-2} \cdot 2^1}{1!} \right] =$$

$$1 - [0,135 + 0,27] = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(10 \text{ adecuados de } 10) = \binom{10}{10} 0,6^{10} \cdot 0,4^0 = 0,006$$

115-5.-En nuestra empresa de fabricación de lunas gigantes para obras de ingeniería, nuestros cristales tienen por término medio 3 defectos por unidad .Una luna está correctamente elaborada si tiene menos de cuatro defectos. Diariamente nuestra producción es de 5 cristales. Calcular la probabilidad de que en los cinco días de esta semana superemos en todos ellos las 4 lunas correctamente elaboradas. (nota: más de cuatro correctas cada día)

$P(\text{ día con cuatro lunas correctas}) = P(W > 4)$

$W = \text{número de lunas correctas de } 5$

$W \rightarrow B(5; p)$

donde $p = P(\text{luna correcta}) = P(x \leq 3)$

Siendo $x \Rightarrow \rho(\lambda = 3)$

$$P(x \leq 3) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) = 0,6463$$

$$P(x=0) = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = 0,0497$$

$$P(x=1) = \frac{e^{-3} 3^1}{1!} = 0,1493$$

$$P(x=2) = \frac{e^{-3} 3^2}{2!} = 0,22365$$

$$P(x=3) = \frac{e^{-3} 3^3}{3!} = 0,22365$$

luego $W \Rightarrow B(5, 0,6463)$

$$P(W > 4) = P(W = 5) = \binom{5}{5} 0,6463^5 \cdot 0,3537^0 = 0,1127$$

$Z = \text{numero de días con más de cuatro producidas correctamente de una semana (cinco días)}$

$Z \rightarrow B(5, 0,1127)$

Los cinco días se superen será -- $P(Z=5)$

$$= P(Z = 5) = \binom{5}{5} 0,1127^5 \cdot 0,8872^0 = 0,000018$$

115-6.- El número medio de personas que entran en una alpargatería en una hora es de tres. El único empleado “necesita” tomarse un café cuando ha de atender a

más de dos clientes por hora (parar su trabajo tras la hora de agobio). Si dicho empleado comienza a trabajar a las 10. Calcular la probabilidad de que su primer “parón cafetero” se produzca a las 13 horas.

$$P(\text{parón a las tres horas}) = P(\text{a la tercera hora primer agobio}) = P(x=3)$$

$X \rightarrow G(p)$ donde p = probabilidad de agobio

Agobio = más de dos clientes Y = número de clientes en una hora

$$P(\text{agobio}) = P(Y > 2)$$

$$Y \Rightarrow \varphi(3)$$

$$P(Y > 2) = 1 - P(Y \leq 2) = 1 - [P(y=0) + P(y=1) + P(y=2)] = 1 - 0,41913 = 0,5808$$

$$P(y=0) = \frac{e^{-3} \cdot 3^0}{0!} = 0,049 \quad P(y=1) = \frac{e^{-3} \cdot 3^1}{1!} = 0,14936 \quad P(y=2) = \frac{e^{-3} \cdot 3^2}{2!} = 0,2205$$

$$\text{Primer parón a la tercera hora} \quad P(x=3) = p \cdot q^{x-1} = 0,5808 \cdot 0,4192^2 = 0,10$$

Lo que evidentemente no quiere decir que no se haya “agobiado” antes

115-7.-El número de clientes que entra en nuestra tienda es por término medio de 5 a la hora, Calcular la probabilidad con la que el primer cliente entrará en los primeros 12 minutos (0,2 horas) después de haber abierto

N° clientes $X \Rightarrow \varphi(\lambda = 5)$ luego el t de espera entre clientes será:

$t \Rightarrow \exp(\alpha = 5)$ horas dado que $E[t] = 1/5 = 1/\alpha$ luego

$$P(x < 0,2) = F(0,2) = 1 - e^{-\alpha x} = 1 - e^{-5 \cdot 0,2} = 0,63$$