

# SERIES TEMPORALES

## INTRODUCCIÓN

### DESCOMPOSICIÓN (ANÁLISIS CLÁSICO)

TENDENCIA SECULAR

VARIACIONES CÍCLICAS

VARIACIONES ESTACIONALES

VARIACIÓN ERRÁTICA

### ANÁLISIS DE LA TENDENCIA

MEDIAS MÓVILES

ALISAMIENTO EXPONENCIAL

### ANÁLISIS DE LA COMPONENTE ESTACIONAL. DESESTACIONALIZACIÓN

### EJEMPLO

---

## INTRODUCCIÓN

Se llama serie temporal, serie cronológica, serie histórica o serie de tiempo a una sucesión de observaciones de una variable ordenadas en el tiempo. Interesa su análisis para posibilitar la descripción de la evolución histórica del fenómeno que expresa la serie.

Notación: Dada la magnitud numérica (variable)  $Y$  designaremos las observaciones mediante alguna de las dos siguientes notaciones:

$Y_{ij}$  donde  $i$  representa el año y  $j$  representa el  $k$ -avo de año (mes, trimestre, etc.)

$$i = 0, 1, 2, \dots \quad j = 1, 2, 3, \dots, k$$

o bien  $Y_t$  donde  $t$  es el ordinal total del  $k$ -simo de año (mes, trimestre, etc.) considerado.  $t = j + i k$

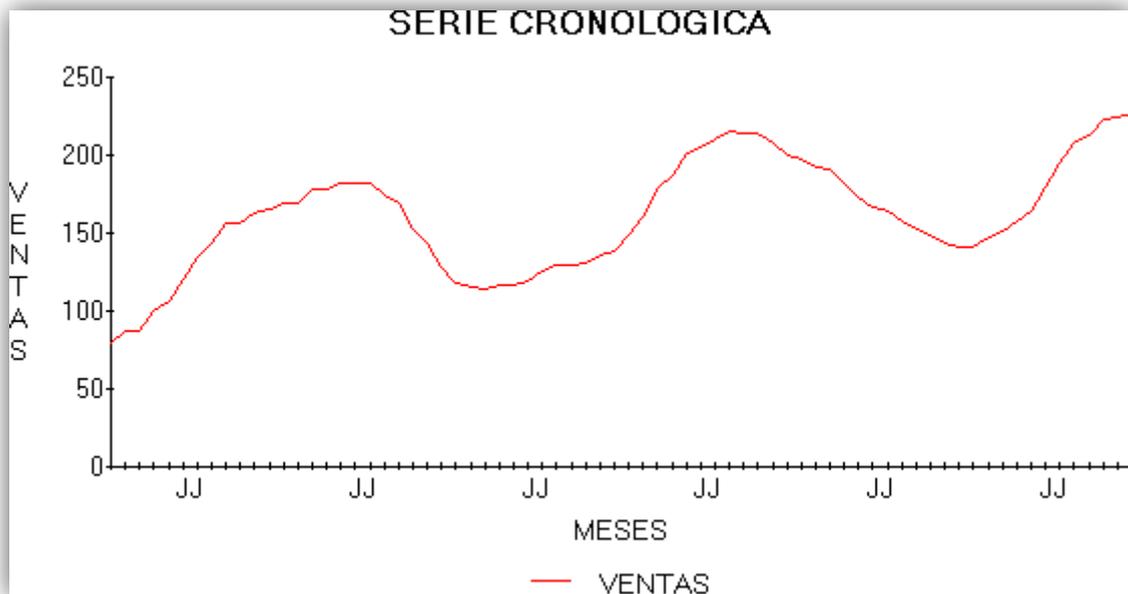
## DESCOMPOSICIÓN (ANÁLISIS CLÁSICO)

El análisis clásico de las series temporales consiste en considerarlas de una forma no aleatoria y presuponer que la realización de la serie puede concebirse como originada por la agregación de cuatro efectos o componentes (alguno pudiera no existir): **Tendencia secular, variación cíclica, variación estacional, y variación errática.**

Suelen considerarse dos modelos de agregación de estos efectos:

$$\text{aditivo: } Y_t = T_t + C_t + S_t + E_t$$

multiplicativo:  $Y_t = T_t \cdot C_t \cdot S_t \cdot E_t$  (fácilmente convertible en aditivo, tomando logaritmos)

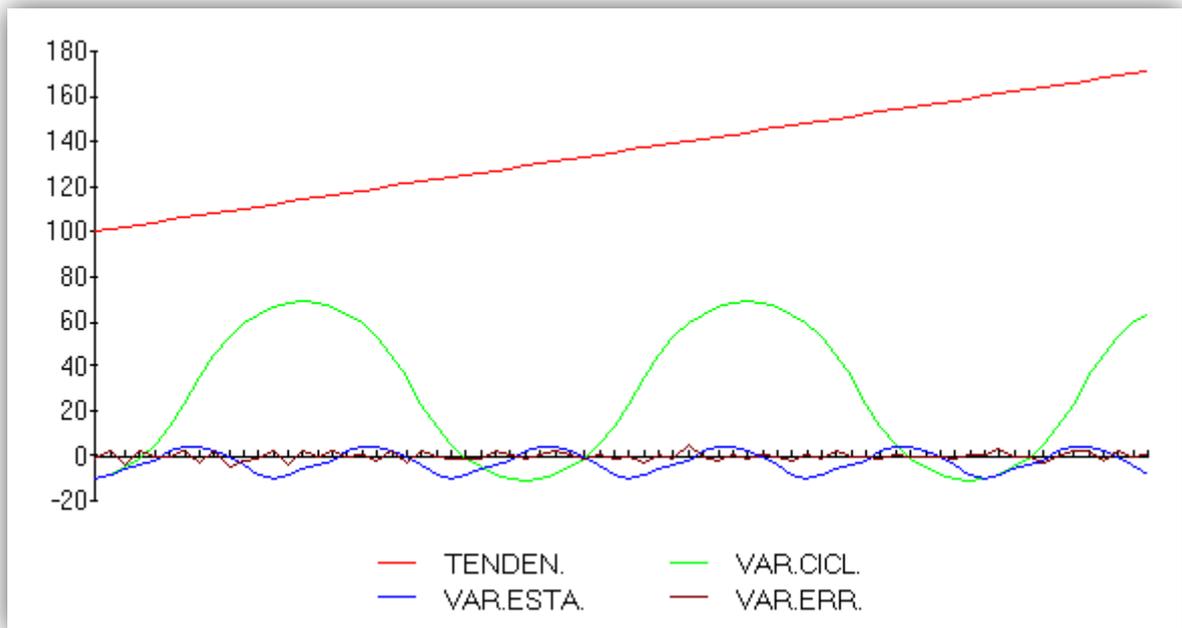


**Tendencia Secular:** Es la componente general de la serie y puede considerarse como el movimiento global de la serie a largo plazo. Suele obtenerse o describirse mediante ajuste a una función matemática o por medias móviles o alisamiento exponencial.

**Variaciones cíclicas:** Son oscilaciones periódica que se producen con una frecuencia superior a un año suelen deberse a la alternancia de etapas de prosperidad económica (crestas) con etapas de depresión (valles).

**Variaciones estacionales:** fluctuaciones de periodificación inferior a un año y reconocibles todos los años, que suelen tener que ver con la climatología o el comportamiento de los agentes económicos al variar la época del año.

**Variación errática,** irregular o residual que recogería la variabilidad en el comportamiento de la serie que se debe a pequeñas causas impredecibles. De manera gráfica



## ANÁLISIS DE LA TENDENCIA

La tendencia suele determinarse o bien a través del ajuste a una función matemática, o bien a través de las medias móviles, o bien a través del alisamiento exponencial.

Ajuste analítico.

Se tratará de obtener una función que se capaz de explicar con una buena aproximación el comportamiento de la serie en función de la variable tiempo. Primero será necesario escoger el tipo de función (lineal, polinómica, exponencial, etc.) y luego habrá que determinar los parámetros de ajustes (la función concreta).

Para escoger el tipo de función, la decisión puede basarse en el análisis visual de la representación gráfica de la serie. Y en cuanto a la determinación de la función concreta de ajusta lo más habitual será utilizar el método de mínimos cuadrados ya conocido.

### Medias móviles.

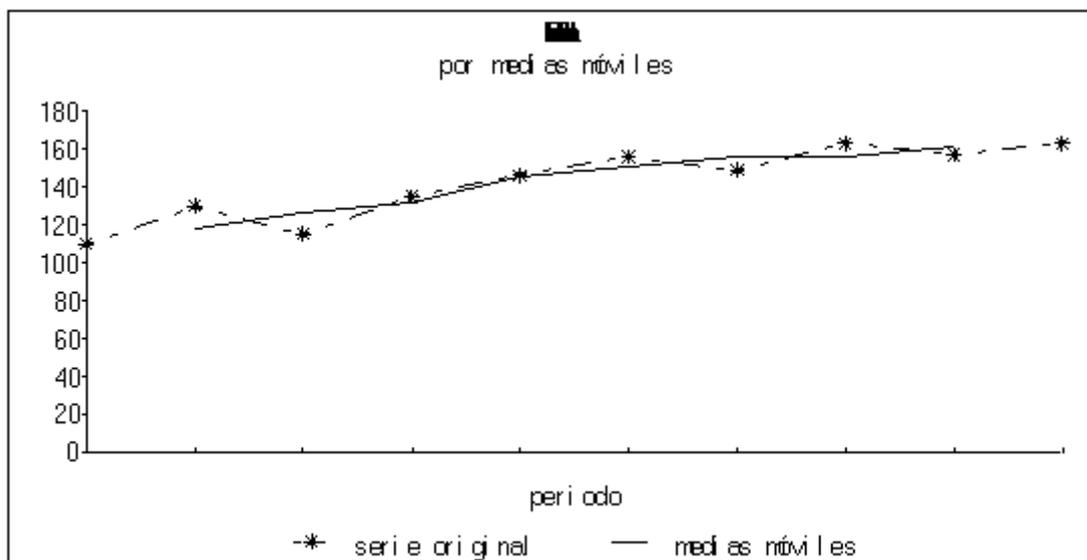
Se basa en el suavizado de la serie mediante el cálculo de sucesivas medias de un grupo de valores.

Se denomina **media móvil** de longitud  $p+q+1$  a la media aritmética de los  $p$  valores anteriores, el valor del período considerado y los  $q$  valores posteriores de las observaciones de la serie:

$$\bar{y}_t^{(p+q+1)} = \frac{1}{p+q+1} \sum_{j=t-q}^{t+p} y_j$$

Ejemplo de obtención de medias móviles de longitud 3:

período	serie original	serie de medias moviles
1	$y_1 = 110$	-----
2	$y_2 = 130$	$1/3(y_1+y_2+y_3) = 118.33$
3	$y_3 = 115$	$1/3(y_2+y_3+y_4) = 126.66$
4	$y_4 = 135$	$1/3(y_3+y_4+y_5) = 132$
5	$y_5 = 146$	$1/3(y_4+y_5+y_6) = 146.33$
6	$y_6 = 158$	-----



Discusión:

Si se acierta con la longitud de las medias móviles el método puede ser útil para descubrir la tendencia. Si se tiene en cuenta que las variaciones cíclicas se repiten cada cierto período, y que la estacionalidad también se repite cada año, el cálculo de las medias móviles, en el supuesto de que el "período" de los ciclos sea un número entero de años, compensará las variaciones cíclicas y estacionales promediando las positivas y negativas; e igualmente promediará las variaciones erráticas que hay que suponer que tienen por media cero a medio plazo.

Se comprende que la propia virtualidad del método es su mayor crítica, ya que de alguna manera acertar con la longitud de la media móvil implicar conocer de antemano el comportamiento de las variaciones (cíclicas, estacionales y erráticas) que se quieren eliminar.

### Alisamiento exponencial.

En este caso se parte de un modelo que supone que los valores de la serie pueden "predecirse" en función de los valores (reales) anteriores de forma que , para cualquier período:

$$\hat{y}_{t+1} = y_t + \alpha (y_t - \hat{y}_t)$$

donde  $y$  son valores reales e  $\hat{y}$  valores de predicción.

De esta forma preestableciendo una primera predicción para el primer periodo:

$$\hat{y}_1$$

tendremos:

$$\hat{y}_1 = \hat{y}_1$$

$$\hat{y}_2 = y_1 + \alpha(y_1 - \hat{y}_1) = \alpha y_1 + (1 - \alpha)\hat{y}_1$$

$$\hat{y}_3 = \alpha y_2 + \alpha(1 - \alpha)y_1 + (1 - \alpha)\hat{y}_1$$

.....

.....

$$\hat{y}_t = \alpha y_t + \alpha(1 - \alpha)y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 y_{t-2} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^{t-1} y_1 + (1 - \alpha)^t \hat{y}_1$$

Este método implica dos problemas la elección de  $\alpha$  que puede resolverse por tanteo, eligiendo el valor que minimice el los errores de previsión, y la elección de la primera previsión  $\hat{y}_1$ .

### ANÁLISIS DE LA COMPONENTE ESTACIONAL.DESESTACIONALIZACIÓN

La obtención de la componente estacional de la serie es fundamental para el análisis coyuntural a corto plazo. Para que este análisis no sea engañoso es necesario que la serie se haya desestacionalizado, esto es, que se haya eliminado la variación estacional.

Para detectar esta variación se utilizan habitualmente procedimientos complejos, aunque aquí sólo veremos uno sencillo que presupone un modelo multiplicativo de serie temporal.  
 $Y_t = T_t \cdot C_t \cdot S_t \cdot E_t$  :

1º) Se obtiene la tendencia anual por medias móviles de longitud 12 meses (1 año)

2º) Se dividen los datos originales por los obtenido en el apartado 1º, de forma que si los ciclos pueden despreciarse o son de duración anual nos quedarán la componente estacional y la errática  $St.Et$

3º) Consideramos como variación estacional el promedio de los distintos meses a lo largo de los distintos años, de los valores obtenidos en el apartado 2º (promedio de los eneros, promedio de los febreros, etc.). Al promediar los meses se anula o suaviza la componente errática. Opcionalmente puede intentar descubrirse un ajuste funcional con los resultados obtenidos.

(NOTA: Si, como es habitual se trabaja con series de meses las medias móviles a utilizar serán de longitud 12, lo que no permite que se asigne la media móvil a uno de los períodos (meses). Para solucionar este problema se toman medias móviles 2 veces; la primera de longitud 12 y la segunda de longitud 2. (Obviamente se perderán datos de los seis primeros meses y de los seis últimos))

Ejemplo

SERIE DE VENTAS DE HELADOS

AÑO	MES	VENTAS	MMOV1	MED.MOVIL	V. ESTAC.	MES
1979	Enero	110				Enero
1979	Febrero	684				Febrero
1979	Marzo	1770				Marzo
1979	Abril	1708				Abril
1979	Mayo	226,8				Mayo
1979	Junio	858				Junio
1979	Julio	3484	1748,2333	1756,816667	1,9831324	Julio
1979	Agosto	4554	1765,4	1777,4	2,5621695	Agosto
1979	Septiembre	2556	1789,4	1784,816667	1,4320799	Septiembre
1979	Octubre	3066	1780,2333	1758,65	1,7433827	Octubre
1979	Noviembre	1500	1737,0667	1858,116667	0,807269	Noviembre
1979	Diciembre	462	1979,1667	2025	0,2281481	Diciembre
1980	Enero	316	2070,8333	2073,541667	0,1523963	Enero
1980	Febrero	972	2076,25	2057	0,4725328	Febrero
1980	Marzo	1660	2037,75	2073,75	0,8004822	Marzo
1980	Abril	1190	2109,75	2151,75	0,5530382	Abril
1980	Mayo	3132	2193,75	2213,75	1,4147939	Mayo
1980	Junio	1958	2233,75	2239,75	0,8742047	Junio
1980	Julio	3549	2245,75	2241,166667	1,5835502	Julio
1980	Agosto	4092	2236,5833	2222,333333	1,8413079	Agosto
1980	Septiembre	3420	2208,0833	2183,5	1,5662926	Septiembre
1980	Octubre	4074	2158,9167	2236,5	1,8215962	Octubre
1980	Noviembre	1980	2314,0833	2266,833333	0,8734652	Noviembre
1980	Diciembre	606	2219,5833	2241,583333	0,2703446	Diciembre
1981	Enero	206	2263,5833	2364,875	0,0871082	Enero
1981	Febrero	630	2466,1667	2510,166667	0,2509794	Febrero
1981	Marzo	1070	2554,1667	2500,916667	0,4278431	Marzo
1981	Abril	3052	2447,6667	2348,5	1,2995529	Abril
1981	Mayo	1998	2249,3333	2218,083333	0,9007777	Mayo
1981	Junio	2486	2186,8333	2192,833333	1,1336931	Junio
1981	Julio	5980	2198,8333	2200,833333	2,7171526	Julio
1981	Agosto	5148	2202,8333	2273,333333	2,2645161	Agosto
1981	Septiembre	2142	2343,8333	2353,833333	0,910005	Septiembre
1981	Octubre	1694	2363,8333	2314,25	0,7319866	Octubre
1981	Noviembre	1230	2264,6667	2383,916667	0,5159576	Noviembre
1981	Diciembre	750	2503,1667	2525,166667	0,2970101	Diciembre
1982	Enero	254	2547,1667	2599,166667	0,0977236	Enero
1982	Febrero	2322	2651,1667	2565,916667	0,9049398	Febrero
1982	Marzo	1310	2480,6667	2498,666667	0,5242796	Marzo
1982	Abril	1862	2516,6667	2530,666667	0,7357745	Abril
1982	Mayo	4860	2544,6667	2554,666667	1,9024008	Mayo
1982	Junio	3014	2564,6667	2607,916667	1,1557118	Junio
1982	Julio	7228	2651,1667			Julio
1982	Agosto	3102				Agosto
1982	Septiembre	2574				Septiembre
1982	Octubre	2030				Octubre
1982	Noviembre	1470				Noviembre
1982	Diciembre	1788				Diciembre

El índice de variación estacional podrá calcularse promediando para cada mes el cociente entre la serie original y la serie de medias móviles, esto es la serie de variaciones estacionales obtenida en la última columna.

Estos índices mensuales de variación estacional podrán expresarse en tantos por uno o en tantos por cien.

MES	INDICE DE VARIACIÓN ESTACIONAL SE
ENERO	0,112409363 11,24 %
FEBRERO	0,542817307 54,28%
MARZO	0,584201653 58,28%
ABRIL	0,862788543 86,27%
MAYO	1,225794415 122,58%
JUNIO	1,290985033 129,10%
JULIO	2,094611733 209,46%
AGOSTO	2,222664508 222,27%
SEPTIEMBRE	1,302792488 130,28%
OCTUBRE	1,432321852 143,23%
NOVIEMBRE	0,732230609 73,22%
DICIEMBRE	0,265167623 26,51%

El índice de variación estacional, viene a indicarnos la fracción que supone ordinariamente ese mes ( o período considerado) del valor mensual medio.

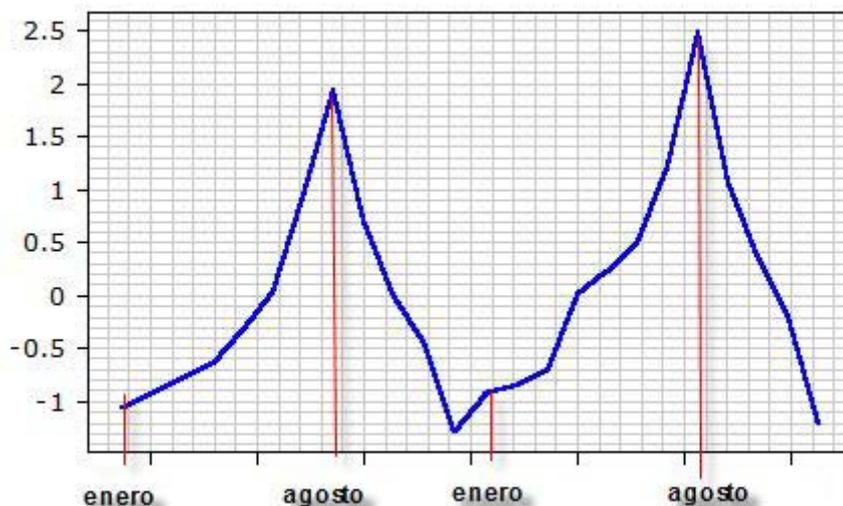
p.ej. en agosto habitualmente se vende un 222,27 % de helados en relación con un mes estándar.

## Ejemplo II

Tenemos información sobre las ventas en miles de euros de nuestro producto a lo largo de los meses de los años 2009 y 2010. Nos interesa hacer una predicción de las ventas para el mes de Abril de 2011.

2009		2010	
enero	234	enero	256
febrero	256	febrero	267
marzo	278	marzo	290
abril	300	abril	401
mayo	350	mayo	434
junio	405	junio	478
julio	546	julio	589
agosto	700	agosto	786
septiembre	512	septiembre	567
octubre	400	octubre	456
noviembre	334	noviembre	367
diciembre	201	diciembre	213

En primer lugar realizamos una representación gráfica de la serie tipificada mediante el programa Caest. Pulsar [AQUÍ](#) para acceder



1º Se desestacionalizamos la serie, ya que se trata de una predicción para un mes tomamos medias móviles tamaño 12. Calculando la serie desestacionalizada, así como los índices de variación estacional mensuales. Se ha utilizado el programa Caest. Pulsar [Aquí](#) para acceder. La dirección general de Caest es:

<http://www.uv.es/ceaces/scripts/probabil22.html>.

## Resultados

### Serie desestacionalizada para medias móviles de tamaño 12

Número	Nominal del período	Serie	Serie pre desestacionalizada	Serie desestacionalizada	Variación del período	Índice de variación(IVE)
1	enero	234				
2	febrero	256				
3	marzo	278				
4	abril	300				
5	mayo	350				
6	junio	405				
7	julio	546				
8	agosto	700	376.333	377.25	1.447	1.447
9	septiembre	512	378.167	378.625	1.849	1.849
10	octubre	400	379.083	379.583	1.349	1.349
11	noviembre	334	380.083	384.292	1.041	1.041
12	diciembre	201	388.5	392	0.852	0.852
13	enero	256	395.5	398.542	0.504	0.504
14	febrero	267	401.583	403.375	0.635	0.635
15	marzo	290	405.167	408.75	0.653	0.653
16	abril	401	412.333	414.625	0.699	0.699
17	mayo	434	416.917	419.25	0.956	0.956
18	junio	478	421.583	422.958	1.026	1.026
19	julio	589	424.333	424.833	1.125	1.125
20	agosto	786	425.333			
21	septiembre	567				
22	octubre	456				
23	noviembre	367				
24	diciembre	213				

2º Con la serie desestacionalizada efectuamos la regresión tomando los valores siguientes:

**VALORES**

Y	t
377.25	7
378.625	8
379.583	9
384.292	10
392	11
398.542	12
403.375	13
408.75	14
414.625	15
419.25	16
422.958	17
424.833	18

**Resultados de cálculo de la Regresión**

Indicadores	Y	t	
Media	400.34	12.5	
Varianzas y covarianza	293.245	11.917	58.621
Desv. Típica	17.124	3.452	
<b>REGRESIÓN</b>			
C. Correlación	0.992		
C. Determinación	0.984		
Varianza Explicada	288.553		
Varianza Residual	4.692		
Coefficiente a	338.852		
Coefficiente b	4.919		
RECTA	$Y^* = 338.852 + 4.919t$		

El modelo lineal de comportamiento de nuestras ventas mensuales es.

$$Y^* = 338.852 + 4.919t$$

El mes de Abril de 2011 corresponderá al dígito de  $t=28$  ya que diciembre de 2010 es el 24.

Sustituyendo en el modelo tendremos que  $Y^* = 476,584$

Como Abril tiene de índice de variación estacional el valor 0,956. Lo aplicaremos a la cantidad anterior.  $476,584 \cdot 0,956 = 455,6$ , este valor será la predicción de nuestras ventas