

Ejercicios T8b-INCERTIDUMBRE Y PROBABILIDAD B

8b-1.-Los mosquitos machos no pican. El 20% de los mosquitos hembras pican al ser humano (bueno... a los gorilas también pero eso da igual). Sólo el 30% de los mosquitos son hembras. Si sobre nuestra nariz se ha posado un enooooorme mosquito. Calcular la probabilidad de NO nos pique

H= hembra P= le gusta picar conocemos: $P(P/H) = 0,2$ y $P(H) = 0,3$

$$\text{si } P(P/H) = 0,2 \rightarrow P(P^c/H) = 0,8$$

$$P(P^c/M) = 1 \text{ ya que los machos no pican}$$

$$P(P^c) = P(P^c/M) \cdot P(M) + P(P^c/H) \cdot P(H) = 1 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,3 = 0,94$$

O bien si $P(H \cap P) = P(P/H) \cdot P(H) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$ dado que solo nos picará si es hembra que pica y no nos picará en el resto de casos $1 - 0,06 = 0,94$ P(no nos pique)

8b-2.- De los jóvenes que conducen el 60% tiene estudios obligatorios, el 30% tiene hasta bachiller y el resto están cursando o son universitarios. Del total de jóvenes el 65% aparcen su vehículo moviendo el volante con la palma de la mano a modo de limpiar cristales. Entre los de estudios universitarios estos modos tan “elegantes” están arraigados en el 20% de ellos, entre los que han cursado hasta bachiller el 35% mueven la manita de manera tan molona al aparcar. Si estamos ante un joven vecino nuestro que esta aparcando su flamante vehículo (para más señas, bmw negro maqueado) moviendo ágilmente el volante con la mano abierta , calcular la probabilidad de que sólo haya cursado estudios obligatorios

$O \equiv$ estudios obligatorios $B \equiv$ bachiller $U \equiv$ universitarios

$$P(O) = 0,6 \quad P(B) = 0,3 \quad P(U) = 0,1$$

A priori $\rightarrow P(O) = 0,6$

suceso cierto $M \equiv$ mueve con palma $P(M) = 0,65$

$$i) P(O/M) = \frac{P(M/O) \cdot P(O)}{P(M)} = \frac{P(M/O) \cdot 0,6}{0,65}$$

$$P(M/P) i) \quad P(M) = 0,65 = P(M/O) \cdot P(O) + P(M/B) \cdot P(B) + P(M/U) \cdot P(U)$$

$$P(M/B) = 0,35 \quad P(M/U) = 0,20 \quad \text{luego}$$

$$P(M) = 0,65 = P(M/O) \cdot 0,6 + 0,35 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,1$$

$$0,65 = P(M/O) \cdot 0,6 + 0,105 + 0,02 \rightarrow 0,525 = P(M/O) \cdot 0,6 \rightarrow P(M/O) = 0,875$$

luego

$$P(O/M) = \frac{P(M/O) \cdot 0,6}{0,65} = \frac{0,875 \cdot 0,6}{0,65} = 0,807$$

8b-3.- De las siguientes afirmaciones que se llevan a cabo en los siguientes apartados, establecer cuales son necesariamente ciertas (tautológicas), cuales necesariamente falsas (contradictorias) o cuales son simplemente posibles (contingentes) . Justificando la respuesta.

a) si $P(A)=0,3$ $P(B)=0,34$ y $P(A \cup B)=0,538$ entonces A y B son independientes cierto, tautológico.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,538 = 0,3 + 0,34 - P(A \cap B)$$

de donde $P(A \cap B) = 0,102$ y $0,102 = P(A) \cdot P(B)$ luego independientes

b) si $P(A)=0,33$ $P(B)=0,4$ y $P(A/B) = 0,23$ entonces A y B son independientes.

Falso, contradictorio:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0,23 = \frac{P(A \cap B)}{0,4} \Rightarrow P(A \cap B) = 0,23 \cdot 0,4 \neq 0,33 \cdot 0,4$$

8b-4.- Cuando comencemos el segundo cuatrimestre de los que asistan a la primera clase un 76% habrán aprobado este examen. De entre los aprobados que asistan, el 56% serán chicas .Suponiendo que se sale de clase de manera aleatoria, que es un suponer. Calcular la probabilidad de que la primera en salir sea una alumna aprobada $P(A)=$ probabilidad de aprobados = 0,76 $P(\text{chica}/A) = 0,56$

$$P(A \cap \text{Chica}) = P(\text{chica}/A) \cdot P(A) = 0,56 \cdot 0,76 = 0,4256$$

8b-5.-En España, aunque nadie lo sospeche, viven millones de extraterrestres. Los hay de tres planetas: el 30 % de ellos provienen del planeta “Silicón” (los silicónicos(as)), el 20 % son originarios de “Metrosex” (muy aficionados a los gimnasios) y el resto llegaron en nave espacial desde “Lel” (ni que decir tiene que son un poco lelos). Bien, pese a la fama, los extraterrestres no suelen ser verdes y feos, así sólo el 10% de todos ellos son tan llamativamente raros. De los de silicón sólo son verdes el 3%, mientras que de los de Metrosex este porcentaje aumenta hasta el 4%. Con esta información y encontrándonos ante un señor muy feo y encima de color verde que asegura que es extraterrestre, calcular la probabilidad de que sea de Lel.

$$P(S)=0,3 \quad P(M)=0,2 \quad P(L)=0,5$$

$$P(V)=0,1 \quad P(V/S)=0,03 \quad P(V/M)=0,4 \quad P(V/L)=?$$

$$P(L/V) = \frac{P(V/L) \cdot P(L)}{P(V)} = \frac{x \cdot P(L)}{0,1} = \frac{0,166 \cdot 0,5}{0,1} = 0,83$$

$$\begin{aligned} \text{¿ } P(V) = 0,1 &= P(V/S) \cdot P(S) + P(V/M) \cdot P(M) + P(V/L) \cdot P(L) = \\ 0,1 &= 0,03 \cdot 0,3 + 0,04 \cdot 0,2 + x \cdot 0,5 \Rightarrow x = P(V/L) = 0,166 \end{aligned}$$

8b-6.-Nuestro restaurante es atendido por tres camareros bastante “chungos” ,de manera que : el primero, Agapito , atiende al 30 % de la clientela , le segundo , Bonifacio al 40% y el tercero , Casiano, al resto. Del total de consumiciones servidas el 5% lo son de manera equivocada. Conocemos que Bonifacio se equivoca de consumición el 2% de las veces y en el caso de Casiano también es ese el porcentaje de veces que lleva a una mesa un servicio equivocado Si un cliente protesta airadamente porque le han servido una botella de agua mineral de “Solán de Ovejas” cuando había pedido un plato de “caracol sarraceno con los cuernos gratinados a la esencia de menta”. Calcular la probabilidad de que este cliente haya sido atendido por Agapito.

A priori:

$$P(\text{ fabricado por A }) = P(A) = 0,3 \quad P(B)=0,4 \text{ y lógicamente } P(C)=0,3$$

$$P(\text{defectuosamente atendido})= P(D)= 0,05 \text{ además}$$

$$P(D/B)= 0,02 \text{ y } P(D/C)=0,02 \text{ se nos pregunta por:}$$

$$P(A/D) = \frac{P(D/A) \cdot P(A)}{P(D)} \quad \text{dado que :}$$

$$P(D) = 0,05 = P(D/A) \cdot P(A) + P(D/B) \cdot P(B) + P(D/C) \cdot P(C)$$

$$0,05 = P(D/A) \cdot 0,3 + 0,02 \cdot 0,4 + 0,02 \cdot 0,3$$

$$0,05 = P(D/A) \cdot 0,3 + 0,008 + 0,006 = 0,05 = P(D/A) \cdot 0,3 + 0,014$$

$$P(D/A) = \frac{0,05 - 0,014}{0,3} = 0,12 \text{ luego a posteriori}$$

$$P(A/D) = \frac{P(D/A) \cdot P(A)}{P(D)} = \frac{0,12 \cdot 0,3}{0,05} = 0,72$$

8b-7.-Los cocodrilos son menos agresivos de lo que la fama dice de ellos. Así, sólo el 5% de ellos disfrutan hincándole el diente al ser humano que se les cruce por delante. Existen tres razas de cocodrilos. Los Afables, que forman el 30% del total de cocodrilos, son los menos agresivos con los humanos, de hecho sólo el 1% de ellos disfrutan mordiéndoles Otra raza es la de los Bondadosos, suponen el 40% de los “coco”, pese a su nombre son bastante intransigentes con los humanos y el 3% de ellos se pirran por una buena pierna humana que morder. El resto de cocodrilos forman la raza “Criminal” que pese a su nombre no lo son tanto, tanto. Si un amigo nuestro paseando tranquilamente ve con horror como unas grandes mandíbulas cocodrilianas se agarran a su querida pierna. Calcular la probabilidad de que el cocodrilo agresor sea de la raza Criminal

A priori:

$P(\text{raza A}) = P(A) = 0,3$ $P(B)=0,4$ y lógicamente $P(C)=0,3$
cocodrilo agresivo, muerde=M

$P(\text{cocodrilo agresivo, muerde}) = P(M) = 0,05$ además

$P(M/A) = 0,01$ y $P(M/B) = 0,03$ se nos pregunta por:

$$P(C/M) = \frac{P(M/C) \cdot P(C)}{P(M)} \quad \text{dado que :}$$

$$P(M) = 0,05 = P(M/A) \cdot P(A) + P(M/B) \cdot P(B) + P(M/C) \cdot P(C)$$

$$0,05 = 0,01 \cdot 0,3 + 0,03 \cdot 0,4 + P(M/C) \cdot 0,3$$

$$P(M/C) = \frac{0,05 - 0,015}{0,3} = 0,11666 \quad \text{luego a posteriori}$$

$$P(C/M) = \frac{P(M/C) \cdot P(C)}{P(M)} = \frac{0,1166 \cdot 0,3}{0,05} = 0,6996$$

8b-8.-Si el 40% de los coches “Ferrari” son rojos, y entre todos los automóviles sólo el 30% son de ese color. Entonces ¿los sucesos “Ferrari” y “color rojo” son independientes?

Falso $P(R/F) = 0,4 \neq P(R) = 0,3$ el hecho de ser Ferrari modifica la probabilidad de ser Rojo, luego dependientes

8b-9.-Como todo el mundo sabe en el popular y falso mundo de las moscas las hay de tres tipos: las Avatetuscas que suponen el 35% del total, las Borbasatónicas que son el 50% y el resto que son Coculatistas. En general el 49% de las moscas tienen un cierto matiz verdoso que las hace un poco asquerosillas El porcentaje de verdosas entre las Borbasatónicas es del 20%, mientras que entre las Coculatistas

este porcentaje llega al 40%. Si sobre nuestra nariz se posa una mosca con un repelente colorcillo verdoso, Calcular la probabilidad de que sea una Avatetusca

$$P(A)=0,35 \quad P(B)=0,5 \quad P(C)=0,15$$

$$j \quad P(A/Be) = \frac{P(Be/A) \cdot P(A)}{P(Be)} = \frac{0,942 \cdot 0,35}{0,49} = 0,672$$

$$P(Be/A)=? \quad P(Be/B)=0,2 \quad P(Be/C)=0,4$$

$$P(Be) = P(Be/A) \cdot P(A) + P(Be/B) \cdot P(B) + P(Be/C) \cdot P(C) = \\ P(Be/A) \cdot 0,35 + 0,2 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,15 = 0,49 \quad \text{de donde} \quad P(Be/A) = 0,942$$

8b-10.-En una granja tenemos tres corrales donde encerramos a nuestras ovejas por las noches (para protegerlas de los lobos, naturalmente). En el primer corral tenemos al 50% de las ovejas, en el segundo al 30 y en uno más pequeño sólo 20%. El veterinario nos ha manifestado que del total de nuestras ovejas el 5% están garrapatosas (vamos que tienen garrapatas) . El veterinario nos dijo que el 2% de las del primer corral tenían garrapatas y que también el 2% de las del segundo tenían esos inquilinos. Con está información y encontrándonos con una oveja “descarriada” plagadita de bichejos. Calcular la probabilidad de que se haya escapado del tercer corral.

A priori:

$$P(A) = 0,5 \quad P(B)=0,3 \quad \text{y} \quad P(C)=0,2 \\ P(\text{garrapatoso}) = P(D) = 0,05 \quad \text{además} \\ P(G/A) = 0,02 \quad \text{y} \quad P(G/B) = 0,02 \quad \text{se nos pregunta por:}$$

$$P(C/G) = \frac{P(G/C) \cdot P(C)}{P(G)} \quad \text{dado que :}$$

$$P(G) = 0,05 = P(G/A) \cdot P(A) + P(G/B) \cdot P(B) + P(G/C) \cdot P(C) \\ 0,05 = P(G/C) \cdot 0,2 + 0,02 \cdot 0,5 + 0,02 \cdot 0,3 \\ 0,05 = P(G/C) \cdot 0,2 + 0,010 + 0,006 = 0,05 = P(G/C) \cdot 0,2 + 0,016$$

$$P(D/A) = \frac{0,05 - 0,016}{0,2} = 0,17 \quad \text{luego a posteriori}$$

$$P(A/D) = \frac{P(G/C) \cdot P(C)}{P(G)} = \frac{0,17 \cdot 0,2}{0,05} = 0,68$$