1.-El gasto (Y) (en miles de euros) de una empresa depende linealmente y positivamente del número del número de unidades producidas (X). De información de una muestral de tamaño 100 conocemos que la suma de estos cien gastos fue 300, la media de la producción 2, el coeficiente de determinación entre gasto y producción que fue 0,81 y los $a_{2,0} = 16$ y $a_{0,2} = 16$. Con esta información predecir el valor del gasto si conocemos que la producción es de 4 unidades

Y= a+bX gasto = a + b·ventas (en miles de euros)

$\bar{x} = 2$ $\quad a_{2,0} = 16 \quad s_x^2 = a_{2,0} - \bar{x}^2 = 16 - 4 = 12$

$\bar{y} = 3$

$$s_y^2 = a_{0,2} - \bar{x}^2 = 16 - 3 = 13$$

$r_{x,y} = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}81} = 0{,}9$ positivo pues relación positiva

$$r_{x,y} = 0{,}9 = \frac{s_{x,y}}{s_x \cdot s_y} = \frac{s_{x,y}}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{13}} \rightarrow s_{xy} = 0{,}9 \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{13} = 11{,}24$$

$$b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = \frac{11{,}24}{12} = 0{,}9366 \qquad \bar{y} = a + 0{,}9366\bar{x}$$

3 = a + 0,9366·2 a = 1,1266 luego la recta de regresión Y = 1,1266 +0,9 X

así para X = 4 Y = 4,726 miles de euros

2.-El gasto (Y) (en miles de euros) de una empresa depende linealmente y positivamente del número del número de unidades producidas (X). De información de una muestral de tamaño 100 conocemos que la suma de estos cien gastos fue 300, la media de la producción 2 , el coeficiente de determinación entre gasto y producción que fue 0,81 y los $a_{1,1} = 17{,}24$ y $a_{2,0} = 16$. Con esta información predecir el valor de la producción (x) si conocemos que el gasto será de 5000 euros (y=5)

Y= a+bX gasto = a + b·ventas (en miles de euros)

$\bar{x} = 2$ $\quad a_{2,0} = 16 \quad s_x^2 = a_{2,0} - \bar{x}^2 = 16 - 4 = 12$

$\bar{y} = 3$

$$S_{xy} = a_{1,1} - \overline{x}\,\overline{y} = 17{,}24 - 2\cdot 3 = 11{,}24$$

$r_{x,y} = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}81} = 0{,}9$ positivo pues relación positiva

$$r_{x,y} = 0{,}9 = \frac{S_{x,y}}{S_x \cdot S_y} = \frac{11{,}24}{S_y\sqrt{12}} \rightarrow S_y = \frac{11{,}24}{0{,}9\cdot\sqrt{12}} = 3{,}6 \quad \text{luego} \quad s_y^2 = 13$$

$$b = \frac{S_{xy}}{S_y^2} = \frac{11{,}24}{13} = 0{,}8646 \qquad \overline{x} = a + 0{,}8645\overline{y}$$

2 = a + 0,8645·3 a = -0,5935 luego la recta de regresión x = -0,5935 +0,8645 y

así para y = 5 x = 3,729 unidades

3.- Sean dos rectas de regresión 2x+3y =10 ; x + y = 4

sabiendo además que $a_{0,2} = \Sigma\, y_i^2 / N = 16$.

a) Averiguar cuál es la regresión X/Y e Y/X. .(Recuérdese que r^2 = bb´)
b) Obtener el coeficiente de correlación r. Comentando el resultado.
c) Calcular el centro de gravedad.
d) Obtener la varianza residual S^2_r de la regresión Y/X 3 puntos

opción A 2x+3y =10 es Y= a+ b X por lo que y = 10/3 – 2/3x
x+y =4 es X = a´+b´ Y por lo que x = 4 –y
en este caso r^2 = bb´ = (-1) ·(- 2/3)= 2/3 posible

opción B 2x+3y =10 es X = a´+b´ por lo que x = 10/2 – 3/2y
x+y =4 es Y= a+ b X por lo que y = 4 –x
en este caso r^2 = bb´ = (-3/2) ·(- 1)= 3/2 mayor que uno luego imposible

a) luego 2x+3y = 10 es la recta Y/X y = 10/3 – 2/3x
siendo x + y = 4 la X/Y x = 4 –y

b) el coeficiente de correlación r será : si r^2 = bb´ = (-1) ·(- 2/3)= 2/3

$r_{x,y} = \sqrt{2/3} = 0{,}8164$ con signo negativo pues ambos b son negativos

c) ambas rectas de regresión pasan por el centro de gravedad, luego

$$\left.\begin{array}{l}\bar{y}=\frac{10}{3}-\frac{2}{3}\bar{x}\\ \bar{x}=4-\bar{y}\end{array}\right\}\bar{y}=\frac{10}{3}-\frac{2}{3}(4-\bar{y})=\frac{10}{3}-\frac{8}{3}+\frac{2}{3}\bar{y}=$$

$$\bar{y}=\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\bar{y} \quad \rightarrow \frac{1}{3}\bar{y}=\frac{2}{3} \rightarrow \bar{y}=2$$

$$luego \;\; \bar{x}=4-\bar{y} \quad \bar{x}=4-2 \quad \rightarrow \bar{x}=2$$

luego centro de gravedad es 2,2

d) varianza residual de regresión Y/X y = 10/3 – 2/3x

sabemos que $S_Y^2 = S_{Y^*}^2 + S_r^2$ conocemos que el porcentaje de la varianza explicada por la regresión es r = 0,8164 luego el no explicado es del 1-0,8164 = 0,1836
por lo que la Varianza residual será el 18,36% de la varianza de la Y

dado que $s_y^2 = a_{2,0} - \bar{y}^2 = 16 - 2^2 = 12$

$$por\ lo\ que\ s^2_{r(y/x)} = 0{,}1836 \cdot 12 = 2{,}2$$

4.- A partir de los datos de las siguientes cinco empresas de una determinada industria sobre el número de horas trabajadas en determinado proceso y el número de unidades de producto producidas en ese proceso:

Horas trabajadas	Unidades producidas
4	20
6	25
7	35
3	20
5	25

Determinar:

a) La recta de regresión que nos permita explicar el número de unidades producidas en función de las horas trabajadas.
b) Analizar la calidad del ajuste, obteniendo la varianza residual y el coeficiente de determinación lineal. Comentar los resultados.
c) Dar una predicción para la producción de una empresa que dedique 8 horas de trabajo a ese proceso.
d) Comparar la variabilidad relativa de las dos variables analizadas.
e) Estudiar la simetría de la primera variable.

Indicadores	Y=unidades	X=horas	
Media	25	5	
Varianzas y covarianza	30	2	7

Desv.Típica	5.477	1.414
REGRESIÓN		
C.Correlación	0.904	
C.Determinación	0.817	
Varianza Explicada	24.51	
Varianza Residual	5.49	
Coeficiente a	7.5	
Coeficiente b	3.5	
RECTA	Y*= 7.5 + 3.5X	

Luego la predicción pedida para X=8 será 35,5. Calidad (bondad del ajuste) 0,817, el 81,7 de la variabilidad de la Y viene explicada por el modelo.

Indicadores

valores	X =horas	Y =unidades
Media	5	25
Varianza	2	30
Desv.Típica	1.41	5.48
C.V.Pearson	0.28	0.22
C.Asimetría	0:simetrica	0.911:asim.por derecha
C.Curtósis	-1.28:platicúrtica	-0.505:platicúrtica
Cuasi Varianza	2.5	37.5
Cuasi.Desv.Típica	1.58	6.12
C.Asimetría Insesgado	0:simetrica	1.363:asim.por derecha
C.Curtósis Insesgado	-1.18:platicúrtica	2.024:leptocúrtica
número de casos	5	5

Variabilidad relativa viene dada por el coeficiente de variación de Pearson en el caso de X es ligeramente mayor , luego mayor variabilidad relativa , sin embargo la variabilidad absoluta es mayor en la variable Y, lógico si percibimos que las unidades de medida son mayores y a la varianza le afectan las unidades en las que está medida la variable.

La variable X es totalmente simetrica. Miestras que la Y es asimétrica por la derecha,

5.- Dadas dos variables X e Y con: $\vec{m} = \begin{bmatrix} 50 \\ 10 \end{bmatrix}$ $\vec{V} = \begin{bmatrix} 144 & 100 \\ 100 & 196 \end{bmatrix}$

a) Calcular la recta de regresión X/Y
b) Establecer la bondad del ajuste.

c) Predecir el valor de X conociendo que Y es igual a 12.

Recta X/Y X=a+bY $b = \frac{S_{xy}}{S_y^2} = \frac{100}{196} = 0{,}5102$

Dado que $\bar{x} = a + b\bar{y}$ así 50 = a + 0,5102 · 10 donde a =44,898

Luego la recta quedará X= 44,898 + 0,5102

Bondad del ajuste si $r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{100}{12 \cdot 14} = \frac{100}{168} = 0{,}595$ luego $R^2 = 0{,}3543$

Predicción para Y =12 X=44,898+0,5102·12=51

6.-Dadas dos variables X e Y con de la que se tiene información conjunta referente a 50 individuos conocemos:

media de X = 50 , $\sum_{j=1}^{50} y_j = 500$, $a_{2,0} = 2644$, $S_y^2 = 196$, $a_{1,1} = 600$

a) Calcular la recta de regresión Y/X
b) Establecer la bondad del ajuste.
c) Predecir el valor de Y conociendo que X es igual a 12.

Según datos media x = 50 , media de y = 500/50=10, varianza de x $= a_{2,0} - \bar{x}^2 =$ 2644-2500=144

Varianza de y = 196 , covarianza = $a_{1,1} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 600 - 10 \cdot 50 = 100$

Recta Y/X Y=a+bX $b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{100}{144} = 0{,}694$

Dado que $\bar{Y} = a + b\bar{X}$ así 10 = a + 0,694 · 50 donde a = -24,72

Luego la recta quedará Y= -24,72 + 0,694 X

Bondad del ajuste si $r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{100}{12 \cdot 14} = \frac{100}{168} = 0{,}595$ luego $R^2 = 0{,}3543$

Predicción para X =12 Y=-24,898+0,694·12 = -16,57