Examen TODO 2006-07 resuelto

Apellidos ………………………………………………………………………………….
Nombre ……………………………………………………… grupo ……………………

1.-Sean las dos rectas de regresión de las mismas variables
Y/X es → 2x+3y =10 ; siendo X/Y → x = 4 -y
sabiendo además que $S_{x,y} = -12$

a) Obtener el coeficiente de correlación r. Comentando el resultado.
b) Calcular el centro de gravedad.
c) Obtener la varianza residual S^2_r de la regresión Y/X (2,5 puntos)

a) el coeficiente de correlación r será : si r^2 = bb´ = (-1) ·(- 2/3)= 2/3
$r_{x,y} = \sqrt{2/3} = 0{,}8164$ con signo negativo pues ambos b son negativos
b) ambas rectas de regresión pasan por el centro de gravedad, luego

$$\left.\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{10}{3} - \frac{2}{3}\bar{x} \\ \bar{x} &= 4 - \bar{y}\end{aligned}\right\} \bar{y} = \frac{10}{3} - \frac{2}{3}(4-\bar{y}) = \frac{10}{3} - \frac{8}{3} + \frac{2}{3}\bar{y} =$$

$$\bar{y} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3}\bar{y} \quad \rightarrow \frac{1}{3}\bar{y} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \bar{y} = 2$$

$$luego \;\; \bar{x} = 4 - \bar{y} \quad \bar{x} = 4 - 2 \quad \rightarrow \bar{x} = 2$$

luego centro de gravedad es 2,2

c) varianza residual de regresión Y/X y = 10/3 – 2/3x

sabemos que $S_Y^2 = S_{Y^*}^2 + S_r^2$ conocemos que el porcentaje de la varianza explicada por la regresión es r = 0,8164 luego el no explicado es del 1-0,8164 = 0,1836
por lo que la Varianza residual será el 18,36% de la varianza de la Y

la varianza de Y será $b' = \frac{S_{x,y}}{S_y^2} \rightarrow -1 = \frac{-12}{S_y^2} \rightarrow S_y^2 = 12$

dado que $por\ lo\ que\ s^2_{r(y/x)} = 0{,}1836 \cdot 12 = 2{,}2$

2.-El salario medio de los trabajadores de la construcción en España es de 1000 euros, con una varianza de 14200 euros al cuadrado. El salario medio de los trabajadores de la construcción en U.S.A es de 1350 $ con varianza 16000 $ al cuadrado .Teniendo en cuenta que en este momento un euro equivale a 1,21 dólares. En su doble vertiente: absoluta y relativa. ¿En que país la dispersión salarial es mayor? 1,5 puntos.
Dispersión absoluta: la mide la varianza. La varianza es USA es mayor

14200<16000, por tanto mayor dispersión absoluta en USA. No obstante podríamos unificar las unidades, así la varianza en España medida en dólares sería

$$S^2_{E\ dolares} = S^2_{E\ euros} \cdot U^2 = 14200 \cdot 1,21^2 = 20790,22\ dolares\ al\ cuadrado$$

frente a los 16000 de USA estaríamos ante una varianza mayor en España , por tanto mayor dispersión absoluta en la misma unidad en España. Este sería el mejor indicador.
Dispersión relativa: Utilizamos el coeficiente de variación de Pearson
Tendríamos:

$$g_{0,E} = \frac{S_E}{\overline{\overline{x_E}}} = \frac{119,1}{1000} = 0,119$$

$$g_{0,USA} = \frac{S_{USA}}{\overline{\overline{x_{USA}}}} = \frac{126,5}{1350} = 0,09$$

con la utilización de se observa que la dispersión relativa es mayor es España

3.-Determinar si las afirmaciones que se hacen en los siguientes apartados son necesariamente ciertas (tautológicas), necesariamente falsas (contradictorias), o bien, simplemente posibles (contingentes). Justificar la respuesta. (1 puntos)
a) Si P(a) = 0,3 y P(b)=0,5 ; entonces necesariamente P(aUb)=0,8
b) Si A y B son independientes; entonces A y B son disjuntos
d) Si f(x)=2x para x∈[0,1] y sabiendo que E[x]=2/3; entonces la varianza es 1/18
e) Si F(x)=x² para x∈[0,1]; entonces su función de densidad es f(x) = 2x para x∈[0,1]
a) la afirmación es falsa (contradictoria) , pues no necesariamente sería ese valor , sólo lo sería en el caso de que fueran disjuntos A y B con lo que P(A∩B)=0
b) afirmación contradictoria. Si A y B son independientes es imposible que A y B sean disjuntos, pues supondría que (a∩b)=0 y por tanto P(a∩b)= P(0)=0 y no P(A)*P(B)
c) cierta

$$\sigma^2 = \alpha_2 - \mu^2 = \frac{1}{2} - \frac{4}{9} = \frac{1}{18}$$

$$ya\ que\ \alpha_2 = \int_0^1 x^2 2x dx = 2\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 = \frac{1}{2}$$

d) cierta

4.- Una empresa obtiene unos ingresos de 1000 euros a la semana si la proporción de artículos defectuosos que fabrica no supera el 3%, si dicho porcentaje se sitúa entre el 3 y el 7% los ingresos se reducen a 500 euros, mientras que dichos ingresos desaparecen si el porcentaje de defectos es mayor. Sabiendo que los gastos fijos semanales son de 300 euros, y conociendo, además, que el porcentaje (no tanto por

uno) de artículos defectuosos es una variable aleatoria X definida entre 0 y 10 con función de densidad $f(x)=\frac{1}{50}x$ **. Calcular el beneficio esperado semanal (2,25 puntos)**

$f(x)=\frac{1}{50}x$. Calcular el beneficio esperado semanal

B = I-G   E[B] = E[I-G]= E[I] –E[G] = E[I]-300

$$I=\begin{cases}1000 \quad si \ x<3\\ 500 \ \ si \ 3<x<7\\ 0 \ \ si \ \ x>7\end{cases}$$ siendo X = porcentaje semanal de artículos defectuosos

Así:

$$E[I]=1000\cdot P(x<3)+500\cdot P(3<x<7)+0\cdot P(x>7)$$

$$P(x<3)=\int_0^3 f(x)dx=\frac{1}{50}\int_0^3 xdx=\frac{1}{50}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^3=\frac{9}{100}=0,09$$

$$P(3<x<7)=\int_3^7 f(x)dx=\frac{1}{50}\int_3^7 xdx=\frac{1}{50}\left[\frac{x^2}{2}\right]_3^7=\frac{1}{50}\left(\frac{49}{2}-\frac{9}{2}\right)=0,4$$

luego $E[I]=1000\cdot 0,09+500\cdot 0,4=290$ luego

E[B] = E[I]-300= 290-300 = -10

5.- El índice de Gini de las distribución de la renta familiar disponible en un país ha disminuido 2 décimas en el los últimos tres años. Comentar el significado que esto tiene (0,5 puntos)

6.-Una pieza que fabricamos está compuesta por una subpieza metálica tipo A de longitud N[25; 2] cm. que se suelda sin solapamiento a otra pieza tipo B con longitud N[20,2]cm . La soldadura supone la pérdida de material con longitud N[1 ,1] cm .La pieza es correcta si su longitud se mueve en el intervalo 43,5-44,5 cm. Se pide:

a) **Probabilidad de fabricar piezas correctas**
b) **Un paquete está compuesto por 10 piezas correctas escogidas al azar de entre las fabricadas. Un paquete es correcto si una o menos piezas son incorrectas (medidas inadecuadas). Calcular la probabilidad de realizar paquetes de piezas correctos. (2,25 puntos)**

a) la longitud total de la pieza será :

$$Lt\to N\left[25+20-1;\sqrt{2^2+2^2+1^1}\right]=N\left[44;3\right]$$

P (correcta) =

$$P(43,5 < Lt < 44,5) = P\left(\frac{43,5-44}{3} < t < \frac{44,5-44}{3}\right) =$$

$$P(-0,1666 < t < 0,1666) = 0,132$$

b) P(incorrecta) = 0,868 también

X= número de incorrectas de 10

$$X \Rightarrow B(10; 0,868)$$

$$P(\textit{paquete correcto}) = P(x \leq 1) = P(x=0) + P(x=1) =$$

$$\binom{10}{1} 0,868^{9} \cdot 0,132^{1} + \binom{10}{0} 0,868^{10} \cdot 0,132^{0} = 0,000001 + 0,0000001 = 0,00$$