Examen TODO 2008-09 resuelto salvo cuestiones triviales

Apellidos………………………………………………………………………..
Nombre………………………………………grupo……………….

1.- Se disponen de datos de dos distribuciones diferentes para las cuales se han calculado mediante la Caest una serie de medidas estadísticas:

Medidas	distribución 1: consumo energía doméstica 2007 (miles kwh)	distribución 2: precio m2 viviendas 2007 (euros/m2)
Mediana	13497	1652
Media	40979.98	1712.59
Varianza	30361071202.12	211702.7
Desviación Típica	174244.29	460.11
Coef. Variación	4.252	0.27
Coef. Asimetría	7.428	0.564
Coef. Curtósis	53.78	-0.116

a) En cada distribución, qué medida de tendencia central (media o mediana) sería más adecuada para resumir a la distribución. ¿Por qué?
b) Indica en qué distribución la media sería más representativa para resumir a la distribución. ¿Por qué? (1 punto)

2.- En un estudio de la concentración de la población de 2007 en los 60 municipios del AMV, ¿qué valor tomaría el índice de Gini en el caso hipotético de que los 1.69.1396 habitantes de la AMV residieran todos en la ciudad de Valencia y ninguno en el resto de municipios? Interpreta dicho valor y dibuja la correspondiente curva de Lorenz.(0,5 puntos)

3.-Conocemos que la media del consumo de energía doméstica de un municipio del Área metropolitana de Valencia es de 40,9 millones de KwH al año. Asimismo conocemos que la varianza de dicha información es de 30361. La población media de un municipio del AMV es de 28 (en miles de habitantes) así como su varianza es de 10228. La covarianza entre ambas informaciones es de 17603. Con esta información
a) Crear un modelo de comportamiento lineal de la población en función del consumo de energía doméstica
b) Estimar en base a ese modelo la población que tendrá un municipio cuyo consumo en energía doméstica sea de 15 millones de kwh al año
c) Calidad (bondad del ajuste) del modelo creado y valorar el modelo desde el punto de vista de las relaciones causa efecto (1,5 puntos)

$y = Consum.\ energía\ Millones\ KwHora\ año$

$x = pob.\ en\ miles$

$\bar{y} = 40,9 \quad \bar{x} = 28 \quad S_y^2 = 30361 \quad S_x^2 = 10228 \quad S_{y,x} = 17603$

$x = a + by$

$$b = \frac{S_{y,x}}{S_y^2} \frac{17603}{30361} = 0,57978$$

$\bar{x} = a + 0,57978\bar{y} \Rightarrow 28 = a + 0,57978 \cdot 40,9 \Rightarrow a = 28 - (23,713) = 4,287$

$\hat{x} = 4,287 + 0,57978x \quad para\ un\ municipio\ que\ consuma\ 15\ millones\ de\ kwh \rightarrow$

$sería \quad \hat{x} = 4,287 + 0,57978 \cdot 15 = 12,9837\ miles\ de\ hab$

$la\ calidad\ del\ ajuste\ será$

$$r_{y,x} = \frac{S_{y,x}}{\sqrt{S_y^2} \cdot \sqrt{S_x^2}} = \frac{17603}{\sqrt{30361} \cdot \sqrt{10228}} = \frac{17603}{17621,9} = 0,998$$

$R^2 = r_{y,x}^2 = 0,998^2 = 0,996$

Si bien la relación matemática hace al modelo muy bueno , la relación causa-efecto es a todas luces incoherente el hacer depender el número de habitantes del consumo , la relación sería claramente la contraria

4.-.-Si los precios en general eran en el año 1998 el 78,07 % de lo que lo eran en el año 2006. Y sabiendo que el precio de la vivienda (m. cuadrado) en aquel año (1998) era de 553,7(euros corrientes) para la provincia de Valencia. Calcular a que precio (m cuadrado) equivaldría en euros de año 2006 (constantes 2006) (0,5 puntos)

Precio a Euros Ctes de 2006 = (553,7/78,07)·100= 709 ,2 euros

5.- En una serie temporal trimestral de pernoctaciones, el Índice de Variación Estacional (IVE) del primer trimestre es 0,75, ¿cómo interpretarías ese resultado? (0,5 puntos)

6.-Los cocodrilos son menos agresivos de lo que la fama dice de ellos. Así, sólo el 5% de ellos disfrutan hincándole el diente al ser humano que se les cruce por delante. Existen tres razas de cocodrilos. Los Afables, que forman el 30% del total de cocodrilos, son los menos agresivos con los humanos, de hecho sólo el 1% de ellos disfrutan mordiéndoles Otra raza es la de los Bondadosos, suponen el 40% de los “coco”, pese a su nombre son bastante intransigentes con los humanos y el 3% de ellos se pirran por una buena pierna humana que morder. El resto de cocodrilos forman la raza “Criminal” que pese a su nombre no lo son tanto, tanto. Si un amigo nuestro paseando tranquilamente ve con horror como unas grandes mandíbulas cocodrilianas se agarran a su querida pierna .Calcular la probabilidad de que el cocodrilo agresor sea de la raza Criminal (1,5 puntos)

A priori:

P(raza A) = P(A) = 0,3 P(B)=0,4 y lógicamente P(C)=0,3
cocodrilo agresivo, muerde=M

P(cocodrilo agresivo, muerde)= P(M)= 0,05 además
P(M/A)= 0,01 y P(M/B)=0,03 se nos pregunta por:

$$P(C/M) = \frac{P(M/C) \cdot P(C)}{P(M)}$$ dado que :

$$P(M) = 0,05 = P(M/A) \cdot P(A) + P(M/B) \cdot P(B) + P(M/C) \cdot P(C)$$
$$0,05 = 0,01 \cdot 0,3 + 0,03 \cdot 0,4 + P(M/C) \cdot 0,3$$

$$P(M/C) = \frac{0,05 - 0,015}{0,3} = 0,11666$$ luego a posteriori

$$P(C/M) = \frac{P(M/C) \cdot P(C)}{P(M)} = \frac{0,1166 \cdot 0,3}{0,05} = 0,6996$$

7.-De las siguientes afirmaciones que se llevan a cabo en los siguientes apartados, establecer cuales son necesariamente ciertas (tautológicas), cuales necesariamente falsas (contradictorias) o cuales son simplemente posibles (contingentes). Justificando la respuesta. (0,25 cada apartado)

a) si P(A) =0,5 y B está incluido en A entonces necesariamente P(A/B) = 1

b) si se nos dice que x$\in$[0,1] y tiene de función de distribución F(x) = $x^2 - 0,1$, entonces necesariamente se nos está mintiendo. 0,5 puntos apartado

a) si P(A)=0,5 , si B incluido en A entonces A∩B = B luego

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$. Tautológica, necesariamente cierta

b) Cierto, se nos está mintiendo .Si F(x) = $x^2 - 0,1$ para x$\in$[0,1] entonces para F(x=1) =F(máximo valor) = 1 y el resultado es -0,1

8.- Si la media de vida útil que nos garantiza el fabricante de nuestro ordenador es de 4 años con varianza 1 año al cuadrado. Calcular una probabilidad mínima con la que nuestro ordenador durará entre 2 y 6 años. (1 punto)

$$\mu = 4 \quad \sigma^2 = 1 \rightarrow \sigma = 1$$

por Chesbyshev $P\left[|x - \mu| < h\sigma \right] \geq 1 - \frac{1}{h^2}$ *luego* $P\left[\mu - h\sigma < x < \mu + \sigma \right] \geq 1 - \frac{1}{h^2}$

$$P\left[2 < x < 6 \right] \geq ? \rightarrow P\left[4 - h\sigma < x < 4 + h\sigma \right] \geq 1 - \frac{1}{h^2} \rightarrow h\sigma = 2 \rightarrow h1 = 2 \rightarrow h = 2$$

$$P\left[2 < x < 6 \right] \geq 1 - \frac{1}{h^2} = 1 - \frac{1}{4} = 0,75$$

9-Una TV de plasma se vende con tornillos de sujeción en el interior de su embalaje. El número de éstos ha de ser de, por lo menos, dos para que el aparato esté adecuadamente servido. La máquina embaladora que coloca los tornillos lo hace con media dos en cada caja. Calcular la probabilidad de que una de estas TV tenga los tornillos suficientes (0,75 puntos)

$x = (número\ \ de\ \ tornillos\ coloca)$

$x \Rightarrow \wp(\lambda = 2) \quad P(adecuado, suficientes) = P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2) =$

$1 - [P(x=0) + P(x=1)] = 1 - \left[\frac{e^{-2} \cdot 2^0}{0!} + \frac{e^{-2} \cdot 2^1}{1!} \right] =$

$1 - [0,135 + 0,27] = 1 - 0,4 = 0,6$

10.-Una jácena (viga maestra) que fabricamos está compuesta por una subpieza metálica tipo A de longitud N[25; 2] cm. que se suelda sin solapamiento a otra subpieza tipo B con longitud N[20,2]cm .Ambas fabricadas independientemente. La soldadura supone la pérdida de material con longitud N[1 ,1] cm .La pieza(jácena) es correcta si su longitud es de 44 ± 2 cm. Se pide:

a) Probabilidad de fabricar jácenas correctas
b) Un envío está compuesto por 5 jácenas escogidas al azar de entre las fabricadas. Un envío es correcto si al menos cuatro jácenas tienen las medidas adecuadas. Calcular la probabilidad de realizar envíos de jácenas correctos. (1,5 puntos)

a) la longitud total de la pieza será :

$Lt \to N\left[25 + 20 - 1; \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^1}\right] = N[44; 3]$

P (correcta) =

$P(42 < Lt < 46) = P\left(\frac{42-44}{3} < t < \frac{46-44}{3}\right) =$

$P(-0,666 < t < 0,666) = 0,495 \approx 0,5$

b)

X= número de correctas de 5

$X \Rightarrow B(5; 0,5)$

$P(envíocorrecto) = P(x \geq 4) = P(x=4) + P(x=5) =$

$\binom{5}{4} 0,5^4 \cdot 0,5 + \binom{5}{5} 0,5^5 \cdot 0,5^0 = 0,156 + 0,03125 = 0,18725$

11.-En nuestra cartera de valores disponemos de 100 acciones de "Quiebrasa" de las que se ha estudiado que los dividendos anuales siguen una N[2 ; 0,5] euros . Calcular la probabilidad de que en dos años nos hayan rendido más de 470,71 euros. (0,75 puntos)

$Ra \Rightarrow N\left[100 \cdot 2; \sqrt{100^2 \cdot 0,5^2}\right] = N[200; 50]$

$R2a \Rightarrow N\left[200 + 200\ ; \sqrt{50^2 + 50^2}\right] = N[400; 70,71]$

RA

$P(R2a > 470,71) = P(t > t_1) = P(t > \frac{470,71 - 400}{707,1} \approx 1) =$

$= 1 - F(1) = 1 - 0,841 = 0,159$