Examen TODO 2003-2004 resuelto
ESTADÍSTICA grupos S y SS

***Apellidos* ………………………………………………………………..**
***Nombre* ………………………………………………. .Grupo (real) ……..**

1.-De las siguientes afirmaciones que se llevan a cabo en los siguientes apartados, establecer cuales son necesariamente ciertas (tautológicas), cuales necesariamente falsas (contradictorias) o cuales son simplemente posibles (contingentes). Justificando la respuesta.
1 punto (c=0,5 puntos; a y b =0,25 puntos)

a) si x es v. a. continua y, $x \in \left[0 \quad , \quad 6 \right]$ **con** $F(X) = \dfrac{X^2}{36}$ **entonces** $P(x \le 3) = 0{,}25$

$P(x \le 3) = F(3)) = \dfrac{3^2}{36} = 0{,}25 = 0{,}25$ luego cierta , tautológica

b) si P(A)=0,13 P(B)=0,43 y P(AUB)=0,4258 entonces A y B son independientes
solución P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A∩B) =0,4258=0,13+0,43-P(A∩B)
luego P(A∩B)=0,1342 distinto de P(A)·P(B) luego NO independientes. Necesariamente falso

c) si x es v. a. continua y, $x \in \left[0 \quad , \quad 8 \right]$ **con f(x)=x/32 entonces** $E\left[x^2 - 34 \right] = 30$

solución

$E\left[x^2 - 34 \right] = 2E\left[x^2 \right] - 34 =$ 2· 32-34=30 luego necesariamente cierto cierto

$$\alpha_2 = E\left[x^2 \right] = \int_0^8 x^2 f(x)dx = \int_0^8 \frac{x^3}{32} dx = \frac{1}{32}\left[\frac{x^4}{4} \right]_0^8 = \frac{1}{128} \cdot 4096 = 32$$

2.-Comprobar si son posibles las siguientes matrices de correlación. Justificarlo.
(0,5 puntos)

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} 25 & -40 \\ -40 & -36 \end{bmatrix} \quad \vec{W} = \begin{bmatrix} -1 & -0{,}16 \\ -0{,}16 & -1 \end{bmatrix} \quad \vec{U} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \vec{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

V - No, fuera del umbral del coeficiente; W – NO por negativo en diagonal principal; U- Si
Z – No, correlación X e Y superior a 1

3.-Dadas dos variables X e Y con de la que se tiene información conjunta referente a 50 individuos conocemos: (*2 puntos)*

media de X = 50 , $\sum_{j=1}^{50} y_j = 500$, $a_{2,0} = 2644$, $S_y^2 = 196$, $a_{1,1} = 600$

a) Calcular la recta de regresión Y/X
b) Establecer la bondad del ajuste.
c) Predecir el valor de Y conociendo que X es igual a 12.

Según datos media x = 50 , media de y = 500/50=10, varianza de x = $a_{2,0} - \overline{x}^2$ = 2644-2500=144

Varianza de y = 196 , covarianza = $a_{1,1} - \overline{x}\cdot\overline{y} = 600 - 10\cdot 50 = 100$

Recta Y/X Y=a+bX $b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{100}{144} = 0{,}694$

Dado que $\overline{Y} = a + b\overline{X}$ así 10 = a + 0,694 · 50 donde a = -24,72

Luego la recta quedará Y= -24,72 + 0,694 X

Bondad del ajuste si $r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{100}{12\cdot 14} = \frac{100}{168} = 0{,}595$ luego $R^2 = 0{,}3543$

Predicción para X =12 Y=-24,898+0,694·12 = -16,57

4.-El porcentaje de alumnos que asistió a clase de los que aprobaron fue del 86,6%. El porcentaje de alumnos que asisten regularmente a clase es del 65%, los que lo hacen alguna vez es del 14% y el resto no acuden nunca. El porcentaje de aprobados entre los que no acuden nunca a clase fue del 14,3%, y del 35,7% entre los que acudieron alguna vez. Calcular la probabilidad de que un amigo que se presentó al examen aprobase si desconocemos si asistió o no a clase *(1,5 puntos)*

---

solución
A=aprobar
P(acudido a clase sabiendo que ha aprobado)=P(S/A)=0,8666
S= acudir siempre a clase P(S)= 0,65
V= acunden a veces P(V)=0,14
N= no acuden nunca P(N)=0,21
Porcentaje de aprobados entre los que no asisten nunca .. P(A/N)=0,143
Porcentaje de aprobados entre los que asisten aveces… P(A/V)=0,357
¿P(A)

$$P(A) = P(A/S)\cdot P(S) + P(A/V)\cdot P(V) + P(A/N)P(N) = P(A/S)\cdot 0{,}65 + 0{,}357\cdot 0{,}14 + 0{,}143\cdot 0{,}21$$

$$P(S/A) = 0{,}86666 = \frac{P(A/S)\cdot P(S)}{P(A)} = \frac{P(A/S)\cdot 0{,}65}{0{,}60}$$ donde luego P(A/S)=0,8

$P(A/S)\cdot 0{,}65 + 0{,}08$=0,60=P(A)

5.- Una producto financiero está compuesto por 20 acciones tipo A y 30 del tipo o empresa B. Los gastos anuales para cada una de las acciones son una cantidad para todas que sigue una N [0,06 ;1] € . El rendimiento anual de las acciones A sigue una N[3,2] euros , por otro lado el rendimiento de las acciones B una N[4,1] euros . El período de vigencia del producto es de tres años. Calcular:
a) Probabilidad de que en el período de vigencia se hayan obtenido más de 564 euros de rendimiento
b) Probabilidad de que sea precisamente el tercer año de vigencia del producto el primero en el que se obtengan, más de 197 euros de rendimiento. ***(2,5 puntos)***

Solución
Rendimiento anual =R= 20 Rendimiento de A + 30 Rendimiento de B – 50 gastos de cada una
Rendimiento de A es N[3,2] y Rendimiento de B es N[4,1] por T.F.D. Normales (no es posible la desigualdad de rendimientos entre las acciones iguales , por tanto ;producto) Los gastos son iguales para cada una de las 50 acciones, luego 50 por el gasto de cada una

Luego R $\Rightarrow N\left[20\cdot 3+30\cdot 4-50\cdot 0{,}06;\sqrt{20^2\cdot 4+30^2\cdot 1+50^2\cdot 1}\right]=N[177;70{,}71]$

a) En período de vigencia el Rendimiento será RT= R+R+R luego.(posible desigualdad entre cada año, por tanto suma)

$$RT \Rightarrow N\left[177+177+177;\sqrt{70{,}71^2+70{,}71^2+70{,}71^2}\right]=N[531;122{,}47]$$

P(RT>564)= $P(t>t_1)=P(t>\frac{564-531}{122{,}47})=P(t>0{,}269)=1-F(0{,}269)=0{,}394$

b) primer éxito (más de 197 euros de rendimiento) en el tercer año .luego
X= número de pruebas para primer éxito. Luego $X\Rightarrow G(p)$
p=probabilidad de éxito =
p=P(R>197)= $P(t>t_1)=P(t>\frac{197-177}{70{,}71})=P(t>0{,}2828)=1-F(0{,}2828)=0{,}389$

$x\Rightarrow G(0{,}389)$ ¿ P(x=3)= $p\cdot(1-p)^{x-1}=0{,}389\cdot 0{,}611^2=0{,}145$

6.- El número medio de personas que entran en una alpargatería en una hora es de tres. El único empleado “necesita” tomarse un café cuando ha de atender a dos o más clientes por hora (parar su trabajo tras la hora de agobio). Si dicho empleado comienza a trabajar a las 10 y termina a las 14 horas. Calcular la probabilidad de que haya hecho tres “parones cafeteros” en su mañana laborar. ***(2 puntos)***
solución
P(tres parones de cuatro) = P(x=3)
X→B(4, p) donde p= probabilidad de agobio
Agobio = dos o más clientes Y= número de clientes en una hora
P(agobio)= $P(y\geq 2)$
$Y\Rightarrow \wp(3)$
$P(y\geq 2)=1-P(Y<2)=1-[P(y=0)+P(y=1)]$ =1-0,1926=0,8074

P(y=0)= $\frac{e^{-3}\cdot 3^{0}}{0!} = 0{,}049$ P(y=1)= $\frac{e^{-3}\cdot 3^{1}}{1!} = 0{,}14936$

Luego $x \Rightarrow B(4{,}0{,}8074)$

$$P(x=3) = \binom{4}{3} 0{,}8074^{3} \cdot 0{,}1926^{1} = 4 \cdot 0{,}52 \cdot 0{,}1926 = 0{,}40$$

7. Se analiza la población de un sistema de ciudades de la provincia de Castellón resultando un índice de Gini de 0,45. Este mismo análisis se realiza para la poblacion de un sistema-grupo de ciudades de la provincia de Valencia resultando, en este caso, el índice de Gini con valor 0,72. Comentar (brevemente) a que pueden ser debidas estas diferencias en los valores de los índices ***(0,5 puntos)***

El I. de Gini nos indica la mayor o menor concentración de la variable estudiada entre los individuos en este caso municipios-provincias.

Si el índice de Gini en la provincia de Valencia es mayor que el de la de Castellón y por tanto más próximo a 1, querrá decir que la población en Valencia está más concentrada en pocos municipios que la de Castellón