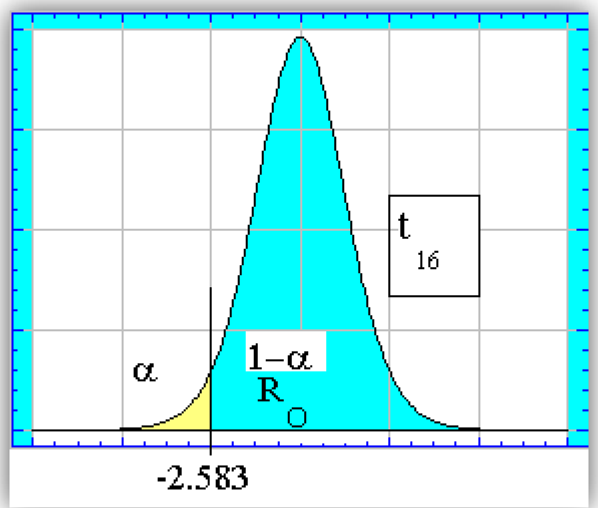
Ejercicios T.5 CONTRASTES PARAMÉTRICOS

1. Un fabricante de perfume asegura que los frascos que produce contienen por término medio 100 ml. distribuyéndose el contenido de dichos frascos según una distribución normal. Para corroborar la veracidad de lo expuesto realizamos un muestreo aleatorio a 17 frascos resultando de media 99 ml con desviación típica 2. Podemos confiar en lo que dice el fabricante si nos lo planteamos con nivel de significación del 1%.

Nos planteamos comprobar realmente si el fabricante produce frascos cuyo contenido sea inferior a 100, dado que si es mayor nadie se lo va a recriminar; así



Las condiciones (hipótesis de aplicación) son las siguientes: distribución de la población normal, varianza de la población desconocida, muestreo aleatorio simple;

el estadístico a aplicar será

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n-1} = \frac{99-100}{2}\sqrt{16} = -2$$

(ir a script de solución)

para un nivel de significación del 1% tendremos que

dado que $T \in R_0$ (no rechazo) NO rechazamos la hipótesis de que la media de contenido en el frasco es 100.

---

2. Un reciente estudio plantea que el porcentaje de fracaso escolar en la Universidad española es del 30% para contrastar dicha proporción realizamos un estudio a 1000 estudiantes elegidos al azar resultando que la tasa de fracaso resultó del 28 %. Podemos dar por válido el resultado del estudio anterior en base a lo obtenido en el nuestro si trabajamos con un nivel de significación del 5%.

La hipótesis a contrastar será

siendo el estadístico a utilizar :

$$T = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0,28 - 0,3}{\sqrt{\frac{0,3 \cdot 0,7}{1000}}} = -1,38$$

ir a script de solución

dado que trabajamos con α =0,05 tendremos que la región de No rechazo R_0 será [-1,96 ;1,96]
dado que $T \in R_0$ No podemos rechazar que el fracaso escolar en la universidad española sea del 30%

---

3. El 67 % de las empresas azulejeras tienen una plantilla de más de 25 empleados, mientras que de una muestra de 56 empresas en general (cualquier actividad) resultó que 42 eran las que tenían más de 25 empleados. Con esta información ¿cabe suponer que la proporción de empresas azulejeras con más de 25 empleados es distinta a la de las empresas en general si trabajamos con un nivel de significación del 5% ?.

La hipótesis a plantear será:

la proporción muestral será

$$\hat{p} = \frac{42}{56} = 0,75$$

el estadístico será

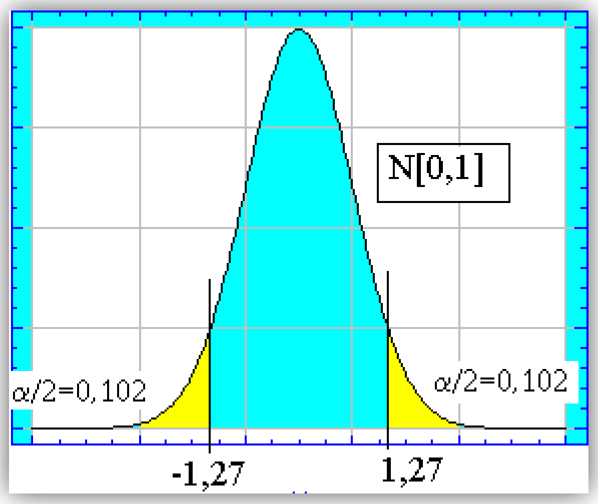
$$T = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0,75 - 0,67}{\sqrt{\frac{0,67 \cdot 0,33}{1000}}} = 1,27$$

dado que trabajamos con un nivel de significación del 5%, la región de no rechazo R_0 será [-1,96 ;1,96]

dado que $T \in R_0$ No rechazamos la hipótesis nula .

---

4. En el ejemplo anterior ¿desde que valor del nivel de significación (hacia abajo) empezaríamos a no rechazar la hipótesis planteada?



En el ejercicio anterior el valor del estadístico era 1,27 y hemos visto que "caía" en la zona de No rechazo con alfa=0,05 para que se encontrara en la zona de rechazo el nivel de significación debiera ser 2 veces la probabilidad de superar dicho valor es decir 2 veces 0,102. Si el nivel de significación fuera menor a dicho valor α =0,204 luego cada "cola" 0,102 el estadístico T=1,27 empieza a "caer" en la zona de no rechazo.

---

5. En una muestra de 680 tiendas de ropa se observo un ratio de actividad que resultó con media 104 y desviación típica 28,79. ¿Podemos afirmar que el índice o ratio de actividad es similar al estandarizado para toda la población de comercios que se situó en 100, si trabajamos con nivel de confianza del 99%?

Evidentemente el contraste se especificará:

con la información que poseemos n=680 (grande) ; S=28,79 y el estadístico aunque la población no sea normal ni conocida la varianza , dado que la muestra es grande será:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \rightarrow \text{tomando S como } \sigma \rightarrow T = \frac{104 - 100}{\frac{28{,}79}{\sqrt{680}}} = 3{,}62$$

dado que T se distribuye como una N[0,1] y trabajamos con nivel de significación 0,01 la región de aceptación será

$$R_0 \rightarrow [-2{,}576 ; 2{,}576]$$

dado que T no pertenece al intervalo . Rechazamos la hipótesis de que el ratio de actividad en las tiendas de ropa tiene la misma media que el estandarizado.

---

6. En una determinada asignatura la proporción de aprobados del grupo A con 110 alumnos fue del 50% mientras que en el grupo B con 80 alumnos dicha proporción fue del 55% ¿Podemos establecer que hay diferencias significativas entre las proporciones de aprobados de ambos grupos si trabajamos con un nivel de significación del 5%?

La hipótesis a contrastar será la de que la proporción es la misma para ambos grupos, así:

se trata, por tanto de un contraste de igualdad de proporciones en la que las muestrales son

siendo los tamaños muestrales

el estadístico será

$$T = \frac{\hat{p}_a - \hat{p}_b - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_a \cdot \hat{q}_a}{n_a} + \frac{\hat{p}_b \cdot \hat{q}_b}{n_b}}} =$$

$$T = \frac{0{,}5 - 0{,}55 - 0}{\sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{100} + \frac{0{,}55 \cdot 0{,}45}{80}}} = -0{,}66$$

siendo el nivel de significación del 0,05 la región de no rechazo será por tabla de la normal igual a

$$R_0 \rightarrow [-1{,}96;1{,}96]$$

dado que -0,66 pertenece a dicha región;

No rechazamos la hipótesis de que la proporción de aprobados es igual en ambos grupos.

---

7. La longitud de una pieza se distribuye según una normal de desviación típica 1,2 m. Hemos elegido 9 piezas resultando que la longitud media de las 9 fue de 8,6 m. ¿Podemos decir a nuestros clientes que la piezas que fabricamos miden más de 9m por término medio si trabajamos con un nivel de significación del 5%?

Hemos de estar seguros (con cierta probabilidad de equivocarnos) que las piezas que fabricamos miden más de 9 m. El contraste podría plantearse en 3 términos o maneras:

A.

Sea cual fuere la decisión en este contraste no podríamos asegurar si las piezas son o no mayores de 9

B.

En el caso de No rechazar, rechazaríamos que la longitud media es menor que 9 sin poder afirmar que es mayor que 9.

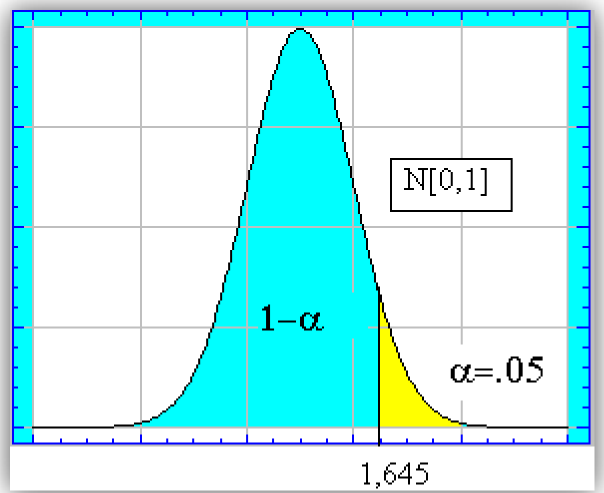
En el caso de rechazar, aceptaríamos que la longitud es menor que 9.

En definitiva sólo una decisión de las dos nos aclara lo que deseamos conocer.

C.

En este caso el no rechazar implica rechazar que la longitud es superior a 9, lo que supone una información clave, y el posible hecho de rechazar la hipótesis nula equivaldría a aceptar que la longitud (aceptar) es superior a 9. En este planteamiento las dos posibles soluciones nos informan sobre si fabricamos piezas de longitud superior a 9 o no.

De esta manera es este último planteamiento el que debemos realizar:



El estadístico; dado que la población es normal y de varianza conocida será:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \rightarrow T = \frac{8,6 - 9}{\frac{1,2}{\sqrt{9}}} = -1$$

dado que el nivel de significación es 0,05 y el contraste es de una sola cola

(zona de rechazo en parte positiva de la N[0,1])

El valor del estadístico T=-1 se encuentra claramente en la región de No rechazo, luego no podemos rechazar que la media de la longitud sea menor o igual a 9; rechazando claramente que sea superior a 9, por lo que no podemos decir a nuestros clientes que fabricamos piezas con longitud media superior a 9.

8. Partiendo de una muestra de 29 zonas de estudio se obtuvo un coeficiente de correlación igual a 0,16 entre el número de altas del IAE y las altas en contribución urbana. Operando con nivel de significación del 10%; ¿Podemos decir que se trata de impuestos (conceptos) que están incorrelados?

se trata de un contraste de incorrelación así:

para lo que utilizamos el estadístico relacionado con la F de Snedecor o bien el de la t de Student ,
lo haremos de ambas maneras empezando por la F ; así el estadístico será:

$$F = \frac{r^2}{1-r^2}(n-1) \rightarrow \frac{0{,}16^2}{1-0{,}16^2}(29-2) = 0{,}709$$

que se distribuirá como una cuyo valor según tabla será 2,901
dado que el estadístico F<2,901.
No rechazamos la hipótesis de incorrelación entre ambos tipos de altas.

Realizando el contraste por el estadístico relacionado con la t de Student tendremos:

$$T = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}}\sqrt{n-2} \rightarrow \frac{0{,}16}{\sqrt{1-0{,}16^2}}\sqrt{29-2} = 0{,}8422$$

dado que el estadístico sigue una t de Student con n-2 gl. la región de no rechazo para un nivel de significación del 10% será [-1,703 ;1,703] dado que 0,8422 se encuentra en esta región; no rechazamos, tampoco (como era lógico) que estén incorreladas.

---

9. Considerando un lote de 1000 unidades se toma de él una muestra de 180 unidades, encontrándose 14 defectuosas. ¿Con qué probabilidad hay que rechazar que en un lote hay menos de 60 unidades defectuosas?

Tomando el contraste en términos de porcentajes sería:

dado que p_0=60/1000=0,06

tendremos:

dado que —

y que el estadístico es

$$T=\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0q_0}{n}}}=\frac{0{,}233-0{,}06}{\sqrt{\dfrac{0{,}06\bullet 0{,}94}{1000}}}=-23{,}03$$

con este valor tan alto aunque negativo es fácil constatar que siempre caerá en zona de rechazo luego con cualquier probabilidad (nivel de significación) habitual, rechazaríamos la hipótesis (salvo cero o un valor muy, muy próximo y prácticamente incalculable.

---

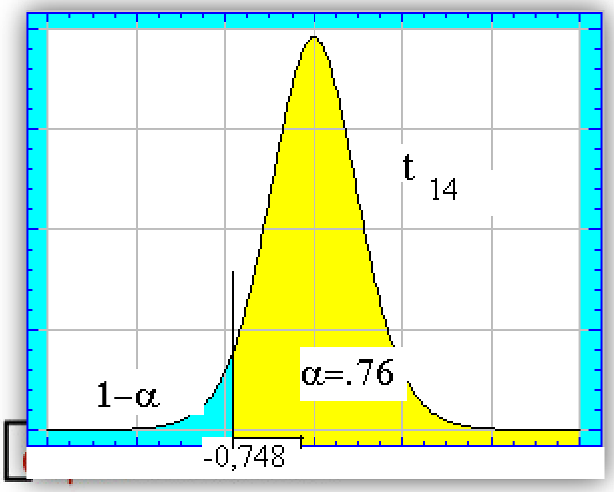
10. La multinacional JU S.A. quiere comprar acciones de nuestra empresa para ello se ha establecido el criterio de que si la media de las ventas medias diarias anuales que realizamos son superiores a 1000 euros comprarán las acciones e, en caso contrario no. No disponemos más que de la información de 15 días sin especificar y que consideramos aleatorios cuya media resulta 999 euros con desviación típica 5. Por estudios anteriores fiables conocemos que las ventas anuales siguen una normal. Desde que nivel de significación hacia abajo podemos plantear que las acciones nos serán compradas.

Ventas siguen una N[μ ;σ] Venderemos si la media es superior a 1000 luego:

para realmente estar seguros de que la media será superior a 1000.
Dado que la población es normal y de desviación típica desconocida utilizaremos el estadístico:

$$T=\frac{\bar{x}-\mu}{s}\sqrt{n-1}=\frac{999-1000}{5}\sqrt{14}=-0{,}74833$$

ir a script de solución



dicho estadístico sigue una

ir a tabla de la t de sudent

Dado que se trata de un contraste de una cola (Región de rechazo a la derecha; parte positiva de la t de student)
el valor -0,74833 pertenezará a la

zona de no rechazo incluso con un nivel de significación de 0.76 ;algo evidentemente inadecuado.