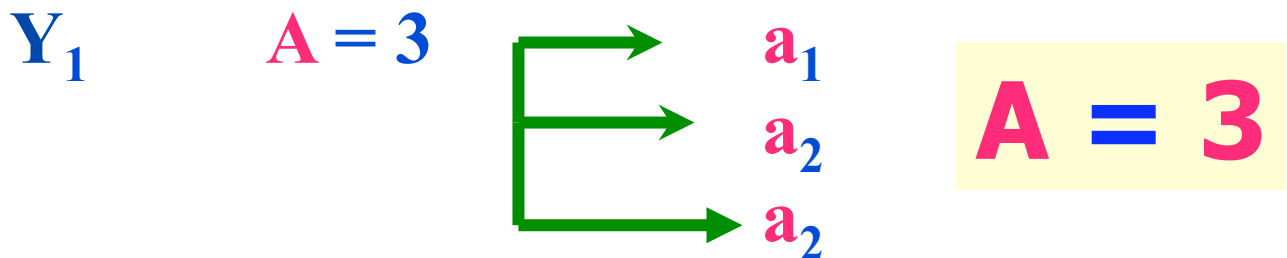
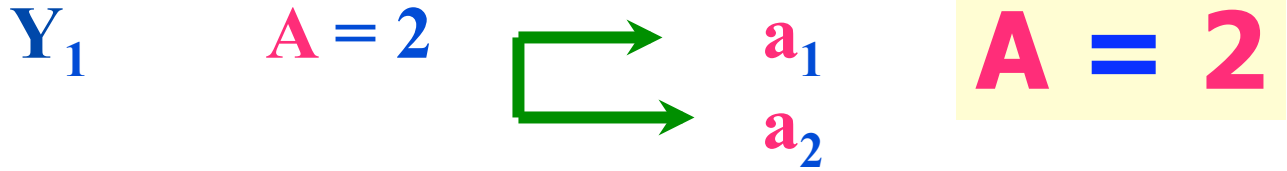


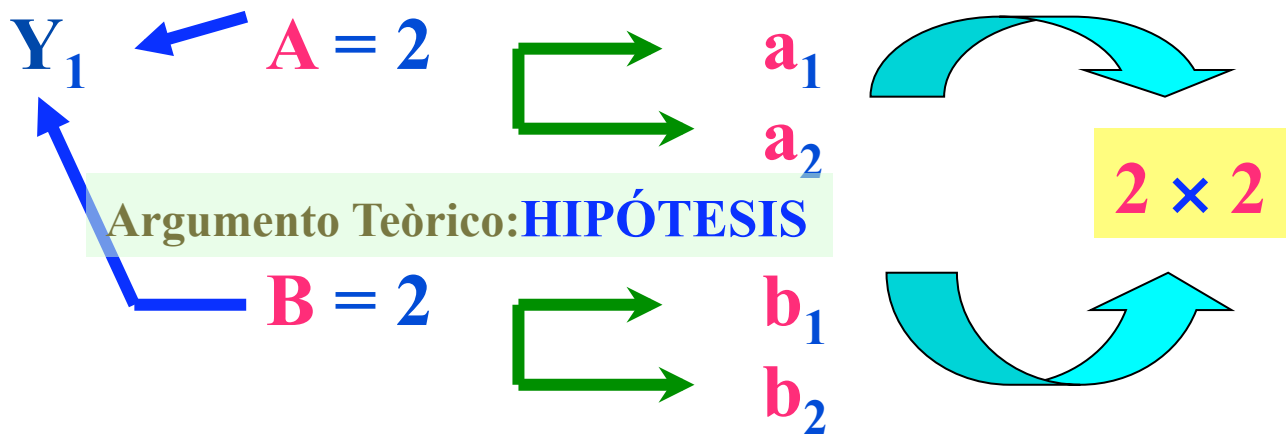
Tema 9

ANÁLISIS DEL EFECTO DE INTERACCIÓN EN UN DISEÑO FACTORIAL

DISEÑO EXPERIMENTAL

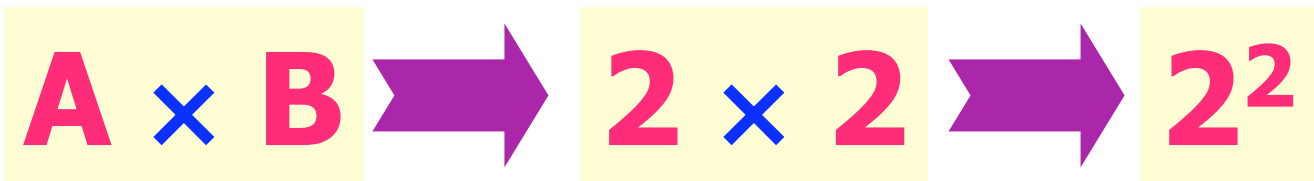


Diseño Unifactorial Univariado



Diseño Factorial Univariado

$$A \times B$$



4 Condiciones experimentales

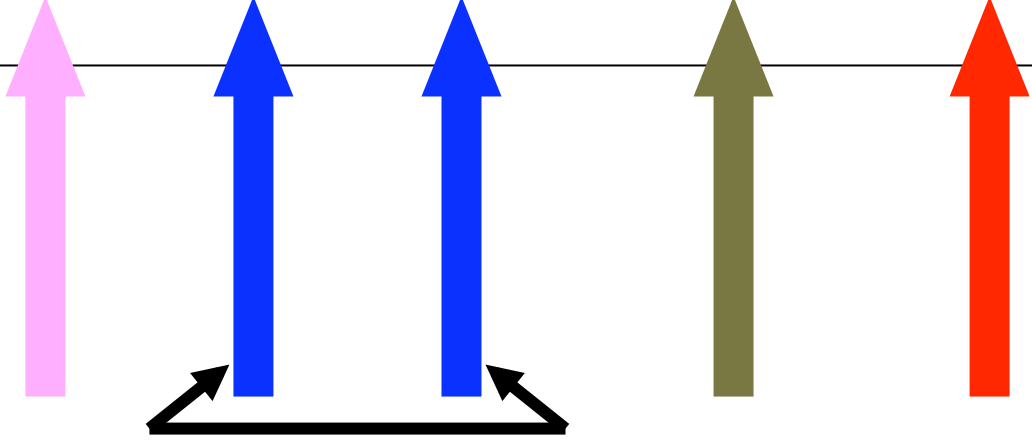
B

		<i>b1</i>	<i>b2</i>
A	<i>a1</i>	<i>a1b1</i>	<i>a1b2</i>
	<i>a2</i>	<i>a2b1</i>	<i>a2b2</i>

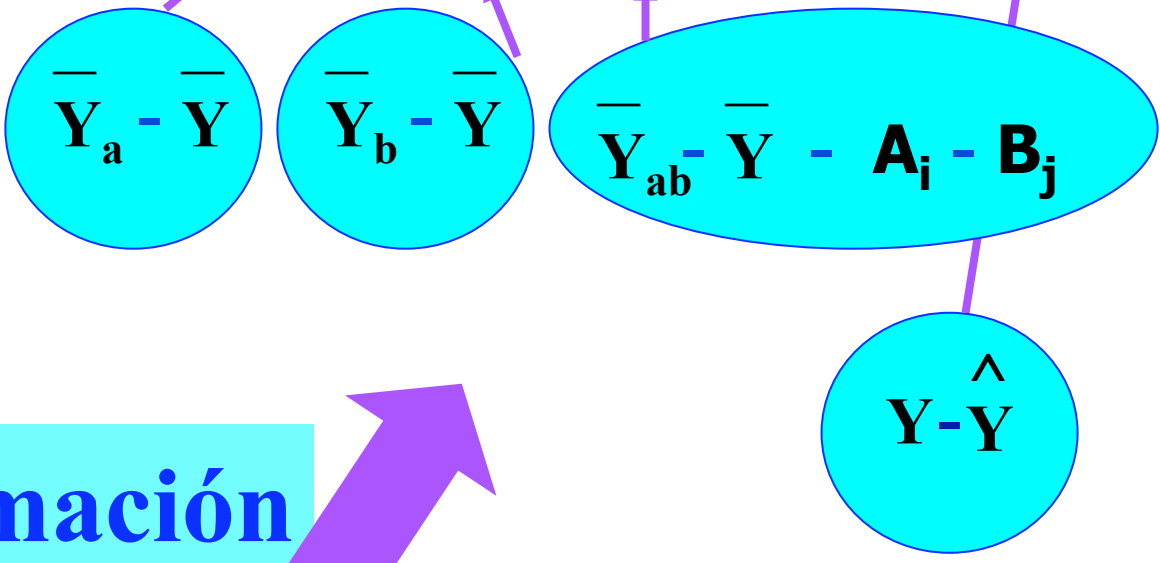
Ecuación estructural: ↓

$$Y = \bar{Y} + A + B + AB + E$$

$$Y = \bar{Y} + A + B + AB + E \quad (S/A \times B)$$



Media general
Efectos principales
Efecto de interacción
Error



Estimación de efectos:

$$Y = \bar{Y} + A + B + AB + E$$



$$Y - \hat{Y}$$

Error (residual)

Estimar el error o residual del modelo restringido

Estimar el error o residual del modelo completo

$$Y = \bar{Y} + A + B + AB + E$$

Completar en el portafolios el modelo factorial completo $A \times B$



$$Y = \bar{Y} + A + B + AB + E$$

Argumento Teòrico:HIPÓTESIS

Modelo **NO** Aditivo de los efectos principales

Modelo **Aditivo** de los efectos principales

Argumento Teòrico:HIPÓTESIS

~~AB~~

$$Y = \bar{Y} + A + B + E$$

$$Y = \bar{Y} + A + B + E$$



$$Y - \hat{Y}$$

Error (residual)

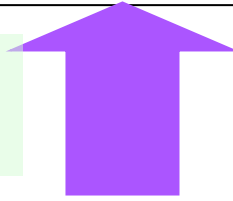
Estimar el error o residual del modelo restringido

Estimar el error o residual del modelo completo

$$Y = \bar{Y} + A + B + AB + E$$

Argumento

Teòric: **HIPÓTESIS**



Modelo NO Aditivo de los efectos principales

Hipótesis

La memoria está relacionada con la motivación y el estrés



El recuerdo se relaciona de manera directa y positiva con la motivación y directa pero negativa con el estrés

B Motivación

A
Estrés

	<i>b1</i> Baja	<i>b2</i> Alta
<i>a1</i> Bajo		
<i>a2</i> Alto		



**Realizar la representación
gráfica de la hipótesis
planteada por el investigador**

datos

Matriz de resultados

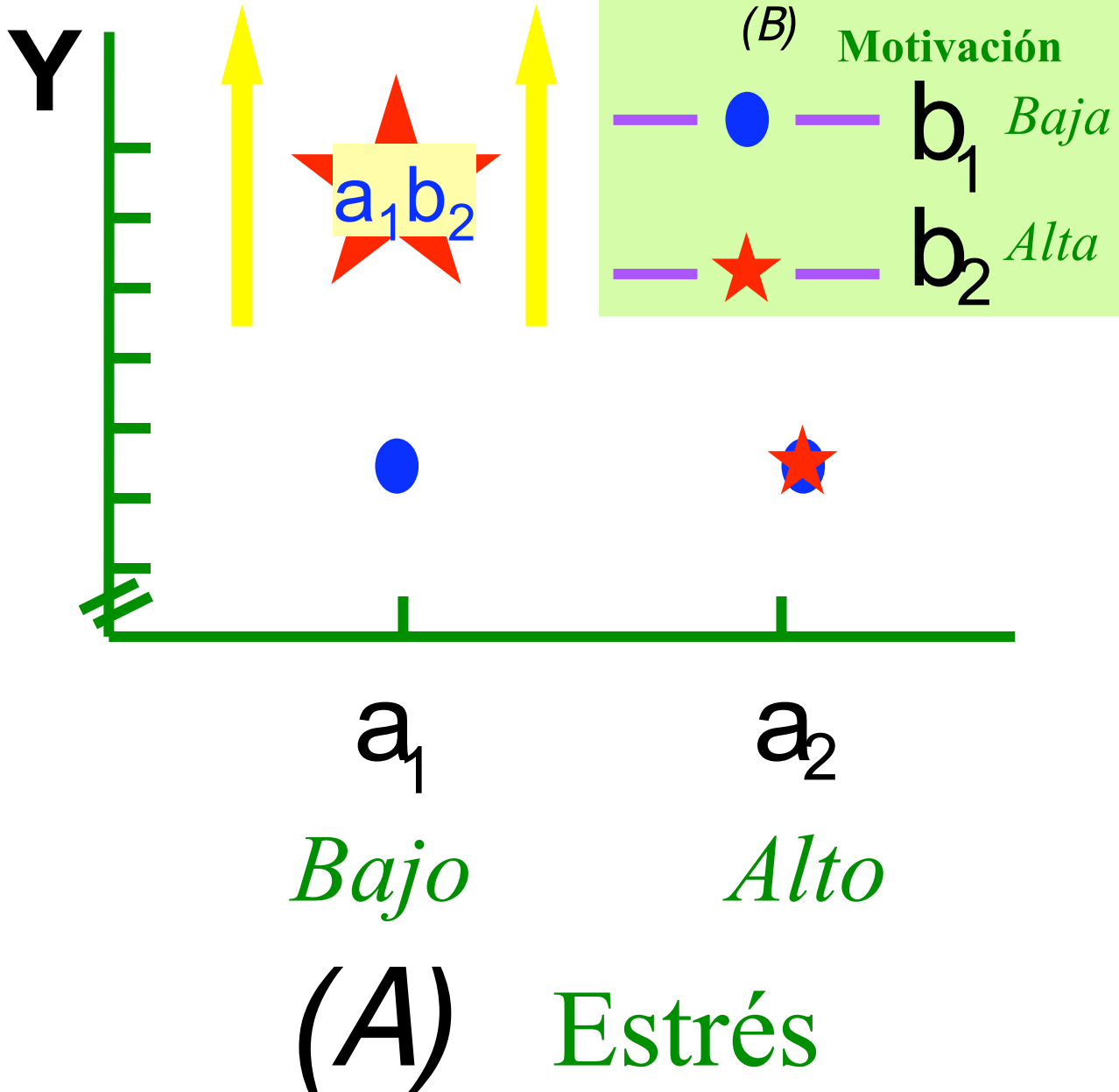
B Motivación

A Estrés

	<i>b1</i> Baja	<i>b2</i> Alta
<i>a1</i> Bajo	9, 3	29, 31
<i>a2</i> Alto	12, 8	15, 13

Experimento: representación gráfica de la hipótesis

Memoria



Datos y Medias

Matriz de Resultados

		B		
		<i>b</i> 1	<i>b</i> 2	
A	<i>a</i> 1	9, 3	29, 31	$\bar{Y}_{a.}$
	$\bar{Y}_{a1b.}$	6	30	18
	<i>a</i> 2	12, 8	15, 13	
	$\bar{Y}_{a2b.}$	10	14	12
	$\bar{Y}_{b.}$	8	22	$\bar{Y} = 15$

Grados de Libertad

$$\text{totales} \equiv gl_T = N - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$\text{entre grupos } gl_A = a - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\text{entre grupos } gl_B = b - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\text{Interacción } gl_{AB} = gl_A \cdot gl_B = 1 \cdot 1 = 1$$

$$\text{intra grupos } gl_{\text{Error}} = N - ab = 8 - 4 = 4$$

TABLA DE EFECTOS

	β_1	β_2	
α_1	$\alpha_1\beta_1$ -5		3
α_2			
	-7		15



Desarrollar la
estimación de efectos

TABLA DE EFECTOS

	β_1	β_2	
α_1	$\alpha_1\beta_1$ -5	$\alpha_1\beta_2$ 5	3
α_2	$\alpha_2\beta_1$ 5	$\alpha_2\beta_2$ -5	-3
	-7	-7	15

Ecuación estructural

<i>ab</i>	Y	\bar{Y}	y	A	B	AB	\hat{Y}	E
a_1b_1	9	15	-6	3	-7	-5	6	3
a_1b_1	3	15	-12	3	-7	-5	6	-3
a_1b_2	29	15	14	3	7	5	30	-1
a_1b_2	31	15	16	3	7	5	30	1
a_2b_1	12	15	-3	-3	-7	5	10	2
a_2b_1	8	15	-7	-3	-7	5	10	-2
a_2b_2	15	15	0	-3	7	-5	14	1
a_2b_2	13	15	-2	-3	7	-5	14	-1
SC	2494	1800	576	72	392	200	2464	30
gl	8	1	7	1	1	1	4	4
MC				72	392	200		7.5
			TOTAL	FACTORES				ERROR

Ecuación estructural

<i>ab</i>	Y	\bar{Y}	A	B	AB	\hat{Y}	E
a_1b_1	9	15	3	-7	-5	6	3
a_1b_1	3	15	3	-7	-5	6	-3
a_1b_2	29	15	3	7	5	30	-1
a_1b_2	31	15	3	7	5	30	1
a_2b_1	12	15	3	-7	-5	10	2
a_2b_1	8	15	3	-7	-5	10	-2
a_2b_2	15	15	3	7	5	14	1
a_2b_2	13	15	-3	7	-5	14	-1
MC			72	392	200		7.5
		TOTAL	FACTORES				ERROR

Y=M + EFECTOS DEL MODELO

ERROR=

$$Y - \hat{Y}$$

RECORDAR

Análisis de la varianza

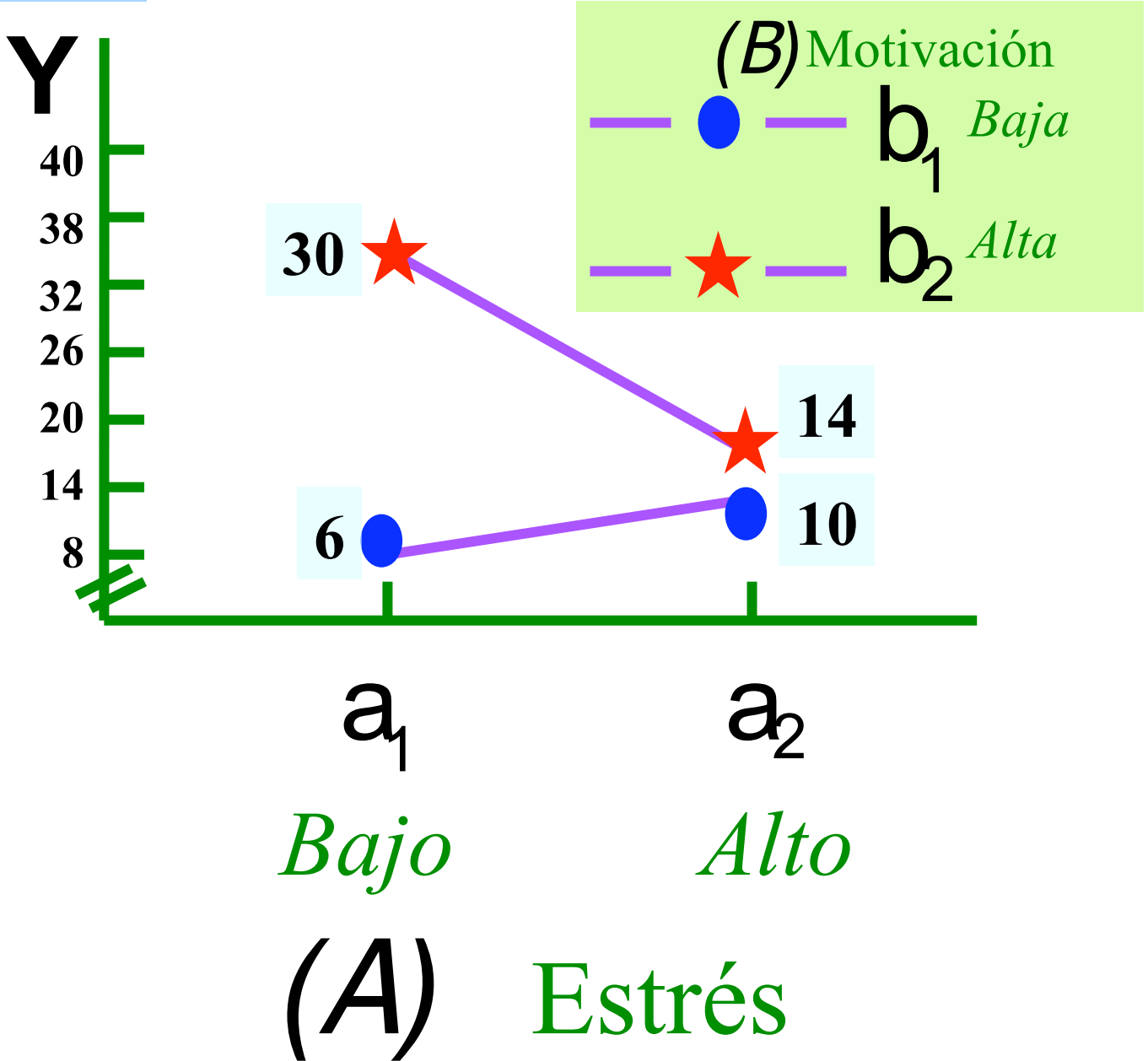
ANOVA factorial 2×2

<i>Fuentes</i>	<i>SC</i>	<i>gl</i>	<i>MC</i>	<i>Razón F</i>	<i>p</i>	$\hat{\eta}_A^2$
A	72	1	72	9.600	<0.050	0.104
B	392	1	392	52.267	<0.050	0.565
AB	200	1	200	26.667	<0.050	0.288
Error	30	4	7.5			
Total	694	7				

$$F_{tablas} (1, 4, 0.05) = 7.709$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS RESULTADOS

Memoria



¿Qué diferencia de medias de interacción es estadísticamente significativa?

\bar{Y}	Grupo	6	30	10	14
		a_1b_1	a_1b_2	a_2b_1	a_2b_2
6	a_1b_1	0			
30	a_1b_2	24	0		
10	a_2b_1	4	20	0	
14	a_2b_2	8	16	4	0

Procedimiento DHS de Tukey

Rango Crítico

$$\left| \bar{Y}_g - \bar{Y}_h \right| \geq \frac{q(\alpha, ab, gl_{Error})}{\sqrt{2}} \sqrt{MC_{Error} \sum_{j=1}^{ab} \frac{C_{ji}^2}{n_{ji}}}$$

$$\geq \frac{q(0.005, 4, 4)}{\sqrt{2}} \sqrt{7.5 \left(\frac{1^2}{2} + \frac{-1^2}{2} + \frac{0^2}{2} + \frac{0^2}{2} \right)}$$



$$\frac{5.757}{\sqrt{2}} \sqrt{7.5 \cdot 1} = 11.148$$

¿Qué diferencia de medias de interacción es estadísticamente significativa?

\bar{Y}	Grupo	6	30	10	14
		a_1b_1	a_1b_2	a_2b_1	a_2b_2
6	a_1b_1	0			
30	a_1b_2	24 <i>p < 0.05</i>	0		
10	a_2b_1	4 <i>p > 0.05</i>	20 <i>p < 0.05</i>	0	
14	a_2b_2	8 <i>p > 0.05</i>	16 <i>p < 0.05</i>	4 <i>p > 0.05</i>	0

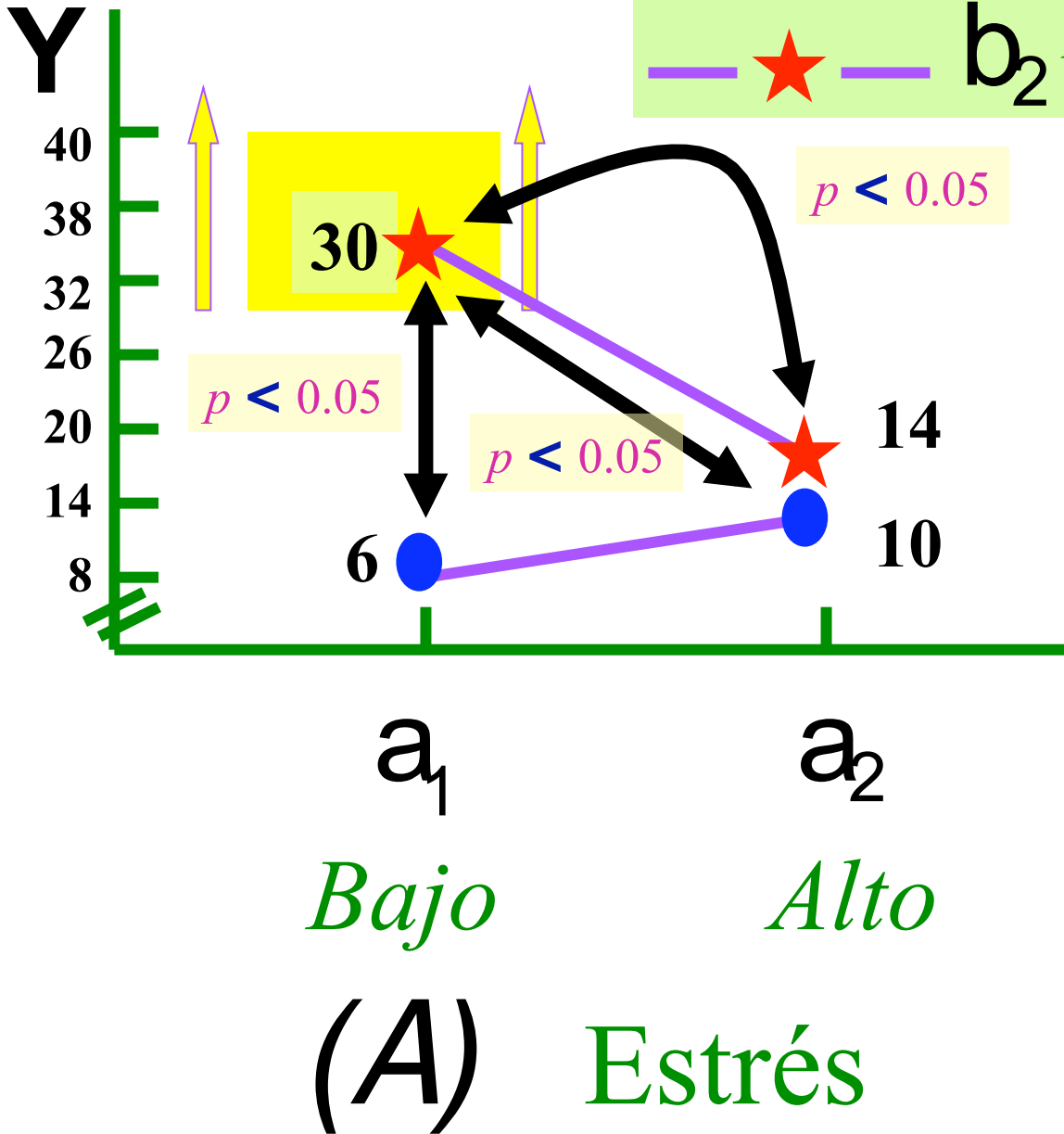
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS RESULTADOS

Memoria

(B) Motivación

— ● — b_1 Baja

— ★ — b_2 Alta

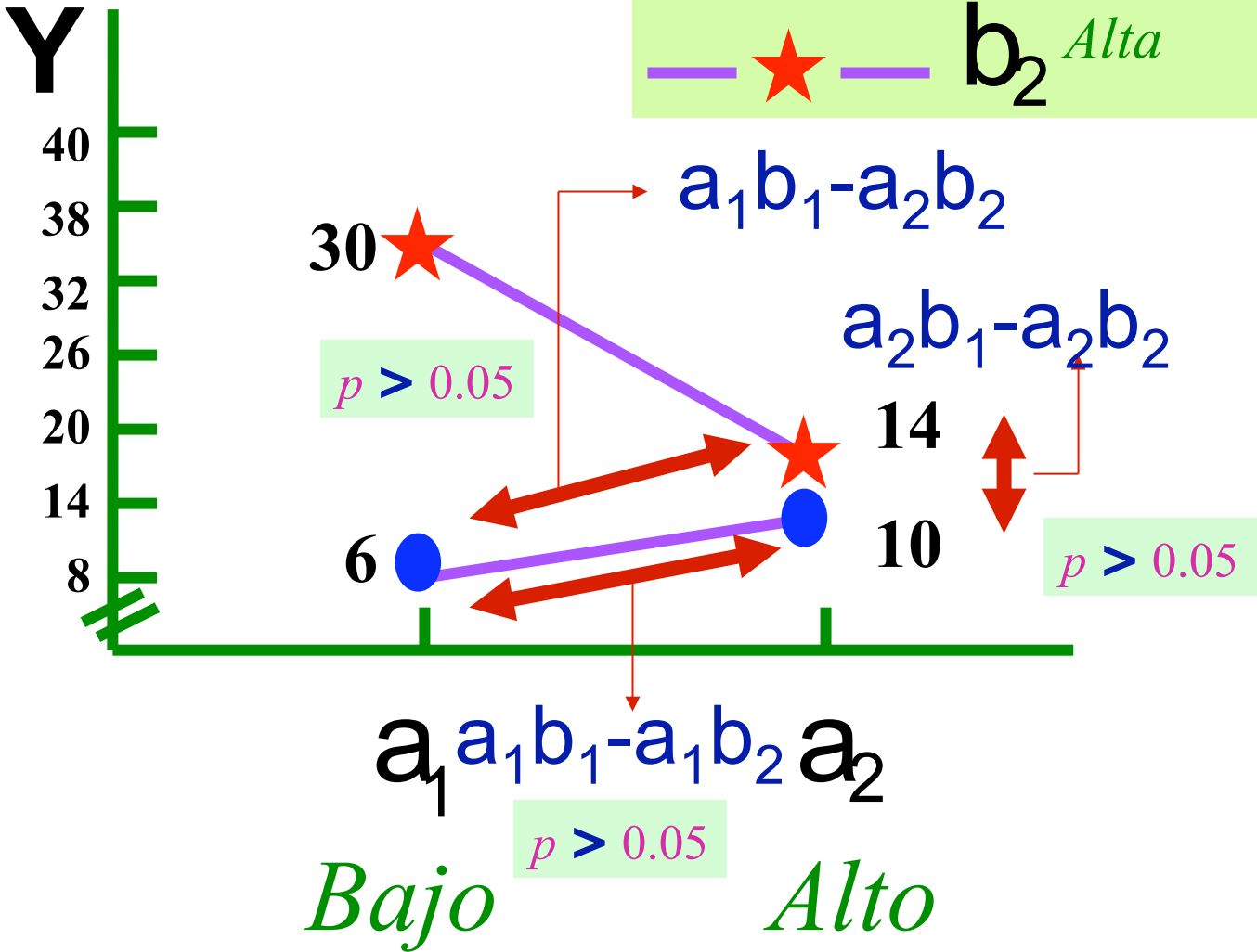


REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS RESULTADOS

Memoria

(B) Motivación

- b_1 Baja
- b_2 Alta



(A) Estrés

¿QUÉ ES UN EFECTO DE INTERACCIÓN?

Cuando en un diseño factorial el efecto de una variable independiente (A) sobre la variable dependiente (Y) NO es el mismo en todos los niveles de la otra variable independiente (B) entonces existe un **efecto de interacción**



EL EFECTO DE UNA VARIABLE INDEPENDIENTE DEPENDE DEL NIVEL DE LA OTRA VARIABLE INDEPENDIENTE

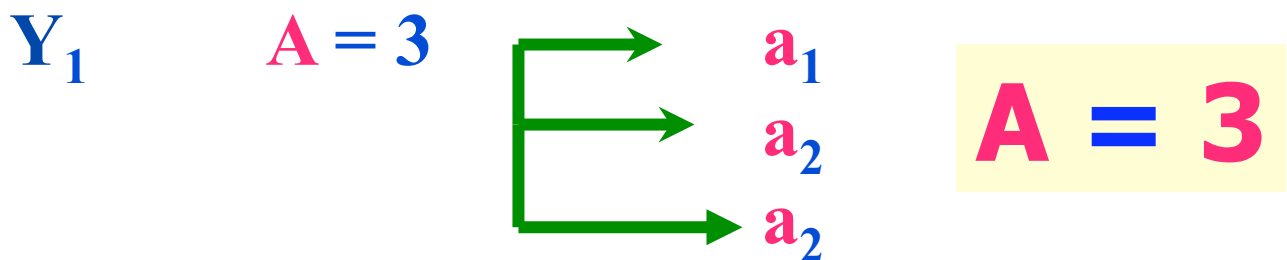
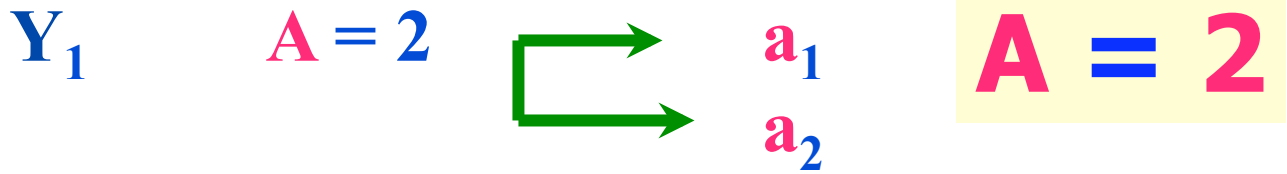
<http://courses.washington.edu/smartpsy/interactions.htm>

		Practice	
		Once	Five Times
Stress	Low		
	High		

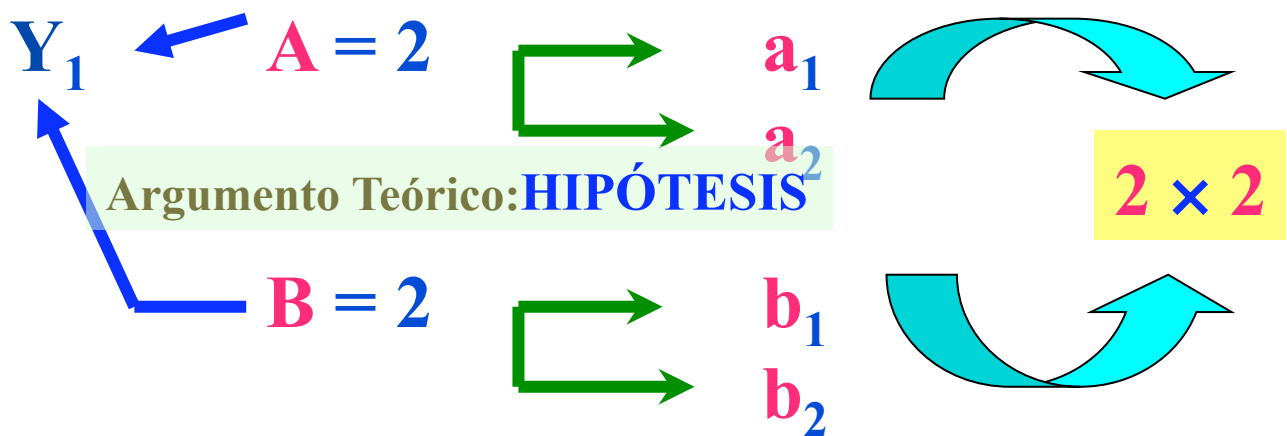
Mean Number of Words Recalled by Group

		Practice		
		Once	Five Times	
Stress	Low	8	24	16
	High	4	6	5
		6	15	10.5

DISEÑO EXPERIMENTAL



Diseño Unifactorial Univariado



Diseño Factorial Univariado

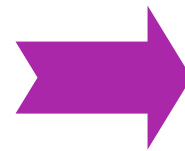
$$A \times B$$

DISEÑO EXPERIMENTAL

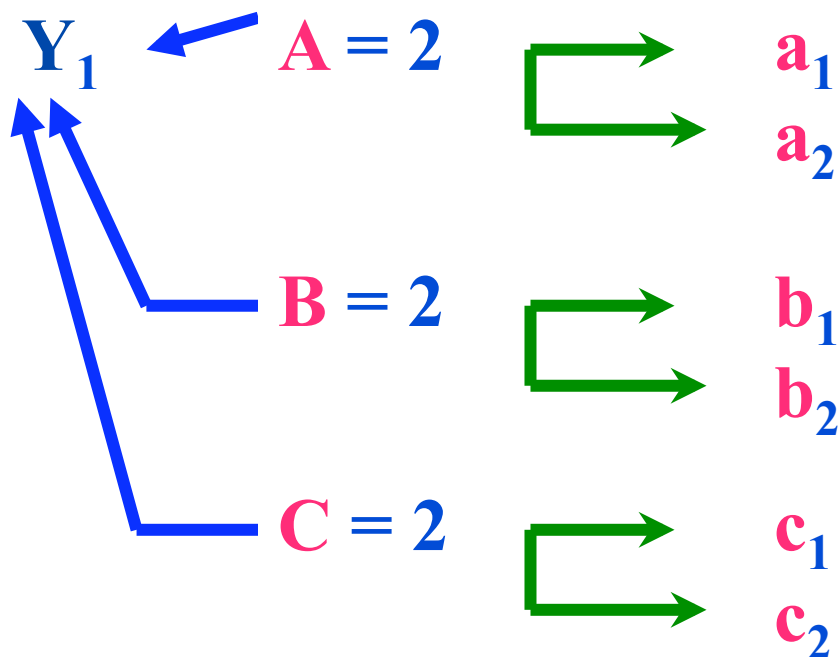
Diseño Factorial Univariado

A × B × C

2 × 2 × 2



2³



$$Y = \bar{Y} + A + B + AB + E$$

Argumento Teòrico:HIPÓTESIS

Modelo **NO** Aditivo de los efectos principales

Modelo **Aditivo** de los efectos principales

Argumento Teòrico:HIPÓTESIS

~~AB~~

$$Y = \bar{Y} + A + B + E$$

Model **A**ditivo de los efectos principales

Argumento Teórico: **HIPÓTESIS**

$$Y = \bar{Y} + A + B + E$$

$p > 0.05$

~~AB~~

Análisis de la varianza

ANOVA factorial 2×2 en el modelo *aditivo*

<i>Fuentes</i>	<i>SC</i>	<i>gl</i>	<i>MC</i>	<i>Razón F</i>	<i>p</i>	$\hat{\eta}_A^2$
A	72	1	72	1.565	>0.050	0.104
B	392	1	392	8.522	<0.050	0.565
Error	230	5	56			
Total	694	7				

$$F_{\text{tablas}}(1, 5, 0.05) = 6.608$$

EXERCICIS: *Dissenys Factorials*

1. Un investigador está estudiando los efectos del uso de programas de ordenador y vídeo para el aprendizaje de las Matemáticas. 8 sujetos son asignados aleatoriamente a una de las cuatro condiciones experimentales: (A) tecnología (a_1 ordenador, a_2 vídeo) y (B) temática (b_1 geometría, b_2 ecuaciones) y evalúa el nivel de aprendizaje en cada una de las cuatro situaciones experimentales. Calcule la suma de cuadrados total sabiendo que los resultados obtenidos son los siguientes:

	$a_1 \rightarrow$ Ordenador	$a_2 \rightarrow$ Vídeo
b_1 <i>Geometría</i>	26 24	33 37
b_2 <i>Ecuaciones</i>	14 16	6 4

2. Aplique el modelo estructural.

3. Calcule las sumas de cuadrados correspondientes a las fuentes de variación.

EXERCICIS:

Dissenys Factorials

4. Aplique el análisis de la varianza.

Una vez determinado el valor de las sumas de cuadrados podemos aplicar la prueba de hipótesis (aceptamos un nivel de *Error de Tipo I* de 0.05)

5. Interprete los resultados.

6. Supongamos que hubiese planteado el investigador un contraste específico considerando que cuando el *tema* a aprender es la *Geometría* (b_1) si la *técnica* instruccional es el *vídeo* se observa un aumento del aprendizaje ($\bar{U}_{a_1b_1} = 25$ vs. $\bar{U}_{a_2b_1} = 35$). Probemos si la diferencia entre estas dos condiciones experimentales es producto del azar o podemos atribuirlo al efecto de los tratamientos.

7. Supongamos que el investigador considera un segundo contraste (ψ_2), para comprobar el efecto de la *temática* de las *Ecuaciones* cuando la *técnica* instruccional es el *ordenador* y un tercer contraste para comprobar el uso del *vídeo* cuando la temática son las *Ecuaciones* (ψ_3). Determine la suma de cuadrados correspondiente a cada contraste.

EXERCICIS: *Dissenys Factorials*

8. Aplique el análisis de la varianza para las dos hipótesis específicas.
9. En el ejemplo que se ha desarrollado, la hipótesis nula se ha rechazado en los tres contrastes efectuados después de rechazar la hipótesis nula inicial. Cuál es la probabilidad de *Error de Tipo I* asumida (*alfa* por comparación = 0.05) al realizar los tres contrastes?
10. Un investigador está estudiando la eficacia de tres tipos de tratamientos para reducir problemas de sobrepeso. Con la finalidad de determinar si existe un efecto de interacción entre estas terapias selecciona 16 sujetos con problemas de sobrepeso y aplica a cada dos una combinación de los tres tratamientos. Desarrolle la ecuación estructural del modelo si después de dos meses de aplicación el sobrepeso de cada sujeto (expresado en kilos) fue el siguiente:

EXERCICIS:

Dissenys Factorials

	<i>Droga No a1</i>		<i>Droga Si a2</i>	
	<i>Biofeedback b1</i>	<i>No Biofeedback Si b2</i>	<i>Biofeedback b1</i>	<i>No Biofeedback Si b2</i>
<i>Sugestió c1</i>	19	13	15	27
<i>Aversió c2</i>	21	11	13	25
	9	31	33	15
	7	33	35	13

11. Aplique el análisis de la varianza

12. ¿Qué terapia o combinación de terapias es más eficaz para reducir el sobrepeso de los pacientes?

EXERCICIS:

Dissenys Factorials

13. Un equipo de psicólogos clínicos está comprobando si la terapia de Desensibilización Sistemática ofrece resultados menos rápidos que la de Implosión para reducir el miedo a los ascensores. En los historiales clínicos parece ser que encuentran diferencias entre el número de sesiones a aplicar y el sexo de los pacientes y el tiempo que sufren este miedo. Con la finalidad de comprobar la posible relación entre las tres variables plantean un diseño factorial manipulando simultáneamente el tipo de terapia, el sexo y el tiempo de duración de la fobia, midiendo como variable dependiente el número de sesiones que requiere cada paciente para superar el problema. Determine cuáles serán las medias de cada grupo si los resultados son los siguientes.

	Desensibilización a ₁		Implosión a ₂	
	Hombre b ₁	Mujer b ₂	Hombre b ₁	Mujer b ₂
0.5 años C ₁	27	23	11	9
	33	17	5	3
1.0 años C ₂	34	16	4	10
	28	22	10	4
1.5 años C ₃	20	18	6	2
	14	24	12	8

EXERCICIS:

Dissenys Factorials

14. Aplique la ecuación estructural del diseño.
15. Cuáles son los resultados del análisis de la varianza.