

## **Tema 13B**

### **DISEÑOS CON VARIABLES COVARIADAS: continuación**

**ESTE MATERIAL INCLUYE EL ANÁLISIS DE  
UN NUEVO EJERCICIO DE ANCOVA  
Y SUS SUPUESTOS**

**Tabla** Puntuaciones en Pretest y Postest p.264

(A)	(X)			(Y)		
	Pretest	$\bar{X}$	$\hat{\alpha}$ .	Postest	$\bar{Y}$	$\hat{\alpha}$ .
<i>Tradicional</i> $a_1$	7, 9, 15, 13	11	2	3, 8, 15, 14	10	-5
<i>Nuevo</i> $a_2$	11, 9, 4, 4	7	-2	21, 24, 17, 18	20	5
		9			15	

## Modelo

### RESTRINGIDO

Error de estimación:

$$\hat{Y} = M$$

$$\Rightarrow E_{H0} = Y - M$$

$$SC_{total}: E_{H0}^2$$

### COMPLETO

Error de estimación:

$$\hat{Y} = M + A$$

$$\Rightarrow E_{H1} = Y - M - A$$

Efecto Tratamiento:

$$A = M_a - M$$

$$SC_{entre}: A^2$$

$$SC_{residual}: E_{H1}^2$$

	N	Y		$\bar{Y}$		y		A		$\hat{Y}$		E	
		Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X
a <sub>1</sub>	1	3	7										
	2	8	9										
	3	15	15										
	4	14	13										

SC<sub>error a<sub>1</sub></sub>

a <sub>2</sub>	5	21	11										
	6	24	9										
	7	17	4										
	8	18	4										

SC<sub>error a<sub>2</sub></sub>

SC <sub>Y</sub>	SC <sub>X</sub>					
		DATOS	CONSTANTE	TOTAL	FACTORES	PRONÓSTICO
						4
						ERROR

	N	Y		$\bar{Y}$		y		A		$\hat{Y}$		E			
		Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X		
a <sub>1</sub>	1	3	7	15	9	-12	-2	-5	2	10	11	-7	-4		
	2	8	9	15	9	-7	0	-5	2	10	11	-2	-2		
	3	15	15	15	9	0	6	-5	2	10	11	5	4		
	4	14	13	15	9	-1	4	-5	2	10	11	4	2		
												SC <sub>error</sub> a <sub>1</sub>		94	40
a <sub>2</sub>	5	21	11	15	9	6	2	5	-2	20	7	1	4		
	6	24	9	15	9	9	0	5	-2	20	7	4	2		
	7	17	4	15	9	2	-5	5	-2	20	7	-3	-3		
	8	18	4	15	9	3	-5	5	-2	20	7	-2	-3		
												SC <sub>error</sub> a <sub>2</sub>		30	38
SC		Y				324		200				124			
		X				110		32				5 78			
		DATOS		CONSTANTE		TOTAL		FACTORES		PRONÓSTICO		ERROR			

	N	Y		$\bar{Y}$		y		A		$\hat{Y}$		E		
		Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	
a <sub>1</sub>	1	3	7	15	9	-12	-2	-5	2	10	11	-7	-4	
	2	8	9	15	9	-7	0	-5	2	10	11	-2	-2	
	3	15	15	15	9	0	6	-5	2	10	11	5	4	
	4	14	13	15	9	-1	4	-5	2	10	11	4	2	
												SC <sub>error a<sub>1</sub></sub>	94	60
													60	40
a <sub>2</sub>	5	21	11	15	9	6	2	5	-2	20	7	1	4	
	6	24	9	15	9	9	0	5	-2	20	7	4	2	
	7	17	4	15	9	2	-5	5	-2	20	7	-3	-3	
	8	18	4	15	9	3	-5	5	-2	20	7	-2	-3	
												SC <sub>error a<sub>2</sub></sub>	30	27
													27	38
SC	Y	2124	1087	1800	1080	324	7	200	-80	2000	1000	124	87	
	X	1087	758	1080	648	7	110	-80	32	1000	680	87	78	
		DATOS		CONSTANTE		TOTAL		FACTORES		PRONÓSTICO		ERROR		

## Modelo

### RESTRINGIDO

Correlación **Total**<sub>E<sub>H0</sub></sub> Y , X:

$$r_{yx} = \frac{SP_{yx}}{\sqrt{SC_y SC_x}}$$

Proporción de Varianza Total<sub>E<sub>H0</sub></sub>  
de Y explicada por X

$$\eta^2_{yx} = r^2_{yx}$$

Proporción de Varianza Total<sub>E<sub>H0</sub></sub>  
de Y NO explicada por X

$$\Lambda_{yx} = 1 - \eta^2_{yx}$$

### COMPLETO

Correlación **Error** Y , X:

**E**

$$r_{yx} = \frac{SP_{yx}}{\sqrt{SC_y SC_x}}$$

**R**

**R** Proporción de Varianza Error  
de Y explicada por X

$$\eta^2_{yx} = r^2_{yx}$$

**O**

**R** Proporción de Varianza Error  
de Y NO explicada por X

$$\Lambda_{yx} = 1 - \eta^2_{yx}$$

**Tabla 2** Descomposición de la suma de cuadrados

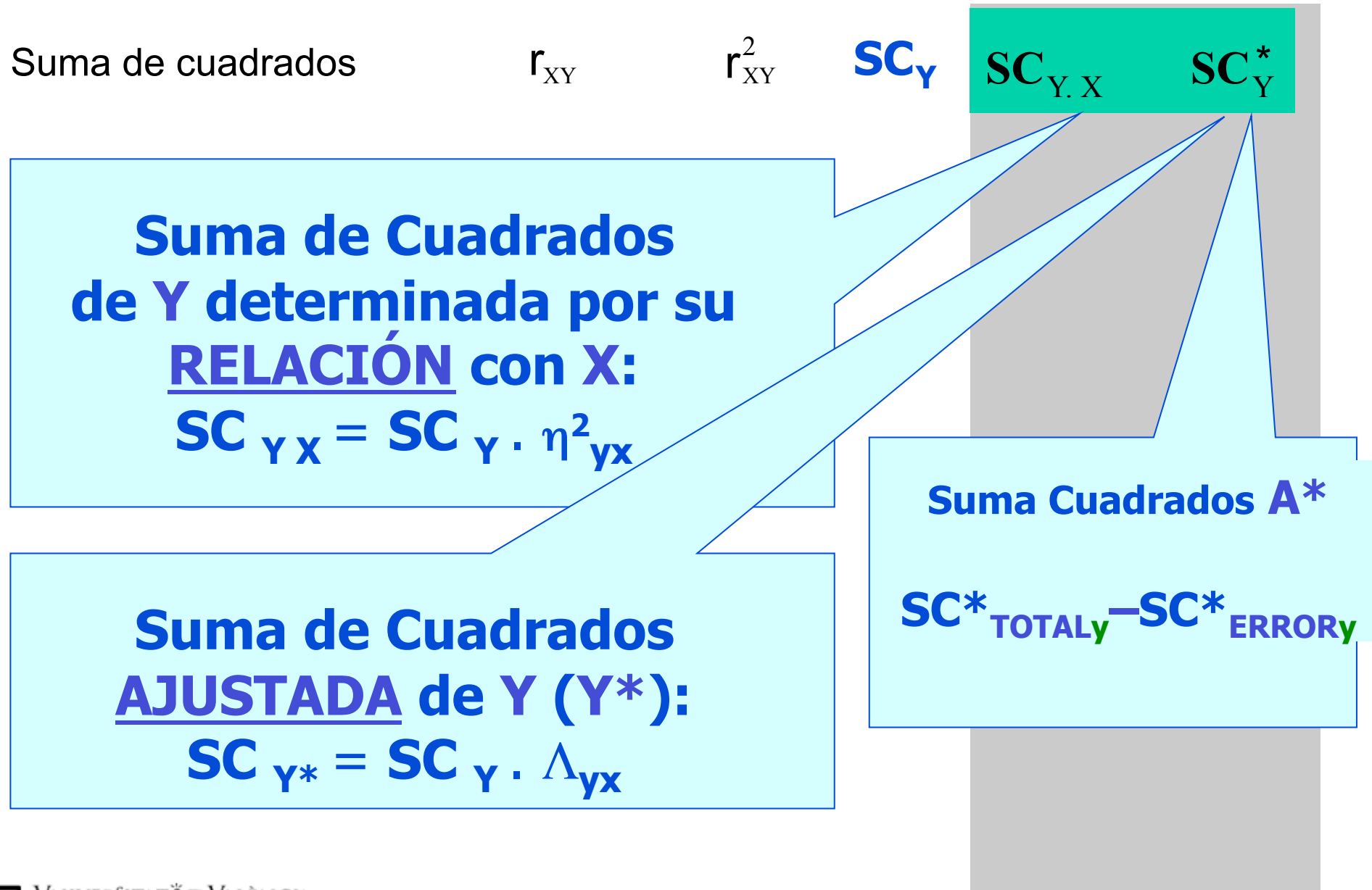
Suma de cuadrados	$r_{XY}$	$r_{XY}^2$	<b>SC<sub>Y</sub></b>	<b>SC<sub>Y.X</sub></b>	<b>SC<sub>Y</sub><sup>*</sup></b>
<b>SC<sub>error a<sub>1</sub></sub></b> = $\begin{pmatrix} 94 & 60 \\ 60 & 40 \end{pmatrix}$			94		
<b>SC<sub>error a<sub>2</sub></sub></b> = $\begin{pmatrix} 30 & 27 \\ 27 & 38 \end{pmatrix}$			30		
		<b>Σ</b>	<b>124</b>		
<b>SC<sub>error</sub></b> = $\begin{pmatrix} 124 & 87 \\ 87 & 78 \end{pmatrix}$			<b>124</b>		
<b>SC<sub>entre</sub></b> = $\begin{pmatrix} 200 & -80 \\ -80 & 32 \end{pmatrix}$	–	–	<b>200</b>		
<b>SC<sub>total</sub></b> = $\begin{pmatrix} 324 & 7 \\ 7 & 110 \end{pmatrix}$			<b>324</b>		



**Tabla 2** Descomposición de la suma de cuadrados

Suma de cuadrados	$r_{XY}$	$r_{XY}^2$	$SC_Y$	$SC_{Y.X}$	$SC_Y^*$
$SC_{error\ a_1} = \begin{pmatrix} 94 & 60 \\ 60 & 40 \end{pmatrix}$	0.978492	0.957447	94		
$SC_{error\ a_2} = \begin{pmatrix} 30 & 27 \\ 27 & 38 \end{pmatrix}$	0.799671	0.639474	30		
		$\Sigma$	<b>124</b>		
$SC_{error} = \begin{pmatrix} 124 & 87 \\ 87 & 78 \end{pmatrix}$	0.884629	0.782568	<b>124</b>		
$SC_{entre} = \begin{pmatrix} 200 & -80 \\ -80 & 32 \end{pmatrix}$	—	—	<b>200</b>		
$SC_{total} = \begin{pmatrix} 324 & 7 \\ 7 & 110 \end{pmatrix}$	0.037079	0.001375	<b>324</b>		

**Tabla 2** Descomposición de la suma de cuadrados



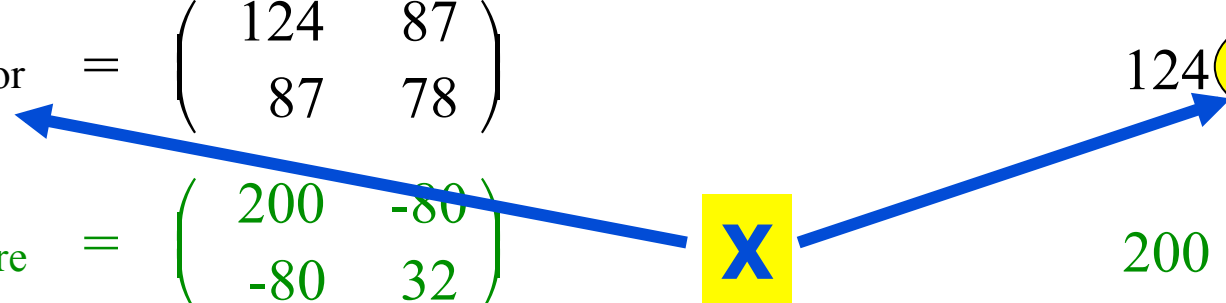
**Tabla 2** Descomposición de la suma de cuadrados

Suma de cuadrados	$r_{XY}$	$r_{XY}^2$	$SC_Y$	$SC_{Y.X}$	$SC_Y^*$
$SC_{error\ a_1} = \begin{pmatrix} 94 & 60 \\ 60 & 40 \end{pmatrix}$	0.978492	0.957447	94	90.000	4.000
$SC_{error\ a_2} = \begin{pmatrix} 30 & 27 \\ 27 & 38 \end{pmatrix}$	0.799671	0.639474	30	19.184	10.816
		$\Sigma$	<b>124</b>	<b>109.184</b>	<b>14.816</b>
$SC_{error} = \begin{pmatrix} 124 & 87 \\ 87 & 78 \end{pmatrix}$	0.884629	0.782568	124	97.038	26.962
$SC_{entre} = \begin{pmatrix} 200 & -80 \\ -80 & 32 \end{pmatrix}$	—	—	200	-96.593	296.593
$SC_{total} = \begin{pmatrix} 324 & 7 \\ 7 & 110 \end{pmatrix}$	0.037079	0.001375	324	0.445	323.555

**Tabla 2** Descomposición de la suma de cuadrados

Suma de cuadrados	$r_{XY}$	$r_{XY}^2$	$SC_Y$	$SC_{Y.X}$	$SC_Y^*$
$SC_{error\ a_1} = \begin{pmatrix} 94 & 60 \\ 60 & 40 \end{pmatrix}$					
$SC_{error\ a_2} = \begin{pmatrix} 30 & 27 \\ 27 & 38 \end{pmatrix}$					
		$\Sigma$	<b>124</b>	<b>109.184</b>	<b>14.816</b>
$SC_{error} = \begin{pmatrix} 124 & 87 \\ 87 & 78 \end{pmatrix}$			124	<b>97.038</b>	<b>26.962</b>
$SC_{entre} = \begin{pmatrix} 200 & -80 \\ -80 & 32 \end{pmatrix}$			200	-96.593	<b>296.593</b>
$SC_{total} = \begin{pmatrix} 324 & 7 \\ 7 & 110 \end{pmatrix}$			324	0.445	<b>323.555</b>

**X**



# Análisis de la covarianza

**Tabla 6** ANCOVA: Análisis de la covarianza

<i>Fuente</i>	<i>SC</i>	<i>gl</i>	<i>MC</i>	<i>Razón F</i>	<i>p</i>
<i>A</i> *	296.593	1	296.593	55.003	<0.050
<i>Error</i> *	26.962	5	5.392		
<i>Total</i> *	323.555	6			

$F_{\text{tablas}}(1, 5, 0.050) = 6.608$

# Ajuste de las medias

$$b_a = \frac{SP_{\text{error}}}{SC_{\text{error}_x}} = \frac{87}{78} = 1.115$$

$$\begin{aligned}\bar{Y}_a^* &= \bar{Y}_a - b_a \left( \bar{X}_a - \bar{X} \right) = \\ &= \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \end{pmatrix} - 1.115 \begin{pmatrix} 11 - 9 \\ 7 - 9 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \end{pmatrix} - 1.115 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.769 \\ 22.231 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

# Verificación de los supuestos

## 1ª Independencia de la covariante y la independiente

**Tabla 3** ANOVA entre los dos niveles de A en X: Pretest

<i>Fuente</i>	<i>SC</i>	<i>gl</i>	<i>MC</i>	<i>Razón F</i>	<i>p</i>	$\hat{\eta}_A^2$
<i>A</i>	32	1	32.000	2.462	> 0.050	0.291
<i>Error</i>	78	6	13.000			
<i>Total</i>	110	7		$F_{\text{tablas}}(1, 6, 0.050) = 5.987$		

# Verificación de los supuestos

2ª Ausencia de interacción entre la independiente y la covariada

**Tabla 4** Análisis de la varianza del término de interacción

<i>Fuente</i>	<i>SC</i>	<i>gl</i>	<i>MC</i>	<i>Razón F</i>	<i>p</i>
$X \times A$	12.146	1	12.146	3.279	$> 0.050$
$Error_a^*$	14.816	4	3.704		
$Error^*$	26.962	5		$F_{\text{tablas}}(1, 4, 0.050) = 7.709$	



# Verificación de los supuestos

## 3ª Relación entre la dependiente y la covariada

**Tabla 5** Prueba de la regresión de Y sobre X

<i>Fuente</i>	<i>SC</i>	<i>gl</i>	<i>MC</i>	<i>Razón F</i>	<i>p</i>
<i>X</i>	97.038	1	97.038	17.996	<0.050
<i>Error*</i>	26.962	5	5.392		
<i>Error</i>	124.000	6		$F_{\text{tablas}}(1, 5, 0.050) = 6.608$	

# EL ANÁLISIS DE LA VARIANZA

Descompone la varianza total de un conjunto de puntuaciones en dos fuentes de varianza:

- la **varianza entre-grupos** (atribuida al efecto del Tratamiento o a la relación entre las variables) **VARIANZA SISTEMÁTICA**
- la **varianza intra-grupos del error** (intra-celdilla) **VARIANZA NO SISTEMÁTICA**

La **Razón  $F$**  compara ambas fuentes de varianza después de tener en cuenta el número de fuentes de variabilidad (grados de libertad):

- **grupos-1: varianza entre-grupos**
- **grupos  $\times$  ( $n^0$  en cada grupo  $-1$ ): varianza del error**

**Cuanto mayor es el valor de  $F$  entonces mayor es la relación sistemática entre las variables o mayor es el tamaño del efecto**

# EL ANÁLISIS DE LA COVARIANZA

Descompone la varianza total de un conjunto de puntuaciones en las fuentes de varianza:

- la **varianza entre-grupos** (atribuida al efecto del Tratamiento o a la relación entre las variables) **VARIANZA SISTEMÁTICA**
  - la **varianza intra-grupos del error** (intra-celdilla) **VARIANZA NO SISTEMÁTICA**
- +
- la **varianza atribuida a la VARIABLE COVARIADA (X)**

## ANOVA

$$F = \frac{\text{VARIANZA ENTRE GRUPOS ATRIBUIDA A LA VI}}{\text{VARIANZA ATRIBUIDA AL ERROR ALEATORIO}}$$

## ANCOVA

$$F = \frac{\text{VARIANZA ENTRE GRUPOS ATRIBUIDA A LA VI} + \text{VARIANZA ENTRE GRUPOS ATRIBUIDA A LA COVARIADA}}{\text{VARIANZA ATRIBUIDA AL ERROR ALEATORIO} + \text{VARIANZA ERROR ATRIBUIDA A LA COVARIADA}}$$