

---

***TITULACIÓN***  
***LICENCIATURA EN A.D.E.***

***TÉCNICAS ESTADÍSTICAS DE***  
***CONTROL DE CALIDAD***  
**(12249)**

**M<sup>a</sup> Isabel López Rodríguez**  
***Dpto. Economía Aplicada***

**CURSO ACADÉMICO 2013/2014**

---

# **TEMA 7: DISEÑO Y REDISEÑO**

## ***7.1. INTRODUCCIÓN: CONCEPTOS BÁSICOS***

## ***7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA***

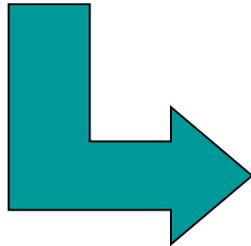
# 7.1. INTRODUCCIÓN: CONCEPTOS BÁSICOS

- PROCESO: actividad u operación que genera outputs a partir de unos inputs



- OBJETIVO DEL DISEÑO DE EXPERIMENTOS: determinar cual (es) de la (s) variable (s) entrada influyen en la calidad de la (s) variable (s) salida o respuesta

FACTOR



- ¿Cuál (es) tienen mayor influencia en la (s) variable (s) respuesta?
- Determinar **valor** de la (s) variable (s) que proporcionan un (os) valor (es) de la (s) variable (s) salida lo más próximo posible al valor objetivo
- Determinar valor de la (s) variable (s) que minimizan la variabilidad de la (s) variable (s) salida.

NIVELES

Abuso de lenguaje: no necesariamente cuantitativas

Puede ser multidimensional (respuesta múltiple). Sólo trataremos el caso unidimensional (una única respuesta)

## 7.1. INTRODUCCIÓN: CONCEPTOS BÁSICOS

- DISEÑO DE EXPERIMENTOS (DOE):
  - Experimento: prueba o ensayo
  - Experimento diseñado: prueba o conjunto de pruebas en las que se introducen, de manera deliberada, cambios en las variables de entrada de forma que se puedan identificar las causas de los cambios en la variable salida.
  - Diseño estadístico de experimentos: proceso de planificación de un experimentos diseñados con objeto de obtener datos que puedan ser analizados mediante el uso de métodos estadísticos, obteniendo con ello conclusiones objetivas.
    - Réplica: obtención de estimación más precisa del efecto de un factor
    - Aleatorización

## 7.1. INTRODUCCIÓN: CONCEPTOS BÁSICOS

### ■ CAMPO DE APLICACIÓN DEL DOE:

- 
- Mejora rendimiento de Procesos
  - Diseño (desarrollo nuevos productos o mejora de existentes)

Resultado: disminución tiempo desarrollo, disminución costes, evaluación materiales alternativos, etc.

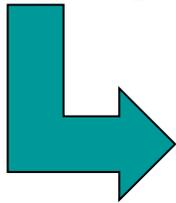
#### *Ejemplos:*

- Proceso manufactura tarjetas de circuitos impresos
- Diseño bisagra puerta de coche

## 7.1. INTRODUCCIÓN: CONCEPTOS BÁSICOS

### ■ TIPOS DE DOE:

- Clasificación simple (ANOVA)
- Bloques aleatorizados
- Diseños Factoriales



CASO PARTICULAR IMPORTANTE: DISEÑO FACTORIAL  $2^K$

## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### OBJETIVO DEL ANÁLISIS DE LA VARIANZA (ADEVA o ANOVA)

- ¿Influyen **1** o más factores sobre la media de cierta población?

 t niveles

  
 $X_i \sim N(\mu_i, \sigma) \quad i=1,2,\dots,t$  e independientes

  
 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_t$

$H_1: \text{al menos dos de las } t \text{ medias no son iguales}$



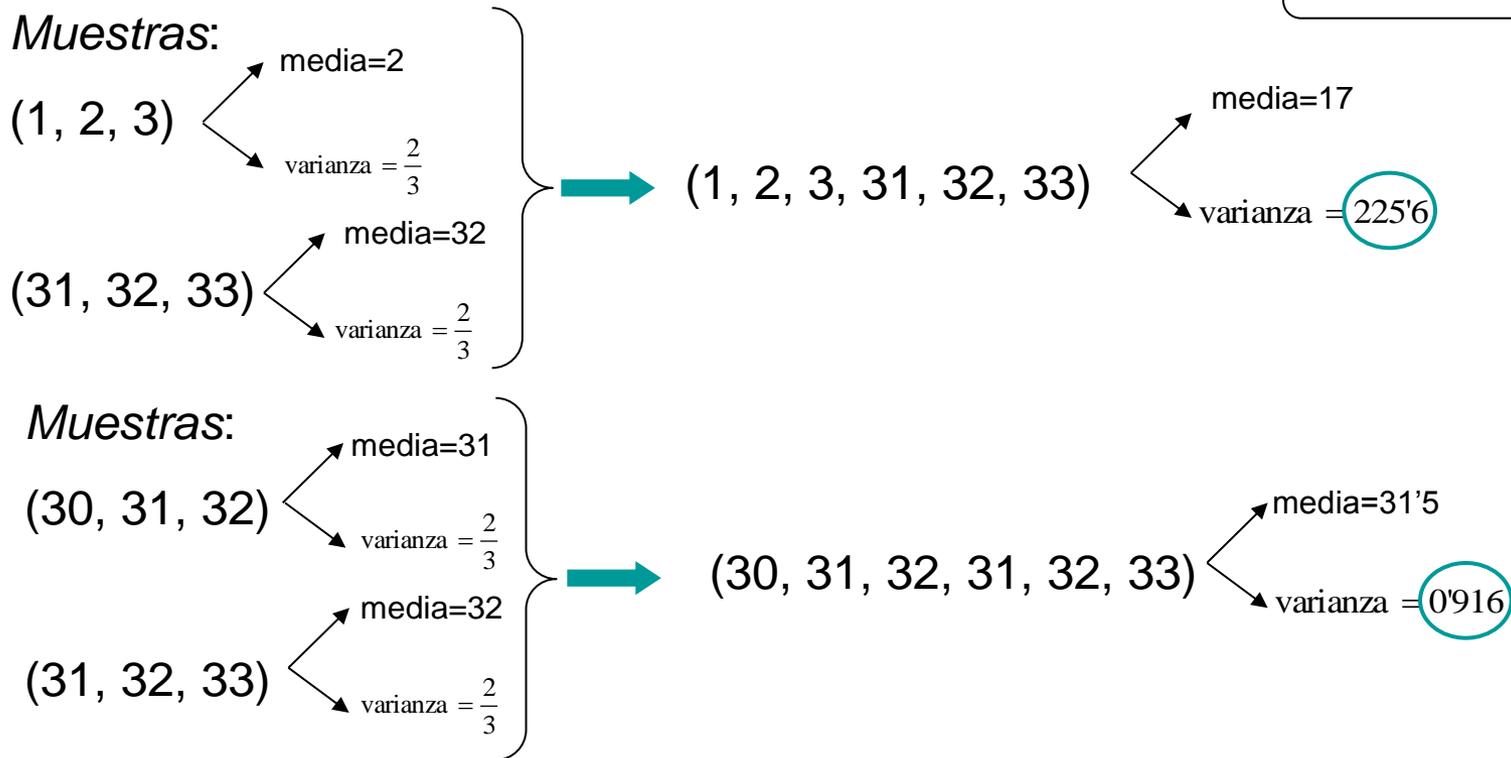
## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

¿POR QUÉ ANÁLISIS DE LA VARIANZA, SI LO QUE SE CONTRASTA ES UNA IGUALDAD DE MEDIAS?

Si se unen muestras con igual varianza, se obtiene un conjunto de datos que presentan una variabilidad considerablemente mayor si las medias de las muestras son muy diferentes

EJEMPLO:

FUNDAMENTO DEL ANÁLISIS DE LA VARIANZA

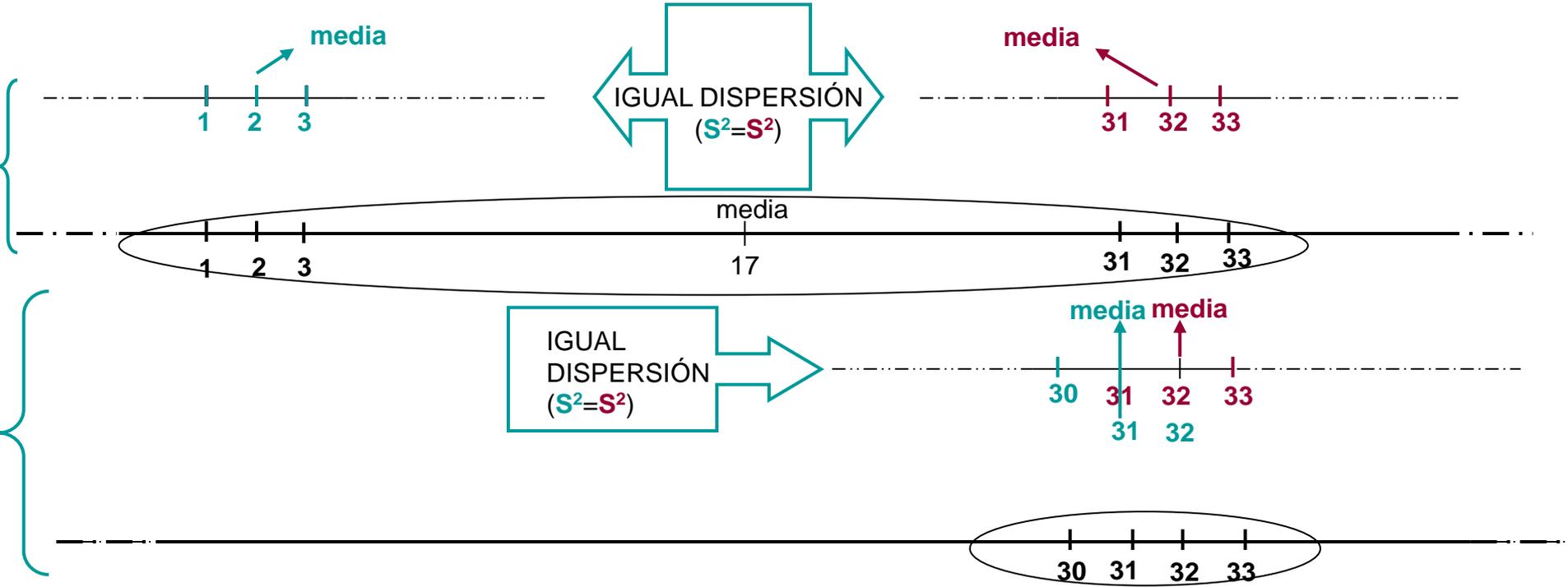


## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

¿POR QUÉ ANÁLISIS DE LA VARIANZA, SI LO QUE SE CONTRASTA ES UNA IGUALDAD DE MEDIAS?

Si se unen muestras con igual varianza, se obtiene un conjunto de datos que presentan una variabilidad considerablemente mayor si las medias de las muestras son muy diferentes

GRÁFICAMENTE:



## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### OBTENCIÓN DEL ESTADÍSTICO UTILIZADO PARA RESOLUCIÓN DEL CONTRASTE

$m_1: (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}) \longrightarrow$  extraída de  $N(\mu_1, \sigma)$

$m_2: (x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}) \longrightarrow$  extraída de  $N(\mu_2, \sigma)$

·  
·  
·  
·  
·

$m_t: (x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tn_t}) \longrightarrow$  extraída de  $N(\mu_t, \sigma)$

---

Si muestras de igual tamaño ( $n_1=n_2=\dots=n_t$ )  $\longrightarrow$  MODELO FACTORIAL EQUILIBRADO

Si no todas las muestras tienen el mismo tamaño  $\longrightarrow$  MODELO FACTORIAL NO EQUILIBRADO

---

# 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

## OBTENCIÓN DEL ESTADÍSTICO UTILIZADO PARA RESOLUCIÓN DEL CONTRASTE

Muestra m=unión de las t muestras:  $(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}, \dots, x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tn_t})$

Tamaño=N=  $n_1 + n_2 + \dots + n_t = \sum_{i=1}^t n_i$

$$\bar{X}_i = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{x_{ij}}{n_i} = \text{media del } i\text{-ésimo nivel}$$

Media=  $\bar{X} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{n_i} \frac{x_{ij}}{N} = \sum_{i=1}^t \frac{\bar{X}_i \cdot n_i}{N}$

Variabilidad=  $\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{X})^2 = SC_T = SC_E + SC_I$

**EXPRESIÓN FUNDAMENTAL DEL ANÁLISIS DE LA VARIANZA**

Variabilidad entre niveles

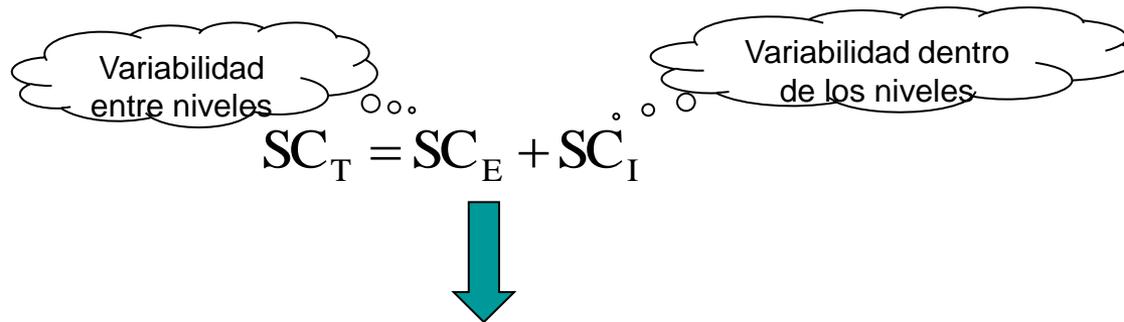
$$SC_E = \sum_{i=1}^t n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2$$

$$SC_I = \sum_{i=1}^t n_i S_{X_i}^2$$

Variabilidad dentro de los niveles

## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### OBTENCIÓN DEL ESTADÍSTICO UTILIZADO PARA RESOLUCIÓN DEL CONTRASTE



Si  $SC_E$  supera significativamente a  $SC_I$  → habrá una diferencia significativa entre los distintos niveles → se rechazará  $H_0$



(bajo hipótesis  $H_0$  cierta)

$$\frac{SC_E}{SC_I} \cdot \frac{N-t}{t-1} \sim F_{t-1, N-t}$$

## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### ENFOQUE DEL P-VALOR (P-VALUE)

Proporcionado por paquetes estadísticos y algunas hojas de cálculo  
(aunque se puede obtener sin necesidad de utilizarlos)



P-VALOR (P-VALUE): mínimo valor de significación que nos lleva al rechazo de  $H_0$ , es decir, si:

 Si  $\alpha > p \Rightarrow$  se rechaza  $H_0$   
 Si  $\alpha < p \Rightarrow$  no se rechaza  $H_0$

## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### TABLA ANOVA

Fuente de variación	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los Cuadrados	F	Sig
Entre niveles (o grupos)	$SC_E$	$t-1$	$\frac{SC_E}{t-1}$	$\frac{\frac{SC_E}{t-1}}{\frac{SC_I}{N-t}} = \frac{SC_E}{SC_I} \cdot \frac{N-t}{t-1}$	
Dentro de los niveles (o grupos)	$SC_I$	$N-t$	$\frac{SC_I}{N-t}$		
Total	$SC_T$	$N-1$	$\frac{SC_T}{N-1}$		

---

## ***7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA***

SECUENCIA DE IBM SPSS STATISTICS (PAQUETE ESTADÍSTICO) Y EXCEL (HOJA DE CÁLCULO) PARA ANOVA DE UN FACTOR

- **IBM SPSS STATISTICS:**

ANALIZAR/COMPARAR MEDIAS/ANOVA DE UN FACTOR

- **EXCEL:**

DATOS/ANÁLISIS DE DATOS/ANÁLISIS DE VARIANZA DE UN FACTOR

## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### EJEMPLO

Una empresa desea comprobar si tres métodos distintos, propuestos por una consultora, para la producción de cierto artículo origina diferentes resultados en cuanto al número de artículos defectuosos producidos diariamente. Para ello se implementa cada método en una línea de producción distinta y se contabilizan el número de artículos producidos que no son satisfactorios a lo largo de 10 días. Los datos obtenidos son:

M1	M2	M3
15	16	20
17	18	23
18	19	24
19	20	25
26	27	27
28	29	31
29	29	35
30	30	37
32	33	38
33	34	39

Suponiendo Normalidad e igualdad de varianzas (homocedasticidad): ¿existen diferencias significativas según el método utilizado?



## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### EJEMPLO

## EXCEL:

Análisis de varianza de un factor

### RESUMEN

Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varianza
Columna 1	10	247	24,7	45,78888889
Columna 2	10	255	25,5	43,83333333
Columna 3	10	299	29,9	48,76666667

### ANÁLISIS DE VARIANZA

Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor crítico para F
Entre grupos	156,8	2	78,4	1,69955841	0,201738028	3,354130829
Dentro de los grupos	1245,5	27	46,12962963			
Total	1402,3	29				

NO se rechaza que el número medio de artículos defectuosos sea independiente del método utilizado

## IBM SPSS STATISTICS:

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	156,800	2	78,400	1,700	,202
Intra-grupos	1245,500	27	46,130		
Total	1402,300	29			

## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### CONTRASTACIÓN HIPÓTESIS DE PARTIDA



#### ■ IBM SPSS STATISTICS:

##### □ Normalidad:

1. Seleccionar Datos (DATOS/SELECCIONAR CASOS)
2. Contraste de Kolmogorov-Smirnov (ANALIZAR/PRUEBAS NO PARAMÉTRICAS/CUADROS DE DIÁLOGO ANTIGUOS/K-S DE 1 MUESTRA)

##### □ Igualdad de Varianzas: test de Levene

(al pedir ANOVA: Opciones → Prueba de Homogeneidad de las varianzas)

## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### CONTRASTACIÓN HIPÓTESIS DE PARTIDA

#### IBM SPSS STATISTICS:

##### Normalidad:

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

N		10
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Media	24,7000
	Desviación típica	6,76675
Diferencias más extremas	Absoluta	,200
	Positiva	,200
	Negativa	-,187
Z de Kolmogorov-Smirnov		,633
Sig. asintót. (bilateral)		,818

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

N		10
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Media	25,5000
	Desviación típica	6,62067
Diferencias más extremas	Absoluta	,201
	Positiva	,197
	Negativa	-,201
Z de Kolmogorov-Smirnov		,637
Sig. asintót. (bilateral)		,812

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

N		10
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Media	29,9000
	Desviación típica	6,98331
Diferencias más extremas	Absoluta	,167
	Positiva	,161
	Negativa	-,167
Z de Kolmogorov-Smirnov		,520
Sig. asintót. (bilateral)		,942

##### Igualdad de Varianzas:

Prueba de homogeneidad de varianzas

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
,033	2	27	,967

## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### EJEMPLO

Se pretende analizar si el salario diario de los gerentes de las empresas presenta diferencias significativas según el sector al que pertenece dicha empresa. Consideradas 6 empresas del sector Farmacéutico, 6 del sector Servicios, 5 del de Comunicaciones y 4 del sector de Alimentación y, consultado el salario/día del gerente de las mismas, se han obtenido los siguientes datos:

FARMACÉUTICAS	SERVICIOS	COMUNICACIONES	ALIMENTACIÓN
330	292	430	273
365	327	465	308
345	307	445	288
275	249	390	230
315	277	415	
340	302		

Suponiendo Normalidad e igualdad de varianzas (homocedasticidad): ¿existen diferencias significativas en el salario diario del gerente según el sector al que pertenece la empresa?



## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### EJEMPLO

## EXCEL:

Análisis de varianza de un factor

### RESUMEN

Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varianza
Columna 1	6	1970	328,3333333	956,6666667
Columna 2	6	1754	292,3333333	724,6666667
Columna 3	5	2145	429	817,5
Columna 4	4	1099	274,75	1095,583333

### ANÁLISIS DE VARIANZA

Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor crítico para F
Entre grupos	69675,82143	3	23225,27381	26,3863303	1,2636E-06	3,196776847
Dentro de los grupos	14963,41667	17	880,2009804			
Total	84639,2381	20				

Se rechaza que el salario/día medio del gerente es independiente del sector al que pertenece la empresa

## IBM SPSS STATISTICS:

### ANOVA

#### SUELDODIARIO

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	69675,821	3	23225,274	26,386	,000
Intra-grupos	14963,417	17	880,201		
Total	84639,238	20			



## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### CONTRASTACIÓN HIPÓTESIS DE PARTIDA

#### ■ IBM SPSS STATISTICS:

##### □ Normalidad:

1. Seleccionar Datos (DATOS/SELECCIONAR CASOS)
2. Contraste de Kolmogorov-Smirnov (ANALIZAR/PRUEBAS NO PARAMÉTRICAS/CUADROS DE DIÁLOGO ANTIGUOS/K-S DE 1 MUESTRA)

##### □ Igualdad de Varianzas: test de Levene

(al pedir ANOVA: Opciones → Prueba de Homogeneidad de las varianzas)

## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

### CONTRASTACIÓN HIPÓTESIS DE PARTIDA

#### IBM SPSS STATISTICS:

##### Normalidad:

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		SUELDDODIARIO
N		6
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Media	328,3333
	Desviación típica	30,93003
Diferencias más extremas	Absoluta	,188
	Positiva	,128
	Negativa	-,188
Z de Kolmogorov-Smirnov		,461
Sig. asintót. (bilateral)		,984

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		SUELDDODIARIO
N		6
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Media	292,3333
	Desviación típica	26,91963
Diferencias más extremas	Absoluta	,162
	Positiva	,126
	Negativa	-,162
Z de Kolmogorov-Smirnov		,396
Sig. asintót. (bilateral)		,998

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		SUELDDODIARIO
N		5
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Media	429,0000
	Desviación típica	28,59196
Diferencias más extremas	Absoluta	,114
	Positiva	,114
	Negativa	-,114
Z de Kolmogorov-Smirnov		,255
Sig. asintót. (bilateral)		1,000

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		SUELDDODIARIO
N		4
Parámetros normales <sup>a,b</sup>	Media	274,7500
	Desviación típica	33,09960
Diferencias más extremas	Absoluta	,229
	Positiva	,162
	Negativa	-,229
Z de Kolmogorov-Smirnov		,458
Sig. asintót. (bilateral)		,985

##### Igualdad de Varianzas:

Prueba de homogeneidad de varianzas

SUELDDODIARIO				
Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.	
	,039	3	17	,989

## 7.2. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

¿ENTRE QUE NIVELES O GRUPOS SE RECHAZA LA IGUALDAD DE MEDIAS?

- IBM SPSS STATISTICS: al pedir ANOVA:  
post hoc → Sheffe

Comparaciones múltiples

SUELDDIARIO Scheffé

(I) TIPOEMPRESA	(J) TIPOEMPRESA	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.
FARMACEUTICA	SERVICIOS	36,00000	17,12893	,257
	COMUNICACIONES	-100,66667	17,96498	,000
	ALIMENTACIÓN	53,58333	19,15073	,085
SERVICIOS	FARMACÉUTICA	-36,00000	17,12893	,257
	COMUNICACIONES	-136,66667	17,96498	,000
	ALIMENTACIÓN	17,58333	19,15073	,838
COMUNICACIONES	FARMACÉUTICA	100,66667	17,96498	,000
	SERVICIOS	136,66667	17,96498	,000
	ALIMENTACIÓN	154,25000	19,90202	,000
ALIMENTACIÓN	FARMACÉUTICA	-53,58333	19,15073	,085
	SERVICIOS	17,58333	19,15073	,838
	COMUNICACIONES	-154,25000	19,90202	,000