

MECÁNICA Y ONDAS (Teoría)

28 de enero de 2003

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

Instrucciones: En las siguientes cuestiones cada una de las respuestas puede ser verdadera o falsa. Marcar con una x el recuadro de la izquierda si pensáis que es verdadera () y el de la derecha si pensáis que es falsa (). Si os equivocáis eliminad la respuesta incorrecta escribiendo **No** al lado del cuadro correspondiente. Las cuestiones incorrectas puntuarán -0.8 puntos, las correctas, $+1$.

Sea el punto P de coordenadas esféricas $r = 2, \theta = \phi = \pi/4$ y la función potencial $\Phi(r, \theta, \phi) = r^2 \sin \theta$. Entonces,

- Las coordenadas cartesianas de P son $(1, 1, 1)$
- El vector local \vec{u}_r en P es $\vec{i} + \vec{j} + \sqrt{2}\vec{k}$
- El gradiente de Φ en P vale $3\sqrt{2}(\vec{i} + \vec{j})/2 + \vec{k}$

Considérese la trayectoria de un móvil $\vec{r}(t) = (t, t^2/2, t^3/3)$. En el instante $t = 1$ se tiene que:

- La celeridad es $v = \sqrt{3}$
- La aceleración vale $(0, 0, 2)$
- La componente tangencial de la aceleración es $\sqrt{3}$
- La componente normal de la aceleración es 0
- El vector normal a la trayectoria es $-(\vec{i} + \vec{k})/\sqrt{2}$

Un sistema de dos partículas se mueve bajo la acción del potencial $U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = (x_1 - x_2)^2 + y_1^2 - z_2^2$

- La proyección del momento (cantidad de movimiento) total sobre el eje x se conserva
- La proyección del momento de la partícula 1 sobre el eje y se conserva
- La proyección del momento de la partícula 2 sobre el eje x se conserva
- La energía total del sistema se conserva

Considerar una esfera hueca homogénea de masa M y radios interior y exterior de 1 y 3 m respectivamente. Sea r la distancia desde el centro de la esfera a un punto arbitrario. Entonces,

- En $r = 3$ m el campo gravitatorio vale $GM/9$
- En $r = 2$ m el campo gravitatorio vale $GM/4$
- En $r = 1$ m el campo gravitatorio vale GM
- En el centro de la esfera el campo gravitatorio vale cero

Consideremos una partícula moviéndose bajo la acción de la fuerza $\vec{F} = -2x\vec{i} - 8y\vec{j}$. Se tiene que:

- La fuerza es conservativa
- El movimiento es oscilatorio en el plano xy
- Las órbitas no son cerradas
- Las órbitas están acotadas

21. La fuerza es central

Sea una partícula de masa 1 kg moviéndose con momento angular $l = 4 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ bajo la acción de un potencial $U(r) = r^2/2$.

22. El movimiento para cualquier energía es siempre acotado

23. Existe una órbita circular de 2 m de radio

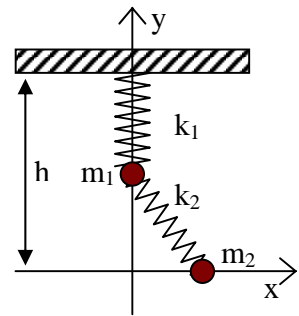
24. La energía de la partícula en una órbita circular es siempre negativa

25. Si la energía es de 5 julios, la distancia más cercana al centro de potencial es de 1 m

EXAMEN PARCIAL DE MECÁNICA Y ONDAS PROBLEMAS

Febrero 28/01/2003- grupos B y C

1. Considera el sistema de la figura, donde la masa $m_1=20$ kg está obligada a moverse verticalmente según el eje y , mientras que $m_2=1$ kg está obligada a moverse según el eje x , ambas bajo la acción de dos muelles de constantes recuperadoras $k_1=4$ N/m y $k_2=16$ N/m, además de la gravedad.



- a) Calcula la lagrangiana del sistema.
- b) Obtén las ecuaciones del movimiento para las masas así como la solución general de las mismas.
- c) Escribe la solución sabiendo que inicialmente se parte del reposo con $y=0$, $x=a$. Si $h=40$ m y $a=10$ m. ¿Cuál es la situación al cabo de $t=\pi/2$ segundos?.
- d) ¿Cuál es la posición de equilibrio?

2. Consideremos un sistema de dos cuerpos (esféricos y uniformes) con masas $m_1=5$ kg y $m_2=10$ kg que interactúan debido a la gravedad. Inicialmente sus posiciones son $\vec{r}_1^0 = (40, 0)$ cm, $\vec{r}_2^0 = (-20, 0)$ cm con velocidades $\vec{v}_1^0 = (0, 8)$ cm/h y $\vec{v}_2^0 = (0, -4)$ cm/h.

- a) Calcula las coordenadas y la velocidad del centro de masas, así como la masa reducida del sistema.
- b) Obtén el momento angular y la energía total (cinética mas potencial) del sistema.
($G = \frac{20}{3} \times 10^{-11}$ Nm²/kg²).
- c) Calcula la distancia apsidal mínima (pericentro) del movimiento relativo y la distancia apsidal máxima (apocentro), en caso de que exista.
- d) Calcula el periodo del movimiento y las posiciones de m_1 y m_2 al cabo de un semiperiodo [ayuda: Expresión de U_{ef} y 3ª ley de Kepler].