

**EXAMEN FINAL DE MECANICA Y ONDAS (Teoria)**  
**6 de Septiembre de 2004**

---

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

*Instrucciones: En las siguientes cuestiones cada una de las respuestas puede ser verdadera o falsa. Marcar con una x el recuadro de la izquierda si pensáis que es verdadera (   ) y el de la derecha si pensáis que es falsa (   ). Si os equivocáis eliminad la respuesta incorrecta escribiendo No al lado del cuadro correspondiente. Las cuestiones incorrectas puntuarán  $-0.8$  puntos, las correctas,  $+1$*

---

Sea el punto  $P$  de coordenadas esféricas  $r = \sqrt{2}$ ,  $\theta = \pi/4$ ,  $\phi = 0$ , y la función potencial  $\Phi(r, \theta, \phi) = r \sin \theta \sin \phi$ . Entonces,

1.   Las coordenadas cartesianas de  $P$  son  $(1, 1, 0)$
2.   El  $\overrightarrow{\text{grad}} \Phi$  en el punto  $P$  vale  $(0, 1, 0)$
3.   El vector local  $\vec{u}_\phi$  en  $P$  vale  $(0, 1, 0)$ .

Considerar el campo de fuerzas  $\vec{F} = 6x^2 \vec{i} + 2z \vec{j} - 2y \vec{k}$  y el punto  $A$  de coordenadas cartesianas  $(1, 0, 1)$ .

4.    $\vec{F}$  es un campo de fuerzas conservativo.
5.   El trabajo a lo largo del segmento  $OA$  vale  $1$ .
6.   La divergencia de  $\vec{F}$  en el plano  $YZ$  es nula.

Considerar el movimiento de una masa de  $8$  kg en un potencial unidimensional  $V(x) = (x - 1)^2 - 2$ , (expresado en julios), partiendo del reposo en  $x = 0$ .

7.   La energía potencial mínima es de  $-2$  julios
8.   La velocidad máxima que alcanza es de  $0.5$  m/s
9.   El movimiento no es acotado

Un sistema de dos partículas se mueve en tres dimensiones bajo la acción del potencial  $U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = x_1^2 + 2y_2 - 3(z_1 - z_2)$ , entonces:

10.   La fuerza ejercida sobre la partícula 2 es constante y vale  $(0, 2, 3)$ .
11.   La proyección del momento total sobre el eje  $z$  se conserva
12.   La energía total se conserva.

Lanzamos un satélite artificial desde una plataforma espacial situada a una distancia  $D$  del centro de la Tierra, con velocidad perpendicular al radio que une dicho centro con la plataforma ( $M_T$  es la masa de la Tierra y  $G$  la constante de gravitación Universal).

13.   Si la velocidad de lanzamiento es  $\sqrt{M_T G / D}$  la órbita será circular
14.   Para velocidades superiores a  $\sqrt{M_T G / D}$  el satélite se escapará de la Tierra
15.   Para velocidades inferiores a  $\sqrt{M_T G / D}$  la órbita es elíptica.

Sea una partícula con cuádrimomento  $(4, 2, 3, \sqrt{3}) \text{ MeV}/c$

16.   El módulo del trimomento relativista vale  $4 \text{ MeV}/c$
17.   La energía relativista es de  $16 \text{ MeV}$
18.   La partícula se propaga a la velocidad de la luz
19.   La masa de la partícula es de  $12 \text{ MeV}/c^2$

Considerad una molécula de  $N_2O$  (lineal triatómica) aislada, observada desde el centro de masas:

20.   En el modo normal de menor frecuencia de vibración, el oxígeno permanece en reposo.
21.   En el modo normal de mayor frecuencia de vibración, los átomos de nitrógeno se mueven con mayor velocidad que el átomo de oxígeno ( $m_N = 14 \text{ u.a.}$ ,  $m_O = 16 \text{ u.a.}$ ).
22.   Existen tres modos normales de vibración longitudinales.

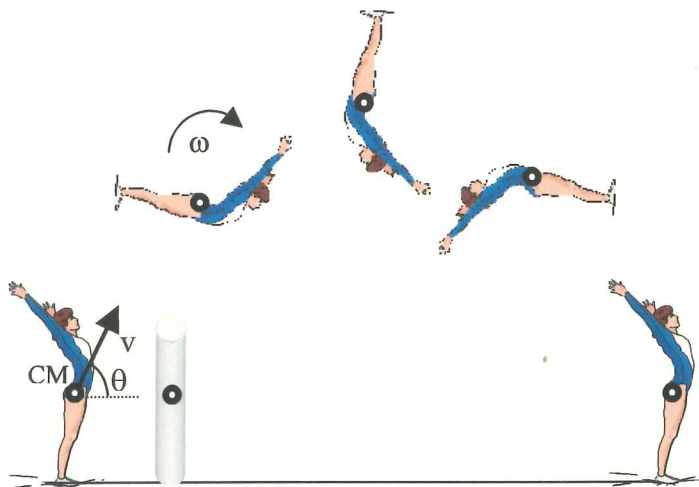
Consideremos la propagación en una dimensión de la perturbación

$$\Psi(x, t) = A \sin(2t - 3x)$$

23.   Dicha perturbación representa una onda viajera con velocidad "hacia la izquierda" de  $1.5 \text{ m/s}$
24.   En cada punto del espacio, la perturbación es periódica con periodo  $T = 3.14$  segundos.
25.   En un determinado instante, la distancia entre dos puntos consecutivos con el mismo valor de la perturbación es de  $3\pi$  metros.

EXAMEN DE MECÁNICA Y ONDAS (6/9/2004)  
Problemas

1. Una atleta realiza una pirueta durante la cual salta en longitud y gira simultáneamente, como aparece en la figura. Suponiendo que su cuerpo se puede modelizar como un cilindro macizo de masa  $m$ , radio  $a$  y altura  $h$ :



a) Calcula el momento de inercia alrededor del eje implicado en el giro que pasa por el centro de masas (CM).

b) Calcula la Lagrangiana del movimiento teniendo en cuenta que la atleta gira con una velocidad angular constante. Calcula, asimismo, las ecuaciones del movimiento.

c) Resuelve dichas ecuaciones y explica el significado físico del resultado. Si la velocidad inicial de traslación tiene un módulo de  $6 \text{ m/s}$  y forma  $60^\circ$  con el eje horizontal, calcula el tiempo que dura el salto, la velocidad angular necesaria para dar una vuelta completa durante ese tiempo y la energía total empleada. Considera  $m=40 \text{ kg}$ ,  $h=1.5 \text{ m}$ ,  $a=30 \text{ cm}$ .

d) Calcula simbólicamente en qué medida tendrá que encoger las piernas (variación de la altura) para conseguir, con la misma energía cinética de rotación, dar dos vueltas en lugar de una en el mismo salto. Utiliza al final los valores numéricos del apartado anterior. Por otro lado, discute como variaría el alcance del salto si toda la energía inicial se utilizara en producir un salto de longitud sin giro.

2. Dos protones se aproximan mutuamente a lo largo de una recta con velocidad  $v=0.6c$  en el sistema centro de masas (CM) y sufren un choque elástico. Calcula:

a) La energía total de ambas partículas y sus momentos lineales antes del choque en el sistema CM.

b) La energía total de ambas partículas y sus momentos lineales antes del choque en el sistema laboratorio.

c) La velocidad de ambas partículas antes del choque en el sistema laboratorio.

d) Si los protones se dispersan después del choque formando un ángulo de  $90^\circ$  en el sistema CM, ¿qué ángulo formarán en el sistema laboratorio?

DATO:  $m_{p^+} = 1 \text{ GeV}/c^2$