Segundo parcial/Examen Final de MECANICA Y ONDAS
23 de junio de 2008

Apellidos: Nombre:

Grupo:

Segundo parcial	:	Cuestiones 5, 6, 7, 8, 9,10
Final	:	Todas la cuestiones excepto 6b, 7c, 8b, 8c, 9c, 9d

---

1. Dado el potencial $V = \text{sen}(xyz)$.

   a) Obtener el campo de fuerzas $\overrightarrow{F}$.

   b) ¿Es $\overrightarrow{F}$ un campo de fuerzas conservativo?

   c) Obtener el trabajo del campo a lo largo del segmento que une los puntos A(0,0,0) y B(1,2,3)

2. Un móvil de masa 1000 Kg se desplaza por una pista circular de radio 100 m. El coeficiente de fricción estático (de deslizamiento) entre las ruedas y el firme es $\mu = 0.5$

   a) ¿Cuál es la velocidad máxima que puede alcanzar el móvil sin deslizar fuera de la pista?.

   b) Si se aumenta la carga del móvil en 500 Kg, para aumentar la fricción ¿cuál es la velocidad máxima en este caso?

   c) ¿Qué ángulo habría que inclinar la pista, sobre la horizontal, para que la velocidad máxima fuese el doble?

3. Una partícula de masa M se mueve en una dimensión a lo largo del eje x. Su energía potencial está dada por $U(x) = ax^3 - bx$

   a) Obtener las posibles posiciones de equilibrio, diciendo si son estables o inestables.

b) ¿Cuánto vale la energía de la partícula, si está parada en las posiciones de equilibrio?

c) ¿ Qué energía cinética mínima debe tener la partícula en el origen ($x = 0$) para que su movimiento NO esté acotado?

4. Una bolita de masa m y radio a rueda sin deslizar por el interior de un tubo rectilineo. El tubo está obligado a girar en el plano vertical con velocidad angular w constante y con uno de sus extremos fijos. La bolita se encuentra inicialmente en la posición radial $r(0) = R$ con velocidad $\dot{r}(0) = v$

   a) Obtener la energía cinética y escribir la lagrangiana del sistema en coordenadas polares

   b) Escribir la ecuación de movimiento de la coordenada radial.

   c) Resolver el movimiento, teniendo en cuenta las condiciones iniciales.

5. En un sistema inercial S un suceso A ocurre antes que el suceso B, ambos en el eje x, con intervalos temporal Δt_{AB} y espacial Δx_{AB}. Sea S' otro sistema inercial moviendose con velocidad V según x del sistema S.

   a) ¿Qué condiciones deben cumplir Δt_{AB} y Δx_{AB} para que A suceda antes que B en cualquier sistema inercial S'?.

   b) ¿Es posible que A y B ocurran en una misma posición de S' ? ¿Para que velocidad V?

   c) ¿Es posible que A y B sean simultaneos en S'? ¿Para que velocidad V?

6. Considerar la colisión relativista en la que un kaon incide sobre un protón (en reposo) para producir un pión y una partícula Λ ($K + p \to \pi + \Lambda$) donde $m_K = 0.49$ GeV/c^2, $m_p = 0.94$ GeV/c^2, $m_\pi = 0.14$ GeV/c^2 y $m_\Lambda = 1.12$ GeV/c^2.

   a) Si el trimomento inicial de K es nulo ¿cuánto valen los trimomentos de π y Λ ?

   b) ¿Con qué energía debe incidir el kaón K para que la partícula Λ se produzca en reposo?

7. Una noria de feria de 20 m de radio gira a razón de dos vueltas por minuto. Obtener el peso aparente de un pasajero de 50 Kg en los siguientes casos

   a) En el punto mas alto de la noria

b) En el punto mas bajo de la noria

c) En los lados de la noria, ¿cuándo pesa más el pasajero, al subir, al bajar o igual?

8. Considerese el siguiente sistema de masas en un plano, respecto de una referencia ligada al sistema, con las posiciones indicadas entre paréntesis: $m\,(3a, a)$, $3m\,(-a, a)$, $6m\,(a, -a)$, $5m\,(-2a, -a)$.

   a) Escribir el tensor de inercia, respecto de la referencia indicada.

   b) Encontrar los ejes principales.

   c) ¿En qué posición $(a, y?)$ hay que añadir una masa $2m$ para que el tensor de inercia sea diagonal

9. Considerar un sistema de dos masas iguales m. Una de ellas se mueve en la dirección horizontal x_1, unida a un muelle, con un extremo fijo, de constante $k = 3mg/2l$. De esta masa cuelga la otra por medio de una varilla sin masa de longitud l, que le permite realizar un movimiento pendular, con angulo θ respecto de la vertical.

   a) Para pequeñas oscilaciones, escribir las matrices energía cinética y potencial y la ecuación de movimiento, utilizando como las coordenadas x_1 y $x_2 = l\theta$.

   b) Obtener las frecuencias propias de oscilación.

   c) Obtener las coordenadas normales, convenientemente normalizadas,

   d) Con las condiciones iniciales $x_1 = d$ y $\dot{x}_1 = x_2 = \dot{x}_2 = 0$, obtener los modos normales de oscilación.

10. Considerar una onda estacionaria, formada por dos ondas sinusoidales, con velocidad de fase de 8 m/s y velocidad de grupo de 4 m/s. El periodo de una de las ondas sinusoidales vale $\pi/4$ s y su longitud de onda 4π m.

    a) Encontrar el periodo y la longitud de onda de la otra onda sinusoidal

    b) encontrar la posición de los nodos y los vientres de la onda estacionaria.