

Feynman

FISICA

Volumen I: Mecánica, radiación y calor

Richard P. Feynman y Robert B. Leighton
California Institute of Technology

y

Matthew Sands
Stanford University

Versión en español de

Enrique Oelker L. y Hugo Espinosa D.
Instituto Central de Física
Universidad de Concepción, Chile

Carlos Alberto Heras
Universidad de Oriente, Venezuela

y

Juan Martín y Marfil
Departamento de Física
Universidad de Oriente, Venezuela

Con la colaboración de

Ricardo Gómez
Instituto Tecnológico de California

Prentice
Hall

Pearson
Educación

Addison
Wesley

es oscilatorio: estamos impulsando el circuito con un generador con una oscilación sinusoidal pura. Entonces podemos escribir $V(t)$ como un \hat{V} complejo en el entendimiento que se debe multiplicar por $e^{i\omega t}$ en última instancia y luego se debe tomar la parte real para encontrar el verdadero V . Asimismo se puede analizar la carga q y entonces, exactamente como en la ecuación (23.8), escribimos la ecuación correspondiente: la segunda derivada de \hat{q} es $(i\omega)^2 \hat{q}$; la primera derivada es $(i\omega) \hat{q}$. Por lo tanto, la ecuación (23.17) se traduce en

$$\left[L(i\omega)^2 + R(i\omega) + \frac{1}{C} \right] \hat{q} = \hat{V}$$

o

$$\hat{q} = \frac{\hat{V}}{L(i\omega)^2 + R(i\omega) + \frac{1}{C}}$$

que podemos escribir en la forma

$$\hat{q} = \hat{V} / L(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega), \quad (23.18)$$

donde $\omega_0^2 = 1/LC$ y $\gamma = R/L$ ¡Es exactamente el mismo denominador que teníamos en el caso mecánico, con exactamente las mismas propiedades de resonancia! La correspondencia entre los casos eléctricos y mecánicos está delineada en la tabla 23-1.

Tabla 23-1

Característica general	Propiedad mecánica	Propiedad eléctrica
variable indep.	tiempo (t)	tiempo (t)
variable dep.	posición (x)	carga (q)
inercia	masa (m)	inductancia (L)
resistencia	coef. de arrastre ($c = \gamma m$)	resistencia ($R = \gamma L$)
rigidez	rigidez (k)	(capacitancia) ⁻¹ ($1/C$)
frecuencia de resonancia	$\omega_0^2 = k/m$	$\omega_0^2 = 1/LC$
período	$t_0 = 2\pi\sqrt{m/k}$	$t_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
factor de mérito	$Q = \omega_0/\gamma$	$Q = \omega_0 L/R$

Debemos mencionar un pequeño detalle técnico. En la literatura eléctrica se usa una notación diferente. (De un campo a otro el tema en realidad no es muy diferente, pero la manera de escribir las notaciones es a menudo diferente). Primero, se usa comúnmente j en vez de i en ingeniería eléctrica para designar $\sqrt{-1}$. (¡Después de todo, i debe ser la corriente!) También los ingenieros prefieren tener una relación entre \hat{V} e \hat{I} en vez de entre V y \hat{q} , simplemente porque están más acostumbrados a esa manera. Así, ya que $\hat{I} = d\hat{q}/dt = i\omega\hat{q}$, basta con sustituir \hat{q} por $\hat{I}/i\omega$ y obtener

$$\hat{V} = (i\omega L + R + 1/i\omega C)\hat{I} = \hat{Z}\hat{I}. \quad (23.19)$$

Otra manera es reescribir la ecuación (23.17) de manera que parezca más familiar; uno la ve

a menudo escrita de esta manera:

$$L dI/dt + RI + (1/C) \int^t I dt = V(t). \quad (23.20)$$

En todo caso encontramos la relación (23.19) entre el voltaje \hat{V} y la corriente \hat{I} , que es precisamente la misma que (23.18) excepto que está dividida por $i\omega$ y esto de la ecuación (23.19). La cantidad $R + i\omega L + 1/i\omega C$ es un número complejo y se usa tanto en ingeniería eléctrica que tiene un nombre: se llama *impedancia compleja* \hat{Z} . Así, pues, podemos escribir $\hat{V} = \hat{Z}\hat{I}$. La razón por la cual a los ingenieros les gusta hacer esto es que aprendieron algo cuando eran jóvenes: $V = RI$ para las resistencias cuando sólo sabían de resistencia y C.C. Ahora han llegado a ser más educados y tienen circuitos CA de manera que quieren que la ecuación se vea igual. Por eso escriben $\hat{V} = \hat{Z}\hat{I}$ con la única diferencia que la resistencia se reemplaza por algo más complicado, una cantidad compleja. Así, pues, insisten en que no pueden usar lo que todo el resto del mundo usa para los números imaginarios, tienen que usar j para eso; ¡es un milagro que no insistieran también que la letra Z fuera una R ! (Entonces se meten en líos cuando hablan de densidad de corriente, para la cual también usan j . Las dificultades de la ciencia son, en gran parte, las dificultades de las notaciones, las unidades y todas las otras artificialidades inventadas por el hombre y no por la naturaleza.)

23-4 Resonancia en la naturaleza

Aunque hemos discutido el caso eléctrico en detalle, podríamos presentar un caso tras otro en muchos campos y mostrar exactamente que la ecuación de resonancia es la misma. Existen muchas circunstancias en la naturaleza en donde algo está "oscilando" y sucede el fenómeno de resonancia. Lo dijimos en un capítulo anterior; demostrémoslo ahora. Si paseamos por nuestro estudio sacando libros de los estantes y simplemente los hojeamos para encontrar un ejemplo de una curva que corresponda a la figura 23-2 y que provenga de la misma ecuación, ¿qué encontramos? Precisamente para demostrar el amplio campo abarcado al tomar la muestra más pequeña posible se necesitan tomar sólo cinco o seis libros para obtener toda una serie de fenómenos que muestran resonancia.

Los dos primeros son de la mecánica, el primero en gran escala: la atmósfera de toda la tierra. Si la atmósfera, que suponemos que rodea la tierra en forma pareja por todos lados, es atraída hacia un lado por la luna, o más bien aplastada alargándola en una doble marea y si pudiéramos después soltarla se pondría a chapotear de arriba a abajo; es un oscilador. Este oscilador es impulsado por la luna, la que está, efectivamente, dando vueltas alrededor de la tierra; cualquier componente de la fuerza, digamos en la dirección x , tiene una componente coseno, de manera que la respuesta de la atmósfera terrestre a la atracción de marea de la luna es la de un oscilador. La respuesta esperada de la atmósfera se muestra en la figura 23-6 curva b (la curva a es otra curva teórica discutida en el libro de donde hemos sacado esto). Podría pensarse que tenemos sólo un punto en esta curva de resonancia, ya que tenemos sólo aquella frecuencia que corresponde a la rotación de la tierra bajo la luna que ocurre en un período de 12,42 horas— 12 horas para la tierra (la marea es un doble chichón) y un

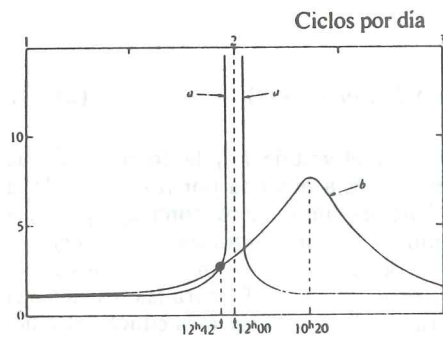


Fig. 23-6. Respuesta de la atmósfera a una excitación externa. *a* es la respuesta adecuada si la marea atmosférica S_2 es de origen gravitacional; la amplificación del máximo es 100: 1. *b* proviene de la amplificación y fase observadas para la marea M_2 . [Munk y MacDonald, "Rotation of the Earth", Cambridge University Press (1960).]

poco más porque la luna está dando vueltas. Pero, a partir del tamaño de las mareas atmosféricas y de la *fase*, el monto del retraso, podemos obtener tanto ρ como θ . De éstos podemos obtener ω_0 y γ y así ¡dibujar la curva entera! Este es un ejemplo de ciencia muy pobre. De dos números obtenemos dos números y a partir de estos dos números dibujamos una hermosa curva que, por supuesto, ¡pasa por el mismo punto que determinó la curva! Esto no vale nada *a menos que podamos medir otra cosa* y en el caso de la geofísica eso es a menudo muy difícil. Pero en este caso particular existe otra cosa de la cual podemos demostrar teóricamente que debe tener el mismo sincronismo que la frecuencia natural ω_0 , o sea, si alguien perturbara la atmósfera ésta oscilaría con una frecuencia ω_0 . Ahora bien, hubo una tal perturbación intensa en 1883; el volcán Krakatoa hizo explosión y la mitad de la isla salió volando, e hizo una explosión tan tremenda en la atmósfera que se pudo medir el período de oscilación de la atmósfera. Resultó ser 10 1/2 horas. El ω_0 que se obtuvo de la figura 23-6 resulta 10 horas y 20 minutos, de manera que por lo menos tenemos una prueba de la realidad de nuestra comprensión de las mareas atmosféricas.

A continuación pasamos a las oscilaciones mecánicas en pequeña escala. Esta vez tomamos un cristal de cloruro de sodio, que tiene iones sodio y iones cloro uno junto al otro como lo describimos en un capítulo anterior. Estos iones están cargados eléctricamente, alternando positivos con negativos. Ahora es posible una oscilación interesante. Supongan que pudiéramos mover todas las cargas positivas hacia la derecha y todas las cargas negativas hacia la izquierda y soltarlas; entonces oscilarían de un lado para el otro, la red de sodio contra la red de cloro. ¿Cómo podemos alguna vez inducir tal cosa? Esto es fácil, porque si aplicamos un campo eléctrico al cristal ¡va a empujar las cargas positivas hacia un lado y las negativas hacia el otro! Así, teniendo un campo eléctrico externo podremos a lo mejor obtener que el cristal oscile. Sin embargo, ¡la frecuencia del campo eléctrico necesaria es tan alta, que corresponde a las radiaciones infrarrojas! De manera que tratamos de encontrar una curva de resonancia midiendo la absorción de luz infrarroja por el cloruro de sodio. Tal curva se muestra en la figura 23-7. La abscisa no es frecuencia, sino que está dada en términos de la longitud de onda; pero eso, por supuesto, es sólo un problema técnico, ya que para una onda existe una relación bien definida entre frecuencia y longitud de onda; de manera que es realmente una escala de frecuencia y una cierta frecuencia corresponde a la frecuencia de resonancia.

Pero ¿qué pasa con el ancho? ¿Que determina el ancho? Hay muchos casos en los cuales el ancho que se ve en la curva no es realmente el ancho natural

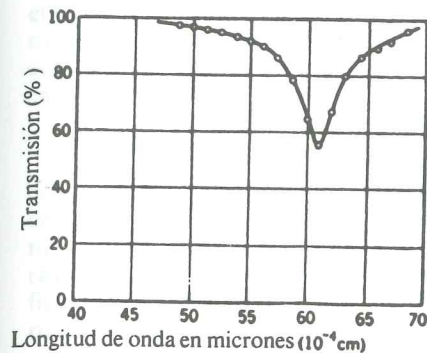


Fig. 23-7. Transmisión de radiación infrarroja a través de una delgada ($0,17 \mu$) película de cloruro de sodio. [De R. B. Barnes, *Z. Physik* **75**, 723 (1932). Kittel, *Introducción a la física del estado sólido*, Reverté, Barcelona, 1965.]

que uno obtendría teóricamente. Hay dos razones por las cuales puede haber una curva más ancha que la curva teórica. Si los objetos no tienen todos la misma frecuencia, como podría suceder si el cristal estuviera deformado en ciertas regiones de manera que en esas regiones la frecuencia de oscilación fuera ligeramente diferente que en otras regiones, entonces lo que tenemos son varias curvas de resonancia una encima de la otra; así que aparentemente obtenemos una curva más ancha. El otro tipo de ancho es simplemente éste: a lo mejor no podemos medir la frecuencia con suficiente precisión; si abrimos bastante la rendija del espectrómetro, entonces, aunque pensábamos que teníamos una sola frecuencia, realmente teníamos un cierto rango $\Delta\omega$, luego podríamos no tener el poder de resolución necesario para ver una curva angosta. De antemano, no podemos decir si el ancho de la figura 23-7 es natural, o si se debe a inhomogeneidades en el cristal o al ancho finito de la rendija en el espectrómetro.

Ahora cambiemos a un ejemplo más esotérico: el balanceo de un imán. Si tenemos un imán con polos norte y sur en un campo magnético constante, el extremo N del imán va a ser atraído hacia un lado y el extremo S hacia el otro, y en general actuará un torque sobre él de manera que va a oscilar en torno a su posición de equilibrio como la aguja de una brújula. Sin embargo, los imanes de que estamos hablando son átomos. Estos átomos tienen un momentum angular, el torque no produce por cierto un movimiento simple en la dirección del campo, sino una *precesión*. Ahora bien, mirado desde el lado, cualquier componente se está "balanceando" y podemos perturbar o inducir ese balanceo y medir una absorción. La curva en la figura 23-8 representa una curva de resonancia típica. Lo que se ha hecho aquí es ligeramente diferente desde el punto de vista técnico.

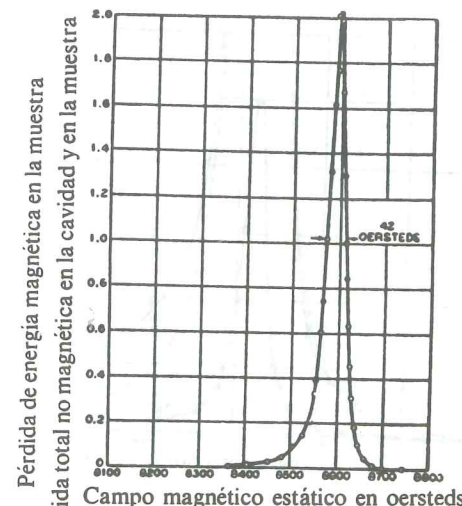


Fig. 23-8. Pérdida de energía magnética en compuestos orgánicos paramagnéticos en función de la intensidad del campo magnético aplicado. [Holden et al., *Phys. Rev* **75**, 1614 (1949).]

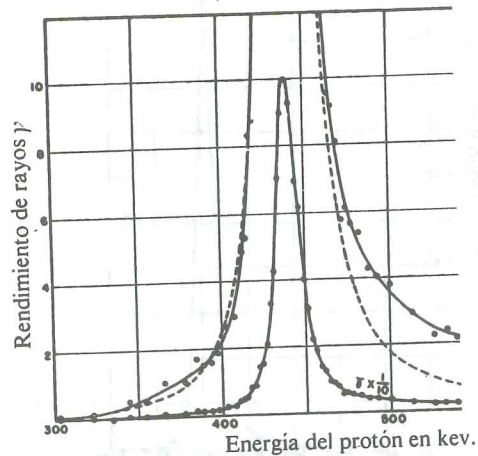


Fig. 23-9. La intensidad de la radiación gamma del litio en función de la energía de los protones de bombardeo. La línea de puntos es teórica, calculada para protones con *momentum angular* $l=0$. [Bonner y Evans, *Phys. Rev.* **73**, 666 (1948)]

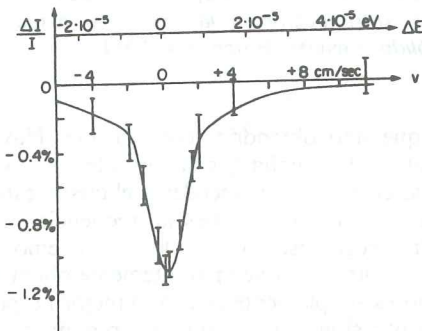
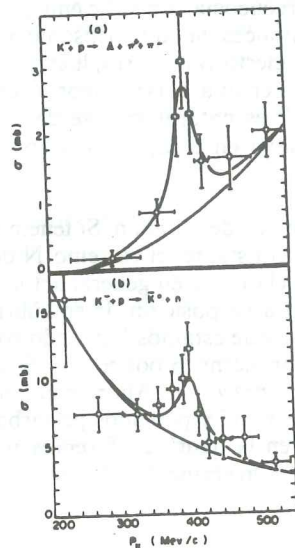


Fig. 23-10. [Cortesía del Dr. R. Mössbauer.]

Fig. 23-11. Dependencia del *momentum* en la sección eficaz para las reacciones (a) $K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^+ + \pi^-$ y (b) $K^- + p \rightarrow K^0 + n$. Las curvas inferiores en (a) y (b) representan el fondo que se supone no es resonante, mientras que las de arriba contienen además la resonancia superpuesta. [Ferro-Luzzi *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 28 (1962)]

La frecuencia del campo lateral que se usa para inducir este balanceo se mantiene siempre igual, mientras nosotros habíamos esperado que los investigadores la variarían e hicieran la curva. Ellos podrían haberlo hecho así, pero técnicamente para ellos fue más fácil dejar la frecuencia ω fija y variar la intensidad del campo magnético constante, lo que corresponde a variar ω_0 en nuestra fórmula. Dibujaron la curva de resonancia con respecto a ω_0 . De todos modos ésta es una resonancia típica con un cierto ω_0 y γ .

Vamos más allá aún. Nuestro próximo ejemplo tiene que ver con núcleos atómicos. Los movimientos de protones y neutrones en los núcleos son en cierto modo oscilatorios y podemos demostrar esto mediante el siguiente experimento. Bombardeamos un átomo de litio con protones y descubrimos que cierta reacción, que produce rayos γ , tiene en realidad un máximo muy agudo típico de resonancia. Notamos en la figura 23-9, sin embargo, una diferencia con respecto a los otros casos: ¡la escala horizontal no representa una frecuencia, sino una *energía*! La razón es que en mecánica cuántica lo que consideramos clásicamente como la energía resulta estar realmente relacionada con una frecuencia de una amplitud de onda. Cuando analizamos algo que en la simple física a gran escala tiene que ver con una frecuencia, encontramos que cuando hacemos los experimentos cuánticos con materia atómica obtenemos la curva correspondiente en función de la energía. De hecho, en cierto sentido esta curva es una demostración de esta relación. Ella muestra que la frecuencia y la energía tienen cierta interrelación profunda, que por cierto poseen.

Cambiemos ahora a otro ejemplo que también incluye un nivel de energía nuclear, pero ahora uno mucho, mucho más estrecho. La ω_0 en la figura 23-10 corresponde a una energía de 100.000 electronvolts, mientras que el ancho γ es aproximadamente 10^{-5} electronvolts; en otras palabras ¡esto tiene un Q de 10^{10} ! Cuando se midió esta curva, fue el Q más grande de cualquier oscilador que se hubiera medido jamás. Fue medida por el Dr. Mössbauer y fue la base de su premio Nobel. Aquí la escala horizontal es la velocidad, porque la técnica para obtener las frecuencias ligeramente diferentes consistió en usar el efecto Doppler moviendo la fuente con respecto al absorbedor. Uno puede ver cuán delicado es el experimento cuando nos damos cuenta que ¡la velocidad en juego es de unos pocos centímetros por segundo! En la escala real de la figura la frecuencia cero correspondería a un punto a unos 10^{10} cm hacia la izquierda, ¡ligeramente fuera del papel!

Finalmente, si examinamos un número del *Physical Review*, digamos el del 1.º de enero de 1962, ¿encontraremos una curva de resonancia? Cada número tiene una curva de resonancia y la figura 23-11 es la curva de resonancia para éste. Esta curva de resonancia resulta muy interesante. Es la resonancia encontrada en una cierta reacción entre partículas extrañas, una reacción en la cual un K^- y un protón interactúan. La resonancia se detecta viendo cuántas partículas de algún tipo salen y dependiendo de cuáles y cuántas salen, uno obtiene diferentes curvas, pero de la misma forma y con el máximo agudo en la misma energía. Determinamos así que hay una resonancia a una cierta energía para el mesón K^- . Esto significa probablemente que existe algún tipo de estado o condición correspondiente a esta resonancia que se puede alcanzar poniendo juntos un K^- y un protón. Esta es una nueva partícula o resonancia. Hoy día no sabemos si llamar un chichón como éste, una "partícula" o simplemente una resonancia. Cuando existe una resonancia muy aguda, corresponde a una *energía bien definida*,

justamente como si hubiera una partícula con esa energía presente en la naturaleza. Cuando la resonancia se hace más ancha entonces no sabemos si decir que hay una partícula que no dura mucho o simplemente una resonancia en la probabilidad de reacción. En el segundo capítulo se indica esto para las partículas, pero cuando se escribió el segundo capítulo esta resonancia no era conocida ¡de manera que nuestra tabla debería contener aún otra partícula más!

Transitorios

24-1 La energía de un oscilador

24-3 Transitorios eléctricos

24-2 Oscilaciones amortiguadas

24-1 La energía de un oscilador

Aunque este capítulo se titula "transitorios", algunas partes de él son, en cierto modo, parte del capítulo anterior sobre oscilaciones forzadas. Uno de los aspectos de una oscilación forzada que no hemos discutido todavía es la *energía* de la oscilación. Consideremos ahora esa energía.

¿Cuánta energía cinética hay en un oscilador mecánico? Es proporcional al cuadrado de la velocidad. Ahora llegamos a un punto importante. Consideren una cantidad arbitraria A que puede ser la velocidad o alguna otra cosa que queremos discutir. Cuando escribamos $A = Ae^{i\omega t}$, un número complejo, la A verdadera y honesta en el mundo físico es sólo la *parte real*; por lo tanto, si por alguna razón queremos usar el *cuadrado* de A no es correcto elevar al cuadrado el número complejo y luego tomar la parte real, porque la parte real del cuadrado de un número complejo no es simplemente el cuadrado de la parte real, sino que también incluye la *parte imaginaria*. De manera que cuando queremos encontrar la energía tenemos que apartarnos de la notación compleja por un rato para ver cuáles son los funcionamientos internos.

La verdadera A física es la parte real de $A_0 e^{i(\omega t + \Delta)}$, o sea, $A = A_0 \cos(\omega t + \Delta)$, donde \hat{A} , el número complejo, se escribe como $A_0 e^{i\Delta}$. Ahora bien, el cuadrado de esta cantidad física real es $A^2 = A_0^2 \cos^2(\omega t + \Delta)$. El cuadrado de la cantidad va entonces hacia arriba y hacia abajo desde un máximo a cero, como el cuadrado del coseno. El cuadrado del coseno tiene un máximo de 1 y un mínimo de 0 y su valor medio es $1/2$.

En muchos casos no estamos interesados en la energía en un momento específico durante la oscilación; para un gran número de aplicaciones sólo queremos el promedio de A^2 , el *promedio* del cuadrado de A en un periodo de tiempo grande comparado con el periodo de oscilación. En estas circunstancias se puede usar el promedio del coseno cuadrado; de esta manera tenemos el siguiente teorema: si A está representado por un número complejo entonces el promedio de A^2 es igual a $\frac{1}{2} A_0^2$. Ahora bien, A_0^2 es el cuadrado del módulo del complejo \hat{A} . (Esto se puede escribir de varias maneras: a algunas personas les gusta escribir $|\hat{A}|^2$; otras escriben $\hat{A}\hat{A}^*$, \hat{A} es su complejo conjugado.) Vamos a usar este teorema varias veces.