

MECÁNICA Y ONDAS (Teoría)

05 de febrero de 2004

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

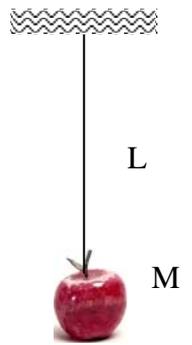
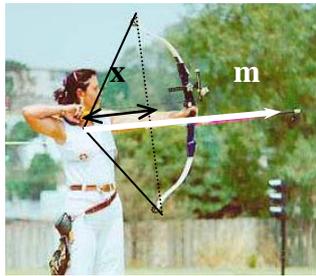
Instrucciones: En las siguientes cuestiones cada una de las respuestas puede ser verdadera o falsa. Marcar con una x el recuadro de la izquierda si pensáis que es verdadera () y el de la derecha si pensáis que es falsa (). Si os equivocáis eliminad la respuesta incorrecta escribiendo **No** al lado del cuadro correspondiente. Las cuestiones incorrectas puntuarán -0.8 puntos, las correctas, $+1$.

- Sea la función energía potencial de una partícula (en julios) $\Phi(x, y, z) = x + y + z - 3xyz$ y los puntos $P(1, 0, 0)$ y $Q(0, 1, 1)$. Entonces,
 1. La fuerza en P sobre la partícula vale $\vec{F}_P = (1, 1, 1)$
 2. La fuerza es central.
 3. El trabajo a lo largo de la recta \overline{OP} vale 1 julio.
 4. El trabajo a lo largo de la recta \overline{PQ} vale -1 julio
- Considérese la trayectoria de un móvil (en metros) $\vec{r}(t) = (\sin t, t, t^2)$. En el instante $t = \pi/2$ seg. se tiene que:
 5. La celeridad (módulo de la velocidad) vale 3.30 m/s.
 6. La aceleración vale $(1, 0, 2)$ m/s²
 7. La componente tangencial de la aceleración vale 6.28 m/s²
 8. El radio de curvatura vale 7.95 m.
 9. El vector tangente a la trayectoria es $(0, 1, \pi)$
- En un oscilador amortiguado:
 10. El factor de calidad Q es directamente proporcional al cociente entre la energía cinética media y a potencia media disipada
 11. Cuanto mayor es Q mas lento es el amortiguamiento
 12. En oscilaciones forzadas, la anchura del pico resonante es inversamente proporcional a Q .
- Considerar una esfera hueca homogénea de masa M y radios interior y exterior de 2 y 4 m respectivamente. El hueco se rellena con una esfera maciza, también de masa M y radio 2 m. Sea r la distancia desde el centro de las esferas a un punto arbitrario. Entonces,
 13. En $r = 5$ m el campo gravitatorio vale $2GM/25$
 14. En $r = 3$ m el campo gravitatorio vale $GM/6$
 15. En $r = 2$ m el campo gravitatorio vale $GM/2$
 16. En el centro de la esfera el campo gravitatorio tiende a cero

- Consideremos un péndulo simple de masa m y longitud l . Si, en un sistema de coordenadas con el eje OX hacia abajo y el eje OY hacia la derecha, θ es el ángulo respecto de la vertical, entonces:
 17. El lagrangiano del movimiento es $m(\dot{\theta})^2 + mgl \cos \theta$
 18. El momento angular $ml^2\dot{\theta}$ se conserva.
 19. La ecuación de movimiento es $ml\ddot{\theta} + mg \sin \theta = 0$
 20. La fuerza de ligadura en la dirección \vec{u}_θ vale cero.
 21. La fuerza de ligadura en la dirección \vec{u}_r vale $-mg \sin \theta$
- Sea una partícula de masa 1 kg moviéndose con momento angular $l = 4 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ bajo la acción de un potencial $U(r) = -r^2/2$.
 22. Existe una órbita circular de 2 m de radio
 23. Si la energía es de 3 julios, la distancia más cercana al centro de potencial es de $\sqrt{2}$ m.
 24. Si la energía es de 5 julios, la distancia más lejana al centro de potencial es menor que $\sqrt{6}$ m.
 25. No existe movimiento para energías negativas.

EXAMEN DE MECÁNICA Y ONDAS - grupos B y C (5/01/04)
Problemas

1. Se lanza una flecha, de masa $m=50$ gr, con un arco, de forma que incida horizontalmente sobre una manzana de masa $M=200$ gr, que pende de un hilo de longitud $L=2$ m, como aparece en la figura. El arco responde a la ley de Hooke, con una constante elástica $k=10$ N/m, y se tensa desplazando el hilo una distancia $x=40$ cm respecto a la posición de equilibrio. Calcula (justificando concisamente el razonamiento):



a) La energía cinética con la que sale la flecha del arco, su velocidad y la velocidad con que la flecha clavada en la manzana inicia su movimiento pendular. Considera la manzana una masa puntual.

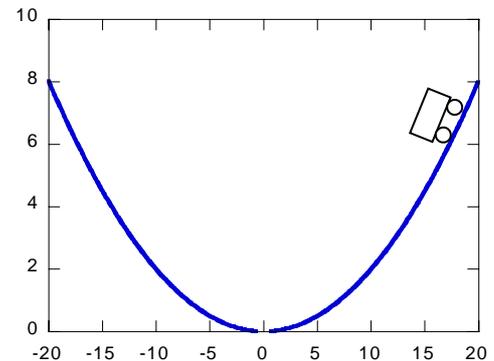
b) La altura máxima que alcanzan la flecha y la manzana, así como el tiempo transcurrido.

c) Si la manzana estuviese en un medio viscoso, ¿que valor debería tener el factor de amortiguamiento β para que el movimiento fuera aperiódico crítico?. Calcula el tiempo que tardarían la manzana y la flecha en alcanzar la altura máxima en este caso.

2. Una atracción de feria llamada "la Uve" consiste en un vagón de masa m que puede moverse por unos raíles que tienen forma de *catenaria*, descrita por la función:

$$y = 4a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right) - 4a$$

Se supondrá que el vagón es una masa puntual y que la distancia $a=100$ m. Calcula (justificando concisamente el razonamiento):



a) La función lagrangiana, incluyendo la condición de ligadura.

b) Las ecuaciones del movimiento en la aproximación de pequeñas oscilaciones ($x \ll a$).

c) Las soluciones del movimiento en dicha aproximación, sabiendo que en el instante inicial $t=0$, $x = 10$ m y $v=0$. ¿cuánto vale el periodo del movimiento?.

SE RECUERDA que: $\cosh\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{e^{x/a} + e^{-x/a}}{2}$ y $e^\alpha \approx 1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2!}$