

EXAMEN Parcial DE MECANICA Y ONDAS (Teoria)
2 de Febrero de 2006

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

Instrucciones: Cada cuestión se puntuará con 10/16 puntos, si la respuesta es completamente correcta. Y entre 0 y 10/16 puntos dependiendo de los errores cometidos en la respuesta. Es obligatorio entregar, en hojas aparte, los cálculos y razonamientos realizados .

Sea la función potencial $\Phi(x,y,z) = 2x^2 - y^2 + z^3$ y el punto P de coordenadas cartesianas (1, 1, 0). Entonces,

1. Calcular el valor del campo vectorial $\overrightarrow{\text{grad}} \Phi$ en el punto P.

Resp :

2. Razonad que $\overrightarrow{\text{grad}} \Phi$ es perpendicular a toda superficie equipotencial $\Phi = \text{const}$ en todos sus puntos.

Resp :

3. ¿Cuánto vale el trabajo de $\vec{F} = \overrightarrow{\text{grad}} \Phi$ a lo largo de una trayectoria cuyos extremos están en la misma superficie equipotencial $\Phi = \text{const}$? Razonad

Resp :

Considerar una masa puntual de 250 *gramos* que se mueve en el campo de fuerzas $\vec{F} = -x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ (*Newtons*), que inicia el movimiento en un punto A de coordenadas cartesianas (1, 0, 1). (*metros*) con velocidad (1, 2, 1). (*metros/seg*)

4. ¿Es \vec{F} es un campo de fuerzas central?. Razonad

Resp :

5. ¿Cuánto vale la diferencia de energía potencial entre el origen de coordenadas y el punto A?.

Resp :

6. ¿ Cuanto vale la velocidad areolar?

Resp :

Un sistema de dos partículas se mueve en tres dimensiones con energía potencial

$$U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = 3(z_1 + z_2) + (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \text{ julios}$$

entonces:

7. ¿Cuánto vale la fuerza total ejercida sobre el sistema ?.

Resp :

8. ¿Que componentes del momento total se conservan?.

Resp :

9. ¿Que componentes del momento angular total se conservan?.

Resp :

El coeficiente de amortiguamiento de un oscilador amortiguado es $\beta = \pi \text{ s}^{-1}$ y su frecuencia sin amortiguar es $\nu = \omega_0/2\pi = 2 \text{ Hz}$ (periodos por segundo).

10. ¿Que tiempo tarda la amplitud en alcanzar la décima parte de su valor inicial?.

Resp :

11. Si aplicamos una fuerza externa sinusoidal de frecuencia variable, deduce la frecuencia a la que resonará el sistema

Resp :

12. ¿Aparece la resonancia de forma acusada, al variar la frecuencia externa?. ¿Por qué?

Resp :

Considerad una partícula de masa m moviéndose en un potencial central de energía $V(r) = -k/r$

13. Escribe la energía cinética en coordenadas polares.

Resp :

14. Escribe el momento conjugado de la coordenada radial.

Resp :

15. Escribe el momento conjugado de la coordenada angular.

Resp :

16. Construye el Hamiltoniano del sistema e identifica el potencial efectivo.

Resp :

EXAMEN DE MECÁNICA Y ONDAS (2/2/2006) PRIMER PARCIAL
Problemas

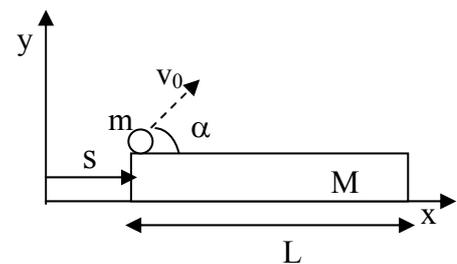
NOTA: justificar brevemente los pasos del procedimiento de resolución a medida que se realizan los cálculos.

1. Un cuerpo de masa m sometido a la fuerza gravitatoria es lanzado con velocidad inicial v_0 desde el suelo, formando un ángulo α con éste (eje horizontal).

- Calcula la aceleración tangencial, la aceleración normal y el radio de curvatura en un instante arbitrario de la trayectoria.
- Particulariza el cálculo anterior para el instante inicial y para el instante de la trayectoria en el que el cuerpo alcanza la altura máxima. Dibuja los vectores indicando cada una de las componentes en ambos casos.

Ahora la situación cambia: consideremos una plataforma de masa M y longitud L que puede deslizarse sin rozamiento sobre el eje horizontal. El lanzamiento de la masa m se efectúa desde un extremo de dicha plataforma, con velocidad v_0 relativa a la plataforma y formando un ángulo α respecto al suelo :

- Calcula la lagrangiana del sistema y las ecuaciones del movimiento. Comenta el significado de dichas ecuaciones.
- Supongamos el caso en que $M = 3m$, $\alpha = 45^\circ$ y $L = 100$ m. Antes del lanzamiento la masa y la plataforma se encuentran en reposo. Calcula la expresión de la velocidad que adquiere la plataforma y el tiempo durante el que ésta se mueve con dicha velocidad. Determina la velocidad máxima con la que se puede lanzar el cuerpo para que caiga sobre la plataforma, sin salirse de ella.



2. Sea el potencial unidimensional $V(x) = -\frac{e}{x} + e^{1/x}$

- Determina los puntos de equilibrio estable y el valor de la energía en dichos puntos.
- Calcula el período de las pequeñas oscilaciones alrededor de los puntos de equilibrio estable.
- Discute los distintos tipos de órbitas que puede seguir un cuerpo de masa m que se encuentre en el seno de este potencial dependiendo del valor de su energía total.
- Un cuerpo de masa $m=1$ kg sometido a este potencial parte del punto $x=0.8$ m ¿ qué velocidad inicial mínima le permitirá alejarse del pozo de potencial?. Si parte de ese punto con una velocidad de 2 m/s, ¿que velocidad tendrá en el infinito?.