

Examen Final de MECANICA Y ONDAS
9 de septiembre de 2008

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

1. Una partícula se mueve en una órbita bidimensional definida por

$$\begin{aligned}x(t) &= A(2t - \sin t) \\ y(t) &= A(1 - \cos t)\end{aligned}$$

- (a) ¿Cuánto vale la aceleración tangencial en cada instante?.
 - (b) ¿Cuánto vale la aceleración normal?.
 - (c) Determinar el radio de curvatura en el instante $t = \pi/2$.
2. (Jun 05) Una masa de 1 kg, que se encuentra suspendida de un muelle de constante elástica $k = 1 \text{ N/m}$, se mueve en un medio con una fuerza de amortiguamiento proporcional a la velocidad, de constante b .
- (a) ¿Qué condición debe cumplir b para que el amortiguamiento sea oscilante?.
 - (b) ¿Cuánto vale b si al cabo de 3 oscilaciones la amplitud del movimiento se reduce un factor e^2 ?.
3. En un punto de la superficie terrestre a 45° de latitud norte, un cañon, inclinado 45° sobre la superficie, lanza proyectiles a una velocidad de 200 m/s.
- (a) Suponiendo que la Tierra no girase, obtener la altura máxima que suben los proyectiles y su alcance sobre la superficie (plana).
 - (b) Teniendo en cuenta la rotación terrestre, obtener la aceleración inicial de los proyectiles observada desde un sistema de referencia ligado a la Tierra.
 - (c) ¿Hacia qué punto cardinal se desvían los proyectiles, debido a la aceleración de Coriolis en el instante inicial?.

4. (Jun 04) Considerar el movimiento de una masa puntual en un potencial unidimensional $V(x) = (x - 1)^2(x + 3)^2 + 5$, (expresado en julios), partiendo del reposo en $x = 2$.
- ¿Qué energía total tiene dicha masa en su movimiento? .
 - Obtener la energía cinética máxima y mínima que alcanza .
 - Obtener el punto en el que el movimiento retrocede.
5. Una partícula de masa m se mueve bajo la acción del campo gravitatorio terrestre sobre la superficie de un cono de ángulo α , con su vértice hacia arriba.
- Escribir la lagrangiana en coordenadas esféricas y obtener el momento conjugado que se conserva.
 - Escribir el potencial efectivo. Discutir el tipo de órbitas. ¿existe una órbita circular?.
 - Escribir la ecuación del movimiento en el caso de que el momento conservado de la partícula sea nulo. Obtener, en este caso, el tiempo que tarda la partícula en caer desde una altura h hasta la base del cono.
6. (Sep 06) Considerar la dispersión de partículas por una esfera dura de radio a
- ¿Como se define la sección eficaz de dispersión?
 - ¿Cuánto vale la sección eficaz total?
7. (Jun 03) Un electrón de masa $0.5 \text{ MeV}/c^2$ se mueve con velocidad $0.8c$, colisionando con un positrón, moviéndose en sentido contrario con la misma velocidad (y la misma masa), obtener:
- El momento de las partículas que colisionan
 - La energía total del sistema electrón-positrón en el centro de masas
 - La energía del electrón en el sistema de referencia en el que el positrón está en reposo

8. (Sep 06) Sea una placa cuadrada de masa m y lado $2a$, situada en el plano XY con lados paralelos a los ejes y centro en el origen. Sabiendo que el momento de inercia alrededor del eje OX vale $ma^2/3$:
- (a) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los ejes OY y OZ ?
 - (b) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de las diagonales de la placa?
 - (c) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los lados de la placa?
9. (Sep 04) Considerad una molécula de N_2O (lineal triatómica) aislada, observada desde el centro de masas:
- (a) Describir el movimiento de los modos normales.
 - (b) En el modo normal antisimétrico, obtener la relación entre las velocidades de vibración del nitrógeno y del oxígeno ($m_N = 14$ u.a., $m_O = 16$ u.a.).
 - (c) ¿Qué modo vibra con mayor frecuencia, el simétrico o el antisimétrico?
10. (Jun 05) Considerar un paquete de ondas en un medio dispersivo cuya relación de dispersión $\omega(k)$ es $b^2k^2 = \omega^2 - a^2$ siendo b y a constantes.
- (a) Calculad la velocidad de fase.
 - (b) Calculad la velocidad de grupo.
 - (c) Comentar el significado de dichas velocidades.