Segundo parcial/ Examen Final de MECÁNICA Y ONDAS

4 de junio de 2007

Apellidos: Nombre:

Grupo:

Instrucciones:

Segundo Parcial: cuestiones 6, 7, 8, 9, 10, 11
Examen Final: Todas las cuestiones excepto la 7 y la 10

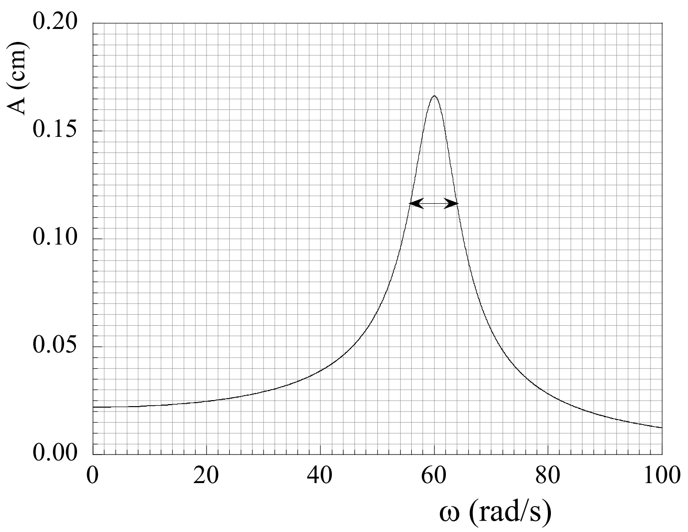
---

1. Considerar una partícula de masa m en un campo de fuerzas $\vec{F} = ay\,\vec{r}$, donde $\vec{r} = (x, y, z)$ es el vector posición, y a una constante.

   a. Mostrar si el campo de fuerzas es conservativo.
   b. Obtener el trabajo del campo a lo largo del segmento que une los puntos A (1,0,0) y B (2,1,0)

---

2. A un oscilador amortiguado se le aplica una fuerza externa sinusoidal de frecuencia angular ω. Al variar la dicha frecuencia, la amplitud de la oscilación varia como se indica en la figura adjunta. A partir de los datos de la figura



   a. Escribir el valor de la frecuencia resonante ω_r, el factor de amortiguamiento β, la frecuencia natural del oscilador ω_0 y la amplitud de la aceleración impulsora.
   b. Escribir la solución general del oscilador cuando se fuerza con frecuencia de 40 rad/s

---

3. Un objeto de masa 2 kg se impulsa sobre una superficie horizontal con velocidad inicial de v_0=3 m/s. Sabiendo que la fuerza de rozamiento con la superficie es de 0.5/v newtons, donde v es la velocidad del objeto, se pide

   a. Obtener el tiempo t que el objeto tarda en pararse.
   b. ¿Que distancia recorre?

---

4. Una bolita de masa m está unida al extremo de un muelle, de constante recuperadora k. El muelle se encuentra inicialmente en posición horizontal, fijado por el otro extremo y estirado una longitud A. Se deja caer la bolita desde el reposo, bajo la acción simultánea de la gravedad y del muelle,

   a. Escribir la lagrangiana del sistema en coordenadas cartesianas.
   b. Resolver las ecuaciones del movimiento, teniendo en cuenta las condiciones iniciales.
   c. ¿Cuál es la posición de equilibrio? Dibujar la trayectoria del movimiento

5. Considerad una partícula cargada de masa m y momento angular l, moviéndose en un potencial coulombiano de energía $V(r)=-\alpha/r$ con $\alpha>0$

   a. Escribir la energía total de la partícula en coordenadas polares. ¿Cuánto vale la energía cinética radial?
   b. Obtener el radio r_c de la órbita circular. ¿Cuánto vale la energía cinética radial en esta órbita?

---

6. En un sistema inercial S se observan tres sucesos a_1=(3,2,0,2), a_2=(4,-1,0,A) y a_3=(-2,B,0,-2), con coordenadas espacio-temporales (ct,x,y,z) en unidades arbitrarias con c=1.

   a. ¿Para qué valores de B están los sucesos a_1 y a_3 conectados causalmente?.
   b. ¿Para qué valor de A existe un sistema de referencia S_1 en el que los sucesos a_1 y a_2 son simultáneos y están separados por una distancia $\sqrt{8}$?. ¿Cuál es la velocidad de S_1 respecto de S ?

---

7. Un pión neutro (m_{π}=140 MeV/c²) con una energía de 200 MeV se desintegra en vuelo emitiendo dos fotones con la misma energía.

   a. Obtener el ángulo que forman las trayectorias de los fotones al salir.
   b. Cuál es la energía de cada fotón en el sistema CM.

---

8. ¿Hacia qué punto cardinal de la superficie terrestre debemos lanzar un proyectil para que, debido a la fuerza de Coriolis, se desvíe

   a.Hacia el oeste en el hemisferio norte?.
   b.Hacia el oeste en el hemisferio sur?.

---

9. Considerar una espira cuadrada sin masa, de semilado a, en la que se colocan dos masas m puntuales en dos vértices opuestos de la espira y dos masas 2m en los otros dos vértices.

a.Escribir la matriz de inercia respecto del sistema con origen en el centro de masas de la espira y ejes XY paralelos a los lados .

b.Escribir la matriz de inercia respecto del sistema con origen en el centro de masas de la espira y ejes XY segun las diagonales.

c.Si forzamos la espira a girar con velocidad constante w alrededor de un eje paralelo a un lado de la espira, ¿cuál es el momento de las fuerzas en el sistema de ejes principales? (ecuaciones de Euler)

---

10. (Jun 07) Sean dos masas $m_1=m$ y $m_2=m/2$ unidas horizontalmente entre sí por un muelle de constante k. A su vez, la primera de ellas está unida a la pared mediante otro muelle, alineado con el anterior, tambien de constante k

a.Obtener la energía cinética, la energía potencial y el lagrangiano del sistema.

b.Obtener las frecuencias propias

c.Obtener los modos normales.

d.Resolver el movimiento con las condiciones iniciales $x_1(0)=x_1(0)=x_2(0)=0$ y $x_2(0)=A$. (los muelles tienen longitud nula en reposo y la pared está en $x=0$)

---

11. (Jun 07) Sea una cuerda tensa por la que se propaga una perturbación sinusoidal y(x,t). La perturbación vale $y(1,0)=0.1\sin 2\pi$, y $y(0,1)=-0.1\sin\pi/4$.

(las longitudes están dadas en metros y los tiempos en segundos)

a.Obtener la perturbación y(x,t).

b.¿En qué sentido se propaga la perturbación y con qué velocidad?.