

# MECÁNICA Y ONDAS (Final Teoría)

23 de junio de 2003

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

**Instrucciones:** En las siguientes cuestiones cada una de las respuestas puede ser verdadera o falsa. Marcar con una x el recuadro de la izquierda si pensáis que es verdadera ( ) y el de la derecha si pensáis que es falsa ( ). Si os equivocáis eliminad la respuesta incorrecta escribiendo **No** al lado del cuadro correspondiente. Las cuestiones incorrectas puntuarán  $-0.8$  puntos, las correctas,  $+1$ .

- Sea el punto  $P$  de coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi) = (\sqrt{2}, \pi/4, \pi)$  y el punto  $Q$  de coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi) = (1, \pi/2, \pi/3)$ .

1.   Las coordenadas cartesianas de  $P$  son  $(1, 0, 1)$
2.   Las coordenadas cartesianas de  $Q$  son  $(1/2, 0, \sqrt{3})$
3.   Los vectores locales  $\vec{u}_\phi$  en  $P$  y  $\vec{u}_\theta$  en  $Q$  son perpendiculares entre si.

- Considerar el campo de fuerzas  $\vec{F} = 6r\vec{r}$  y el punto  $A$  de coordenadas cartesianas  $(1, 1, 1)$

1.    $\vec{F}$  es un campo de fuerzas conservativo.
2.   El trabajo a lo largo del segmento  $OA$  vale 9.
3.   La energía potencial en el interior de una esfera con centro en el origen  $O$  es constante.

- Considerar el movimiento de una masa de 8kg en un potencial unidimensional  $V(x) = (x - 2)^4 + 4$ , (expresado en julios), partiendo del reposo en  $x = 0$ .

1.   La energía potencial mínima es 4 julios
2.   La velocidad máxima que alcanza es de  $\sqrt{5}$ m/s
3.   El movimiento retrocede en  $x = 5$

- Suponed que la Tierra tuviese el doble de diametro, entonces:

1.
13.   La masa de la Tierra sería el doble.
14.   La gravedad en la superficie de la Tierra sería el doble
15.   La velocidad de escape para un cohete lanzado desde la superficie sería el doble.

- En una dispersion por un potencial central la relacion entre el parámetro de impacto  $b$  y el angulo de dispersión  $\theta$  es  $b = 3 \cos(\theta/2)$

1.   La seccion eficaz diferencial vale  $3 \sin(\theta/2)$   
  La seccion eficaz total es  $9\pi$   
  Si el parametro de impacto vale 3,el proyectil no se desvía.

- Consideremos un punto fijo  $P'(0,0,4)$  en el sistema inercial  $S'$ , con coordenadas en millones de kilometros, y que se mueve respecto de otro sistema de referencia inercial  $S$  con la velocidad  $V = 0.6c$  según el eje  $z$ , en este sistema. En  $t = t' = 0$  ambos sistemas coinciden y un cohete relativista se dirige desde el origen  $O'$  al punto  $P'$  con velocidad  $u' = 125000 \text{ km/s} \simeq 0.42c$ , segun el observador de  $S'$ . Entonces:  $2\pi\sqrt{2} = 8.885766$

EXAMEN DE MECÁNICA Y ONDAS (16/6/2004)  
Problemas

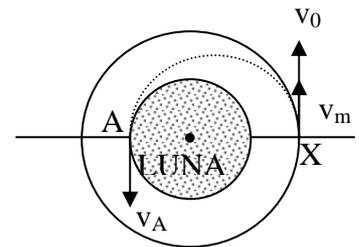
Segundo Parcial: Problema 2 y Problema 3  
Final: Problema 2 y **uno** de los otros dos a elegir

**IMPORTANTE:** todos los alumnos deberán escribir sobre el examen si se presentan al segundo parcial o al examen final.

1. Una nave espacial de masa  $m=12 \cdot 10^3$  kg se encuentra en una órbita circular a una altura  $h=100$  km sobre la superficie de la Luna. Cuando la nave se encuentra en el punto X de la órbita, se accionan los motores de frenado durante unos instantes para proceder al alunizaje en el punto A de la superficie lunar, siguiendo una elipse de la que los puntos X y A son los extremos del eje mayor.

a) Calcula la velocidad de la nave  $v_0$  en su órbita circular inicial.

b) Como consecuencia del breve encendido de los motores de frenado, la velocidad de la nave en X pasa a tener un valor  $v_m$ . Calcula la velocidad  $v_A$  y también  $v_m$  usando la conservación del momento angular y la conservación de la energía (recuerda que en los puntos apsidales la velocidad radial es nula).



c) Calcula la masa de carburante consumida durante el breve encendido de los motores sabiendo que la velocidad de los gases respecto a la nave es de 10 km/s y que se debe cumplir la conservación del momento lineal.

DATOS: la aceleración de la gravedad en la superficie de la luna  $g = 1.623 \text{ m/s}^2$ . El radio de la Luna  $R=1738$  km.

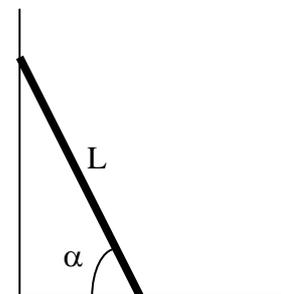
2. Una escalera de longitud  $L=3$  m apoyada sobre la pared formando inicialmente un ángulo de  $60^\circ$  con el suelo, se desliza desde el reposo y sin rozamiento hasta quedar en posición horizontal.

a) Obtener el momento de inercia de una varilla respecto un eje situado en el centro de masas y perpendicular a la varilla. Utilizando el teorema de Steiner, calcularlo también respecto a un eje paralelo al anterior y situado en uno de los extremos de la varilla.

b) Escribir la Lagrangiana del sistema, considerando que el momento de inercia de la escalera se puede aproximar por el de una varilla ideal.

c) Obtener las ecuaciones del movimiento y resolverlas en el caso de que los ángulos sean muy pequeños.

d) Obtener la velocidad con la que llega al suelo el extremo superior de la escalera.



3. Un kaón positivo en reposo se desintegra en un pión positivo y un pión neutro ( $k^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ )

a) Calcula la energía y el momento de cada uno de los piones.

b) Si al detector llega solo el 10% de los  $\pi^+$ , ¿a que distancia está situado del punto de desintegración?

c) Si el  $\pi^0$  se desintegra en dos fotones, calcula el ángulo que forman en el laboratorio respecto a la dirección del  $\pi^0$  cuando ambos fotones tienen la misma energía en este sistema.

DATOS:  $m_{k^+}=493.9$  MeV,  $m_{\pi^0}=135$  MeV,  $m_{\pi^+}=139.6$  MeV, tiempo de vida  $\tau_{\pi^+}=2.6 \cdot 10^{-8}$  s .