

Tema 7. Colisiones o choques y dispersión

Chantal Ferrer Roca 2008

1. Introducción.
2. Conservación del momento lineal y de la energía. Tipos de choques.
3. Choques elásticos. Sistemas de coordenadas laboratorio y centro de masas.
4. Choques inelásticos. Variación de la energía en el choque. Reacciones.
5. Dispersión elástica por una esfera dura. Sección eficaz.
6. Dispersión por un potencial central: Dispersión de Rutherford.

Bibliografía: [Marion], [Rañada], [Goldstein], [AFinn]



Tema 7. Colisiones o choques y dispersión

NOTA IMPORTANTE:

Los contenidos de este documento representan un esquema de los conceptos fundamentales del tema, por lo que en ningún caso se trata de apuntes completos. Este esquema se complementa con explicaciones, razonamientos, ejemplos y problemas que se desarrollan durante las clases, así como con alguno(s) de los libros que se incluyen en la bibliografía

Bibliografía: [Marion], [Rañada], [Goldstein], [AFinn]

Chantal Ferrer Roca 2008

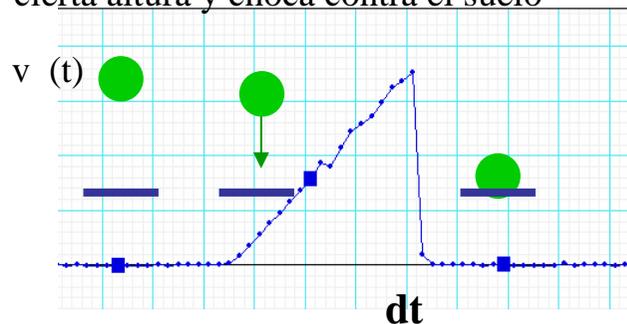
1. Introducción

COLISIÓN O CHOQUE : proceso de interacción interno de un sistema (de dos cuerpos) entre los que se transfiere momento y energía e incluso masa



Fuerzas impulsivas: grandes, tiempo breve
Fuerzas externas insignificantes en comparación

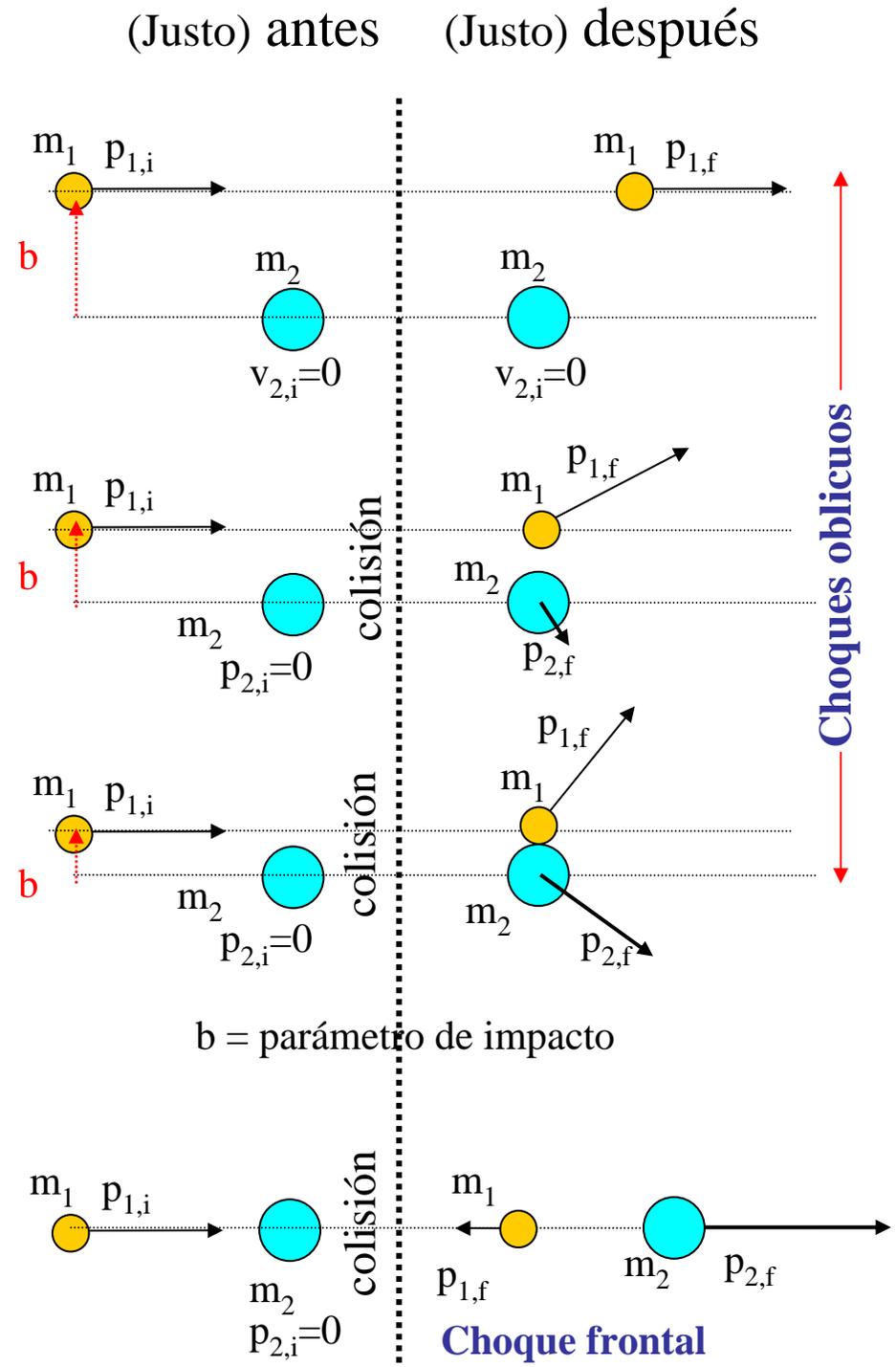
Velocidad de un cuerpo deformable que cae desde una cierta altura y choca contra el suelo



Dispersión o difusión: las partículas son las mismas antes y después de la colisión

Reacción: cambia la naturaleza de las partículas

Chantal Ferrer Roca 2008



2. Conservación del momento lineal y de la energía. Tipos de choques

Se conocen los movimientos de las partículas antes de la colisión, pero se desconocen las fuerzas de interacción. ¿Qué se puede saber de su movimiento final aunque desconozcamos las fuerzas de interacción?

Aunque no se conozca la interacción, los principios de conservación permiten deducir el estado final a partir del inicial o viceversa .

1. CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL (CML): las fuerzas externas son despreciables frente a las fuerzas internas durante la colisión

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$\vec{p}_{Ai} + \vec{p}_{Bi} = \vec{p}_{Af} + \vec{p}_{Bf}$$

choques 2D, en general

2. En base a la CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA (CE) en el choque:

Choque elástico : T se conserva

$$T_f = T_i$$

$$T_{Ai} + T_{Bi} = T_{Af} + T_{Bf}$$

Choque inelástico : T no se conserva

$$T_f = T_i + Q$$

$$T_f - T_i = \Delta T = Q$$

Como vimos en el tema 4:

La energía mecánica (cinética) se transforma en energía interna u otras formas de energía disipativas (calor, deformación, etc.)

$$Q < 0 \text{ endotérmico} \quad T_i > T_f$$

La energía interna se transforma en energía mecánica (cinética) de las partículas finales (por ej.: en reacciones químicas, reacciones nucleares)

$$Q > 0 \text{ exotérmico} \quad T_f > T_i$$

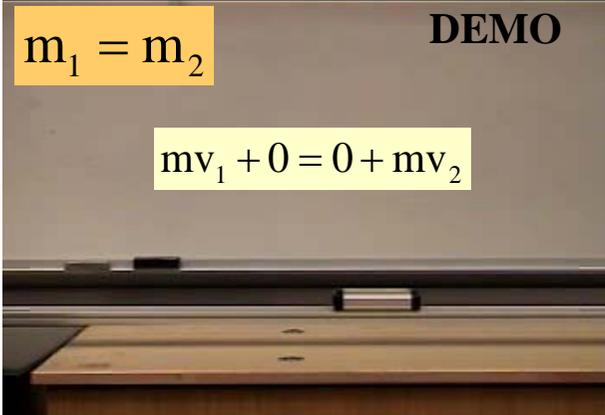
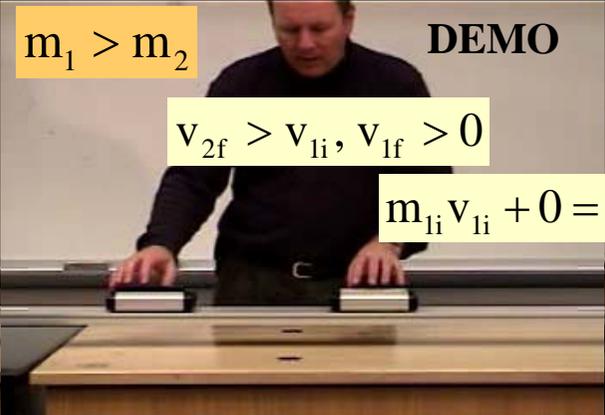
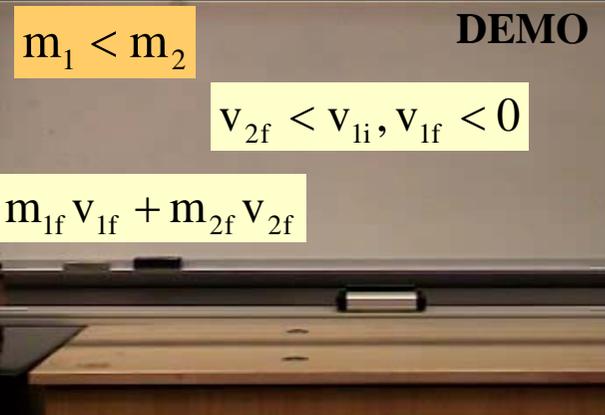
2. Conservación del momento lineal y de la energía. Tipos de choques

DEMO de choques en 1D en clase (frontales)

Chantal Ferrer Roca 2008

Choques 1D elásticos (se conserva la energía)

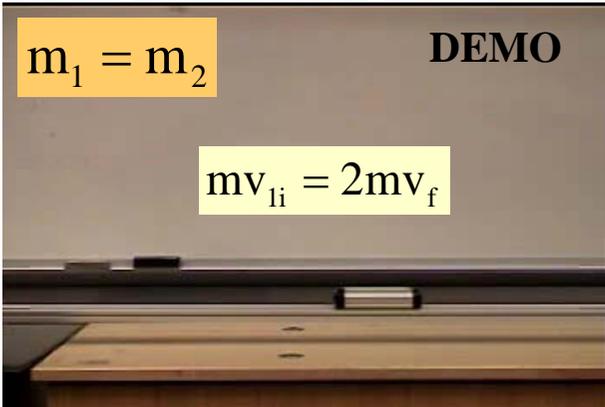
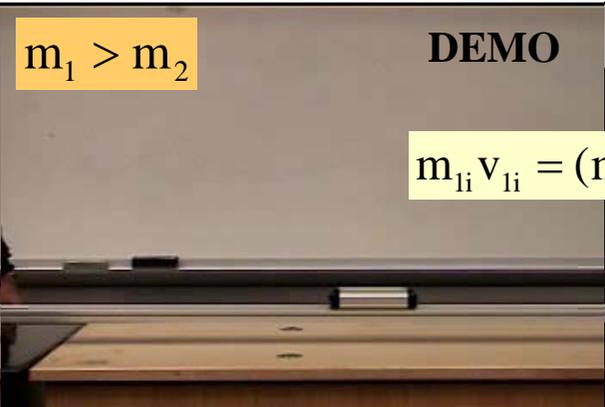
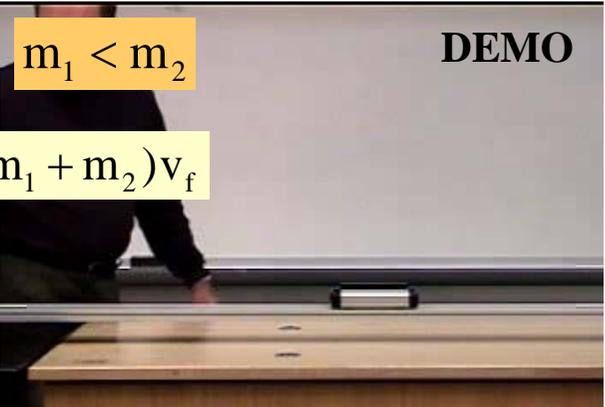
Videos

$m_1 = m_2$	DEMO	$m_1 > m_2$	DEMO	$m_1 < m_2$	DEMO
$mv_1 + 0 = 0 + mv_2$		$v_{2f} > v_{1i}, v_{1f} > 0$ $m_{1i} v_{1i} + 0 = m_{1f} v_{1f} + m_{2f} v_{2f}$		$v_{2f} < v_{1i}, v_{1f} < 0$	

http://www.wfu.edu/physics/demolabs/demos/avimov/mechanics/elastic_collisions/elastic_cars.MPG
http://www.wfu.edu/physics/demolabs/demos/avimov/mechanics/elastic_collisions/elastic_cars_bs.MPG
http://www.wfu.edu/physics/demolabs/demos/avimov/mechanics/elastic_collisions/elastic_cars_sb.MPG

Videos

Choques 1D completamente inelásticos (no se conserva la energía)

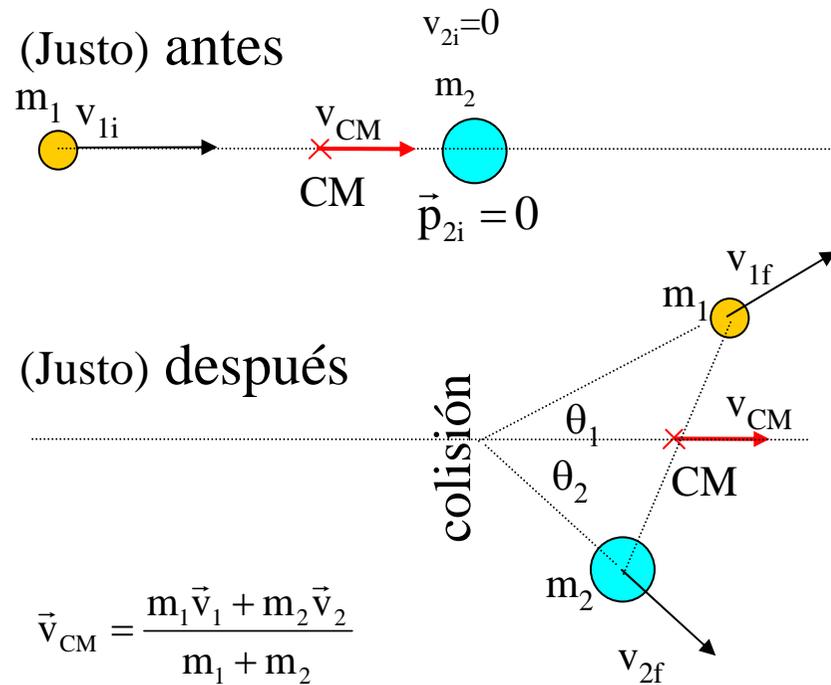
$m_1 = m_2$	DEMO	$m_1 > m_2$	DEMO	$m_1 < m_2$	DEMO
$mv_{1i} = 2mv_f$		$m_{1i} v_{1i} = (m_1 + m_2) v_f$			

http://www.wfu.edu/physics/demolabs/demos/avimov/mechanics/inelastic_collisions/inelastic_cars.MPG
http://www.wfu.edu/physics/demolabs/demos/avimov/mechanics/inelastic_collisions/inelastic_cars_bs.MPG
http://www.wfu.edu/physics/demolabs/demos/avimov/mechanics/inelastic_collisions/inelastic_cars_sb.MPG

3. Choques elásticos. Sistema laboratorio

SISTEMA LABORATORIO

En general, ambas partículas pueden tener velocidades iniciales. No obstante, siempre se puede encontrar un sistema inercial en el que una de ellas está quieta inicialmente (principio de relatividad de Galileo: todos los sistemas inerciales son equivalentes). Por otro lado, en muchos casos ese sistema es el sistema laboratorio (en el caso de reacciones nucleares el blanco está fijo).



La velocidad del CM es la misma durante todo el proceso, al ser despreciables las fuerzas externas

$$\text{CML} \quad \vec{p}_{li} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \quad 2ec$$

$$\rho = \frac{m_1}{m_1} = \frac{\sin(\theta_1 + 2\theta_2)}{\sin\theta_1} \quad \text{Demostrar}$$

$$|\vec{p}_{li}|^2 = |\vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}|^2 = |\vec{p}_{1f}|^2 + |\vec{p}_{2f}|^2 + 2\vec{p}_{1f} \cdot \vec{p}_{2f}$$

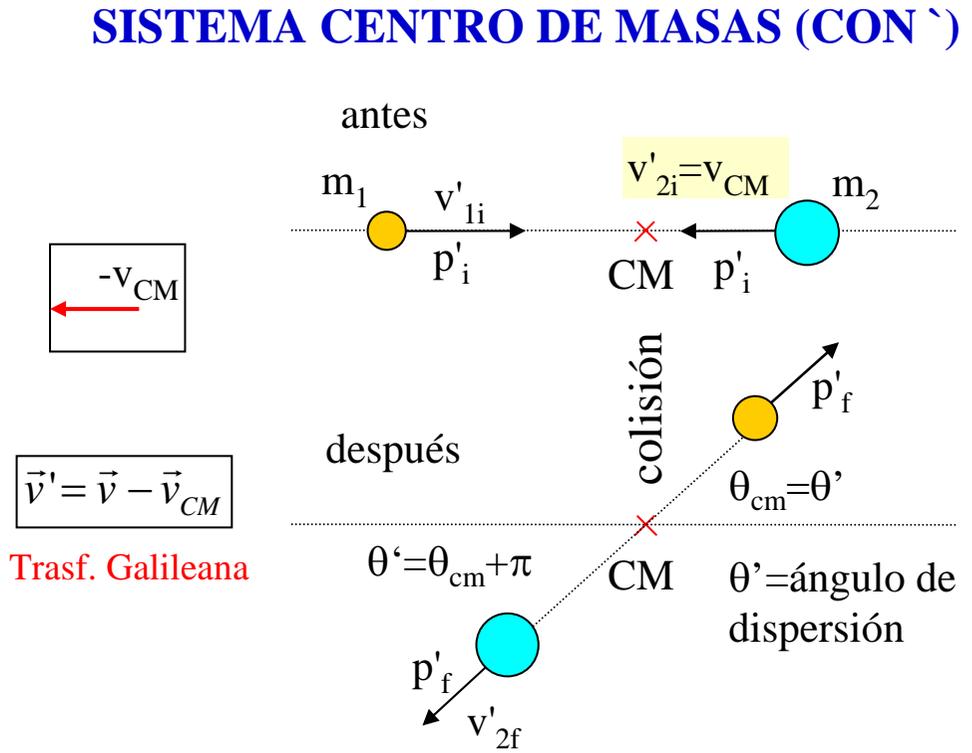
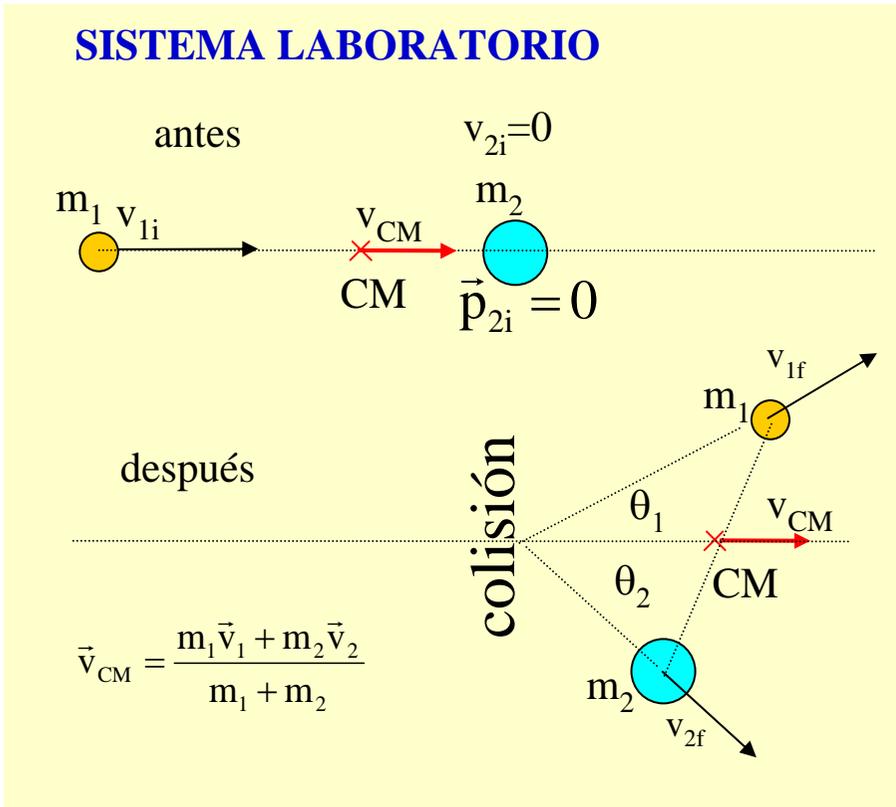
$$\text{CE} \quad T_{li} = T_{1f} + T_{2f} \quad 1ec$$

$$\frac{p_{li}^2}{2m_1} = \frac{p_{1f}^2}{2m_1} + \frac{p_{2f}^2}{2m_2}$$

Momento y energía del estado inicial + una medida del final (ángulo, por ejemplo) = conocido estado final.

Si las masas son idénticas, CML y CE son compatibles si uno de los momentos es nulo o si el ángulo entre ellas es 90°

3. Choques elásticos. Sistema centro de masas



CML $\vec{p}'_{1i} = -\vec{p}'_{2i}$ $\vec{p}'_{1f} = -\vec{p}'_{2f}$

De hecho, el SCM se define como aquel en el que el momento lineal total (del sistema) es nulo

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_{CM}$$

$$\vec{v}'_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_{CM} = \vec{v}_1 - \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)}{m_1 + m_2} = \frac{\mu}{m_1} \vec{v}$$

$$\vec{v}'_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_{CM} = \vec{v}_2 - \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{m_1 + m_2} = -\frac{\mu}{m_2} \vec{v}$$

CE $T'_{1i} + T'_{2i} = T'_{1f} + T'_{2f}$

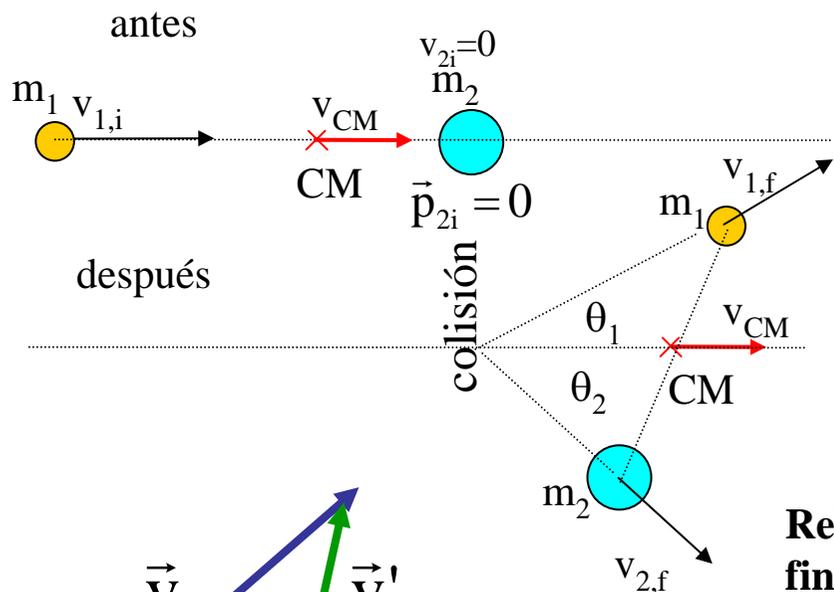
$$p'_{1i} = p'_{1f} \quad p'_{2i} = p'_{2f}$$

$$v'_{1i} = v'_{1f} \quad v'_{2i} = v'_{2f}$$

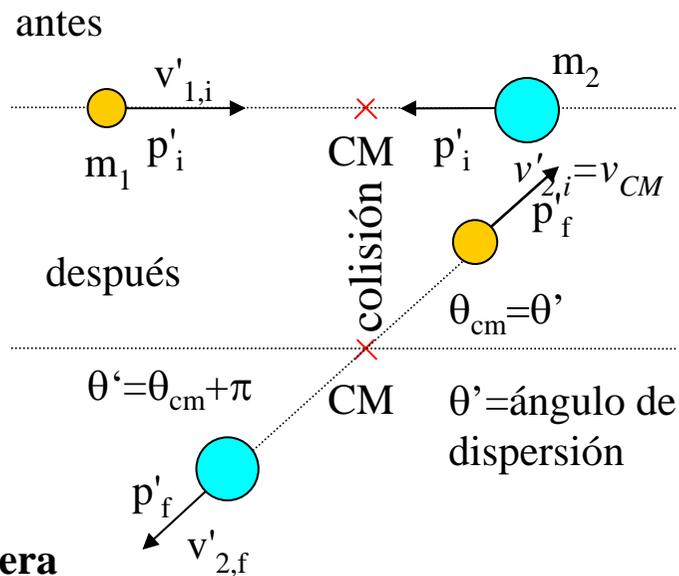
solo cambia la dirección del movimiento θ_{cm}

3. Choques elásticos. SL y SCM

SISTEMA LABORATORIO



SISTEMA CENTRO DE MASAS (CON')



Trasf. Galileana

Relación estados finales para cualquiera de las partículas

$$\text{tg}\theta_1 = \frac{p_{1fy}}{p_{1fx}} = \frac{\sin \theta'}{\cos \theta' + \frac{v_{cm}}{v_{1f}}}$$

Análogo para masa 2 (atención signos)

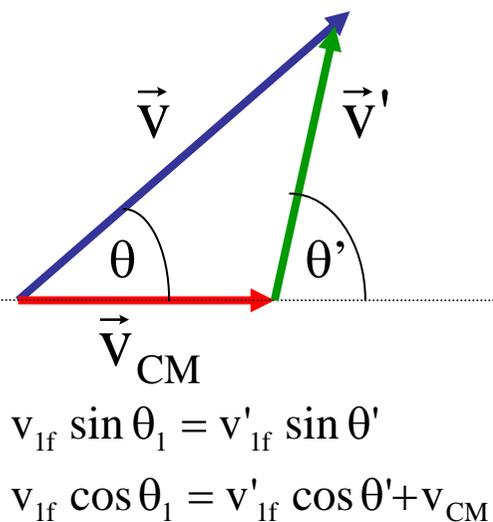
Problema 7.7 de boletín

$$\text{tg}\theta_1 = \frac{\sin \theta'}{\cos \theta' + \rho}$$

$$\text{tg}\theta_2 = \frac{\sin \theta'}{1 - \cos \theta'}$$

Problema 7.8 de boletín

$$\min \text{ de } \left\langle \frac{E_{1f}}{E_{1i}} \right\rangle$$



Si m2 está quieta (blanco en reacciones nucleares) hemos visto que:

$$\frac{v_{cm}}{v'_{1f}} = \frac{v'_{2f}}{v'_{1f}} = \frac{v'_{2i}}{v'_{1i}} = \left[\frac{m_1}{m_2} = \rho \right]$$

3. Choques elásticos. SL y SCM

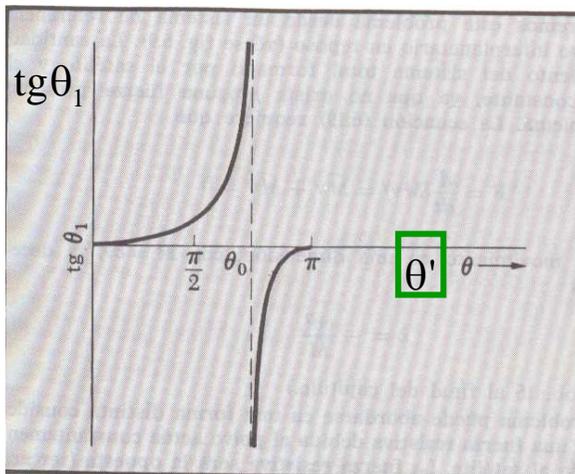
$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{\sin\theta'}{\cos\theta' + \frac{v_{cm}}{v_{1f}'}\rho}$$

Problema 7.9 de boletín

$$\frac{d(\operatorname{tg}\theta_1)}{d\theta'} = 0 \rightarrow \cos\theta'_{\max} = -\frac{m_2}{m_1} = -\frac{1}{\rho}$$

Sólo si $m_2 < m_1$

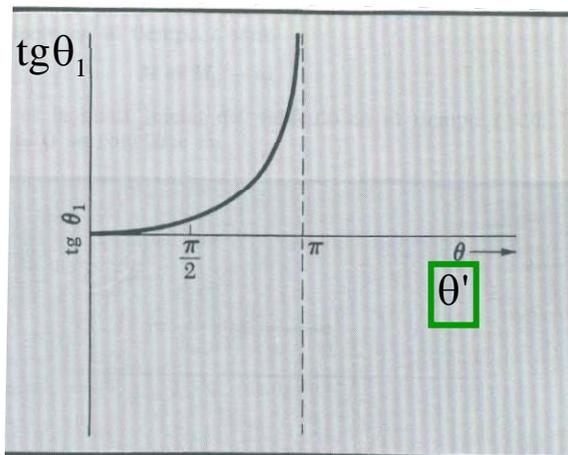
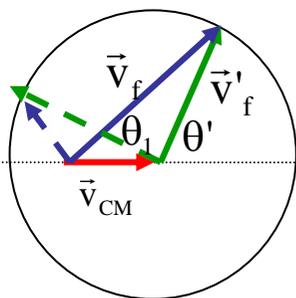
Figuras del libro "Mecánica". Berkeley Physics Course I" Kittel-Knight-Ruderman



$$v_{cm} < v'_f \quad \rho < 1$$

si $\cos\theta' = -\rho$, $\operatorname{tg}\theta_1 \rightarrow \infty$

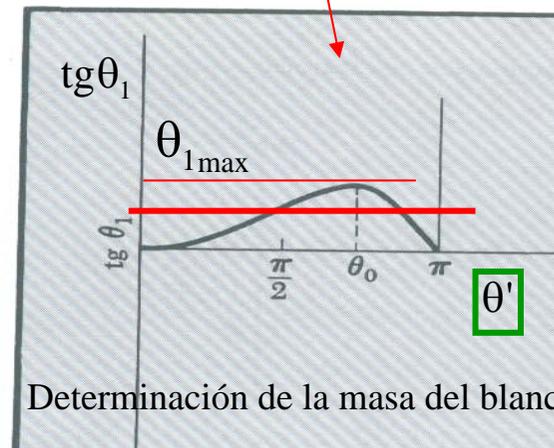
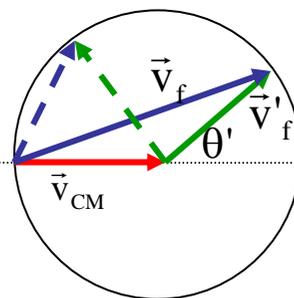
posible $0 \leq \theta_1 \leq \pi$



$$v_{cm} = v'_f \quad \rho = 1$$

para $\theta' = \pi$, $\operatorname{tg}\theta_1 \rightarrow \infty$

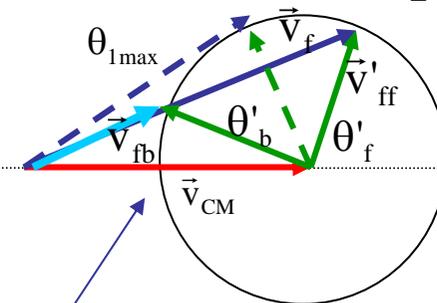
posible $0 \leq \theta_1 < \frac{\pi}{2}$



$$v_{cm} > v'_f \quad \rho > 1$$

El denominador nunca será nulo,

Luego $0 \leq \theta_1 \leq \theta_{1\max} < \frac{\pi}{2}$



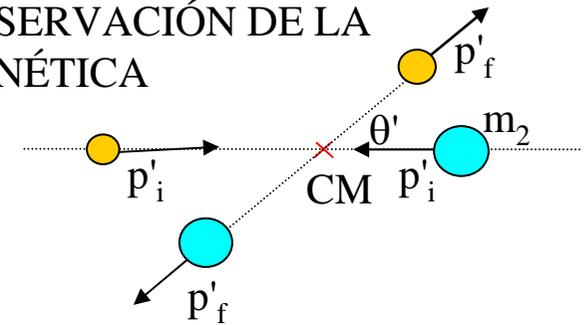
Para un valor de θ_1 hay dos posibles de θ' , el "forward" y el "backward". También hay dos posibles valores del módulo de la velocidad en SL. Conocido el ángulo θ_1 y ρ , queda indeterminado en SL el módulo de la velocidad.

4. Choques inelásticos unidimensionales. energía del choque

CML $\vec{P}_i = \vec{P}_f$

$Q = T_f - T_i \neq 0$ NO hay CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA

En el sistema CM: $p'_f = p'_i + 2\mu Q$ $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$
(demostrar)



coeficiente de restitución (CHOQUES FRONTALES)

$$e = \frac{u_f \text{ (velocidad relativa final)}}{u_i \text{ (velocidad relativa inicial)}} = \frac{|\vec{v}_{2f} - \vec{v}_{1f}|}{|\vec{v}_{2i} - \vec{v}_{1i}|}$$

En CM

$$e = \frac{p'_f}{p'_i}$$

$e=1$ la velocidad relativa no cambia (T se conserva) **choque elástico**

$0 < e < 1$ la velocidad relativa cambia (T no se conserva) **choque parcialmente inelástico**

$e=0$ la velocidad relativa final=0 (variación máxima de T) **choque completamente inelástico**

$$\left. \begin{aligned} \vec{P} &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \\ \vec{u} &= \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \\ 2T &= m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \end{aligned} \right\}$$

$$P^2 + m_1 m_2 \vec{u}^2 = 2(m_1 + m_2)T$$

Válido para el estado final o el inicial

$$Q = \Delta T = T_f - T_i = \frac{1}{2} \mu \vec{u}_i^2 (e^2 - 1)$$

CASOS según e

Mayor cuanto mayor la velocidad relativa inicial, y cuanto menor el coeficiente e

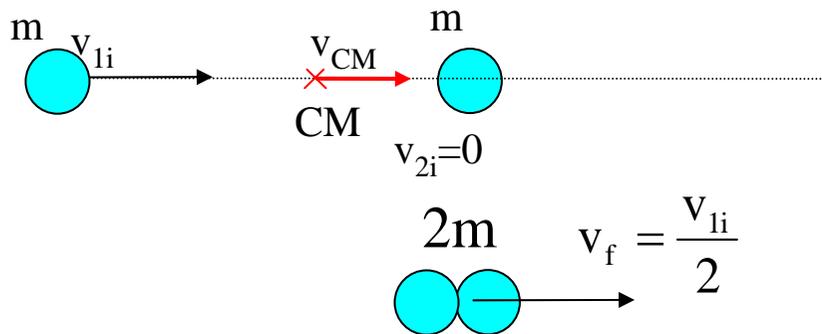
Problemas del boletín 7.2, 7.3, 7.4, 7.5

4. Choques inelásticos. Coef. de restitución y energía del choque

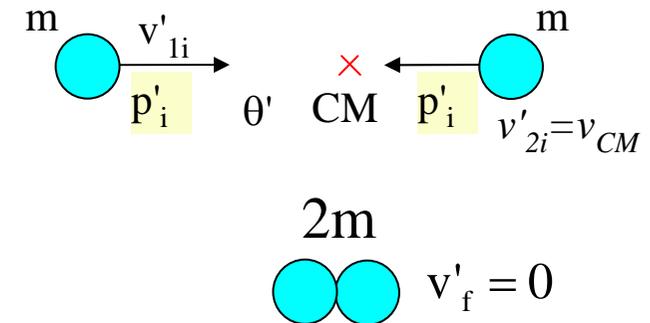
EJEMPLO: Choque completamente inelástico de dos masas idénticas

$$m_2 = m_1 = m$$

SISTEMA LAB



SISTEMA CM (CON `)



En CM toda la energía cinética inicial se disipa (calor, deformación permanente, etc.)

CÁLCULO DIRECTO EN CM (CON `)

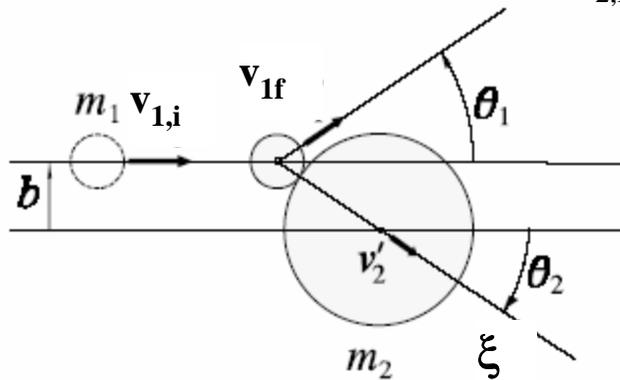
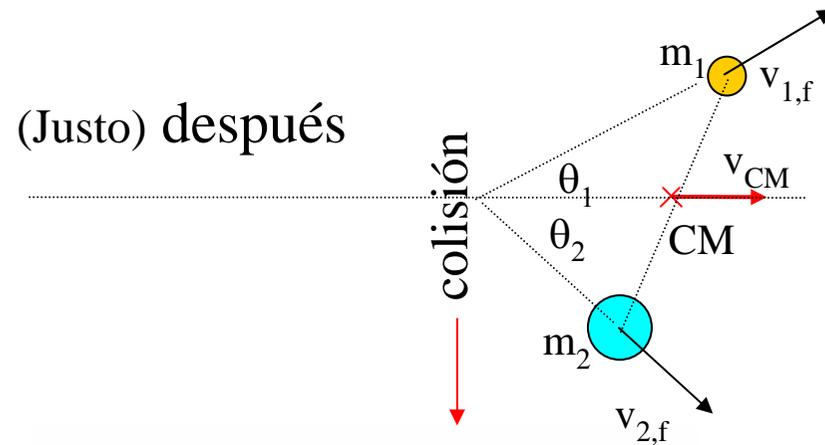
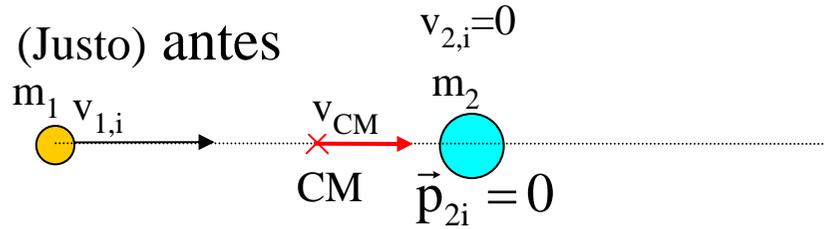
$$v'_{li} = \frac{v_{li}}{2} \quad v'_{2i} = -\frac{v_{li}}{2} \quad Q = T_f' - (T_1' + T_2') = 0 - \frac{1}{2} m (v_{li}^2 + v_{2i}^2) = -\frac{1}{4} m v_{li}^2$$

A PARTIR DE LA
EXPRESIÓN
GENERAL

$$Q = \frac{1}{2} \mu u_i^2 (e^2 - 1) = -\frac{1}{2} \frac{m}{2} v_{li}^2$$

Problema 7.1 del boletín: caso particular

4. Choques inelásticos bidimensionales. Reacciones



coeficiente de restitución

mide el cociente cambiado de signo, entre la velocidad relativa de alejamiento a lo largo del eje ξ y la velocidad relativa de aproximación a lo largo del mismo eje

$$e = \frac{u_f \text{ (vel. rel. final según } \xi)}{u_i \text{ (vel. rel. inicial según } \xi)} = \frac{v_{2f} - v_{1f} \cos(\theta_1 + \theta_2)}{(v_{2i} - v_{1i}) \cos \theta_1}$$

Se demuestra que:

$$Q = \Delta T = T_f - T_i = \frac{1}{2} \mu v_{1i}^2 (e^2 - 1) \cos^2 \theta_2$$

En las **reacciones** (las partículas no mantienen su identidad) Q no está relacionado con el coeficiente e . Q puede incluso ser positivo. Supongamos reacciones nucleares (idem reac. químicas).

$$Q = \Delta T = -\Delta E^{\text{int}} \quad \text{La energía total del sistema se conserva}$$

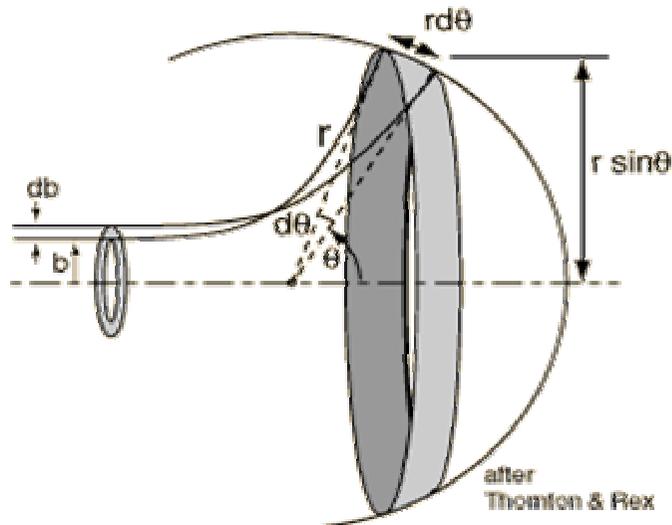
$$E = \sum_i T_{CMi} + \sum_i E_i^{\text{int}} + U^{\text{ext}} = T + E^{\text{int}} = \text{cte}$$

Problema del boletín 7.6

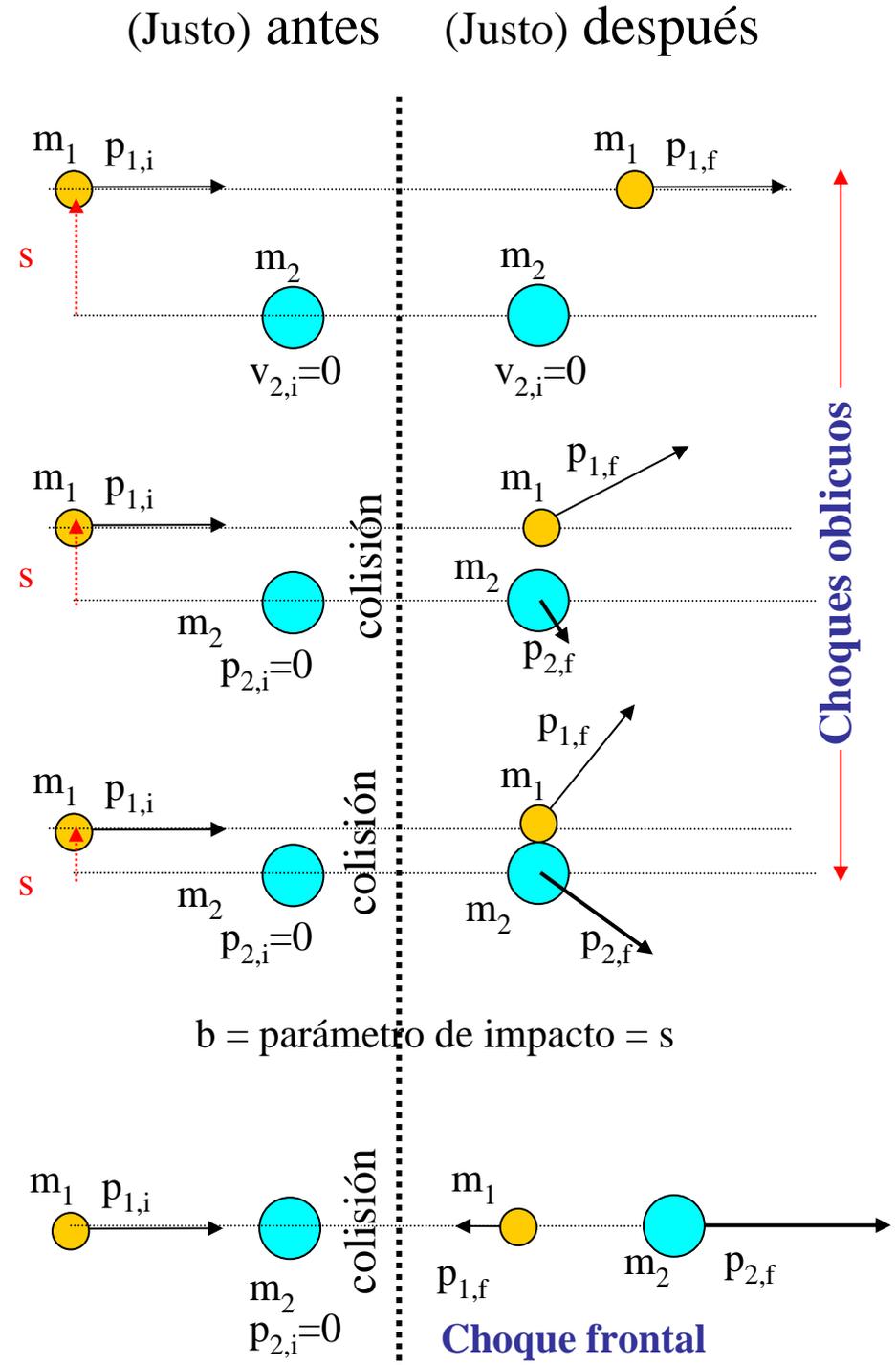
5. Dispersión y sección eficaz

DISPERSIÓN : Choques en los que un proyectil se lanza contra un blanco, existiendo una relación entre la interacción que sufren (potencial) y los parámetros finales (ángulo de dispersión, velocidad).

Estudios de interacciones a nivel atómico con muchas partículas incidiendo sobre un blanco con distintos parámetros de impacto. De la proporción de partículas desviadas en diferentes ángulos se puede deducir el tipo de interacción y viceversa.

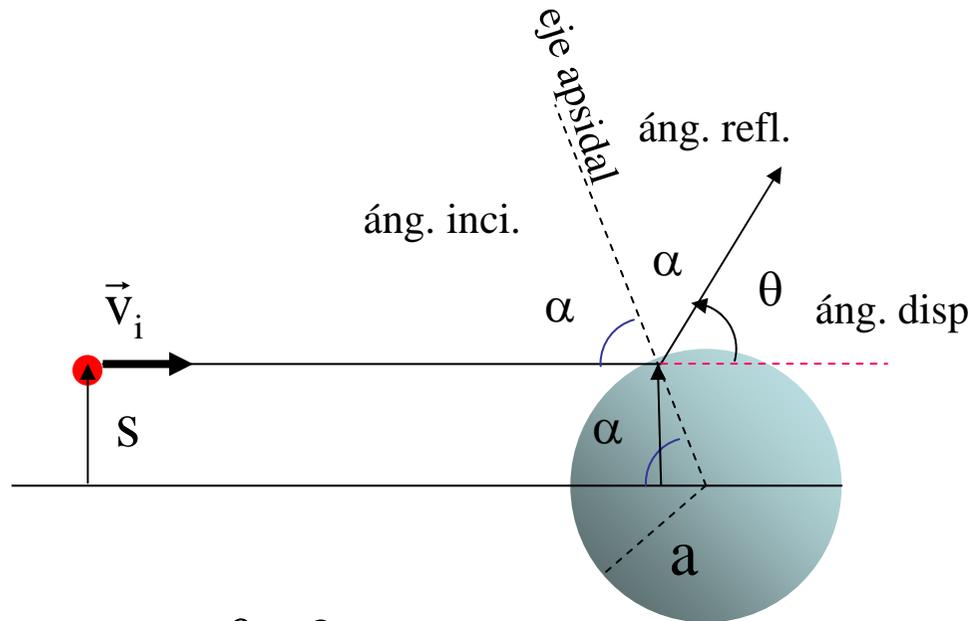


Chantal Ferrer Roca 2008



5. Dispersión por una esfera dura y sección eficaz

Dispersión elástica por una **esfera dura**



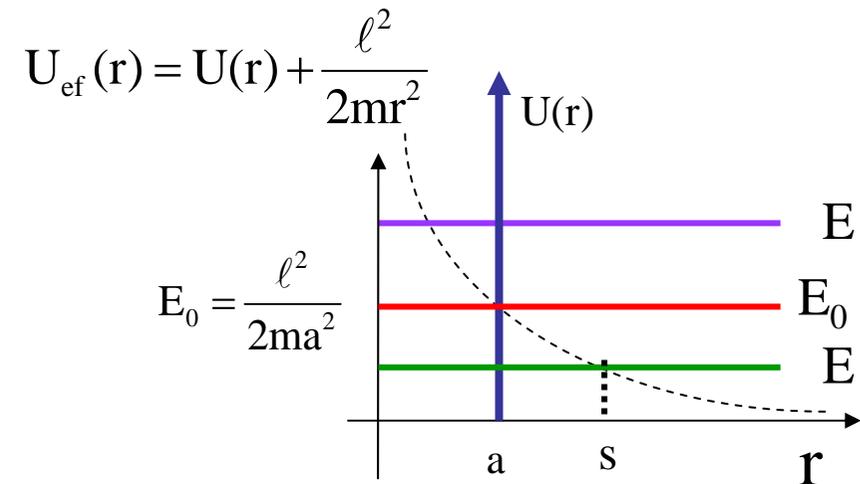
$$\theta + 2\alpha = \pi$$

$$s = a \sin \alpha = a \cos \frac{\theta}{2}$$

s = parámetro de impacto = distancia entre centros perp. a la dirección de impacto

Esfera dura: objeto extenso (radio a), masa infinita (no hay retroceso) e impenetrable.

equivalente a barrera infinita: $U(r) \begin{cases} \infty & 0 \leq r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases}$



$$|\vec{\ell}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = mv_i r \sin(\pi - \alpha) = mv_i s$$

$$E = T_\infty = \frac{1}{2} mv_i^2$$

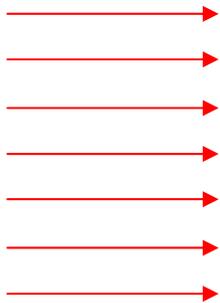
$$\ell^2 = (2mE)s^2$$

Punto apsidal r_{\min} según los valores de la energía

5. Dispersión y sección eficaz

Blanco que dispersa muchas partículas incidentes con diferentes parámetros de impacto s : se tienen todas las posibles deflexiones finales con distribuciones por ángulos que dependen de la interacción con el blanco

haz de partículas incidente

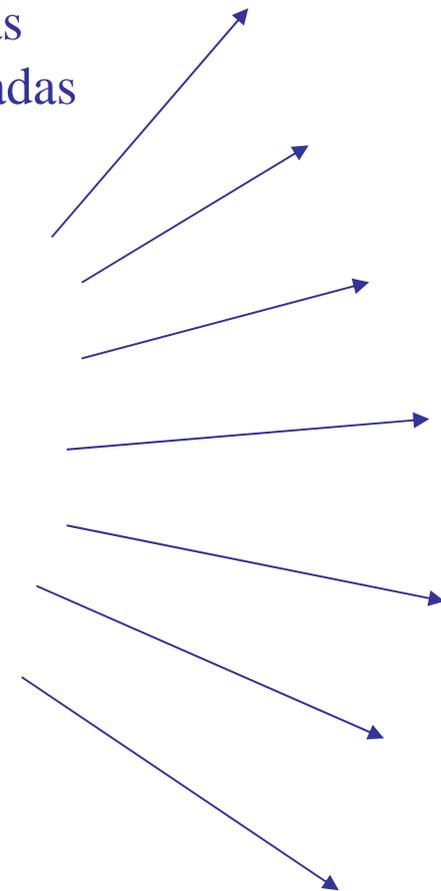


blanco

Φ_i

Flujo total de part. incidentes=
N. part/u. sup/u. tiempo

Partículas dispersadas



Φ_f

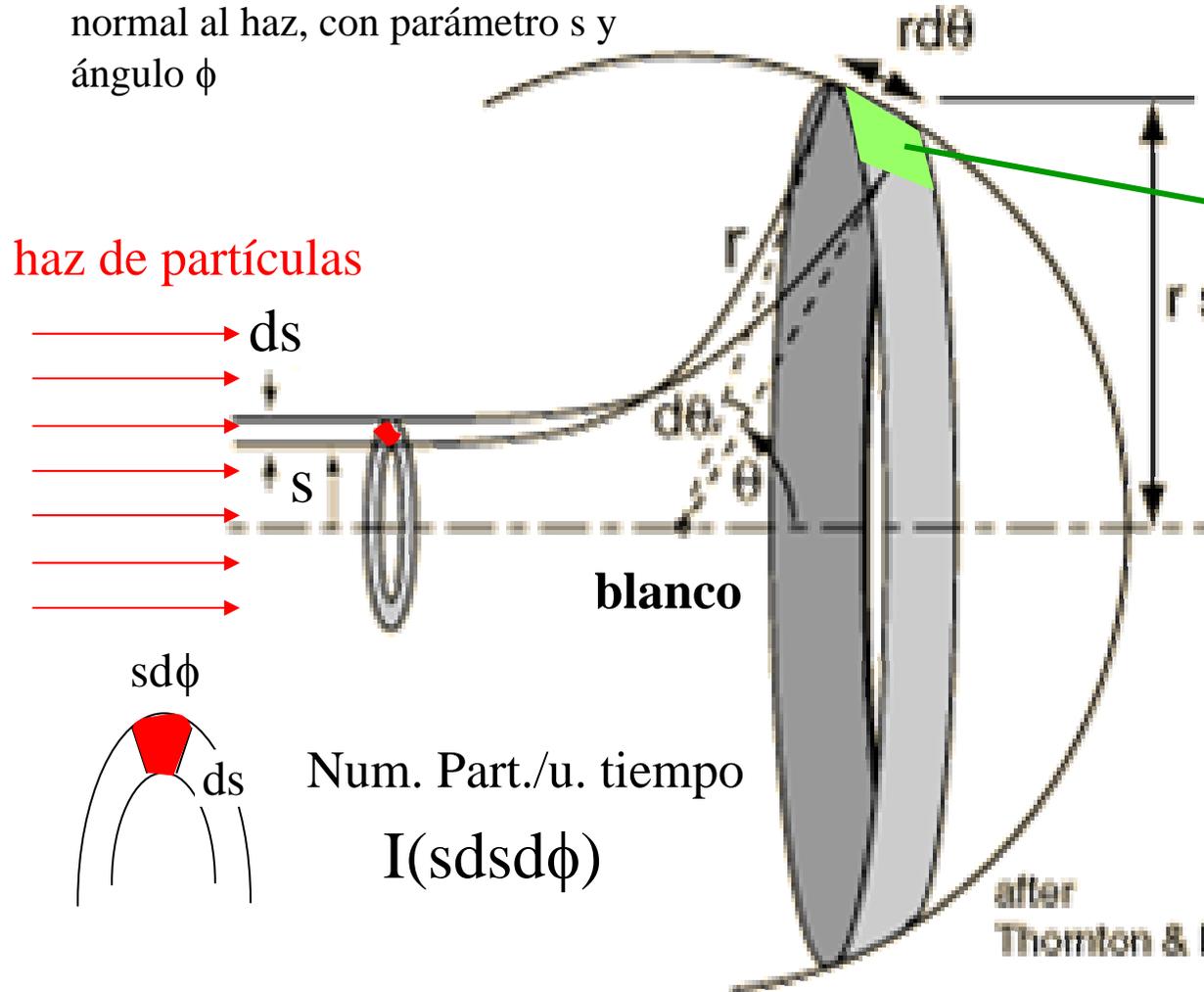
Flujo total de part. dispersadas
= N. part/u. sup/u. tiempo

5. Dispersión y sección eficaz

I = Partículas incidentes por u. de superficie y tiempo a través de una superficie elemental normal al haz, con parámetro s y ángulo ϕ

$N(\Omega)$ = Num. de partículas detectadas después de la colisión por u. de ángulo sólido y tiempo en la posición esférica θ, ϕ

Simetría alrededor del eje: ángulo ϕ incidente y final iguales



Num. Part./u. tiempo

$$N(\Omega)d\Omega = N(\Omega) \sin \theta d\theta d\phi$$

Conservación del flujo:

Las part. entre s y s+ds salen entre θ y $\theta+d\theta$

$$N(\Omega)d\Omega = I(sdsd\phi)$$

$$\frac{N(\Omega)}{I} = \frac{s}{\sin \theta} \left| \frac{ds}{d\theta} \right|$$

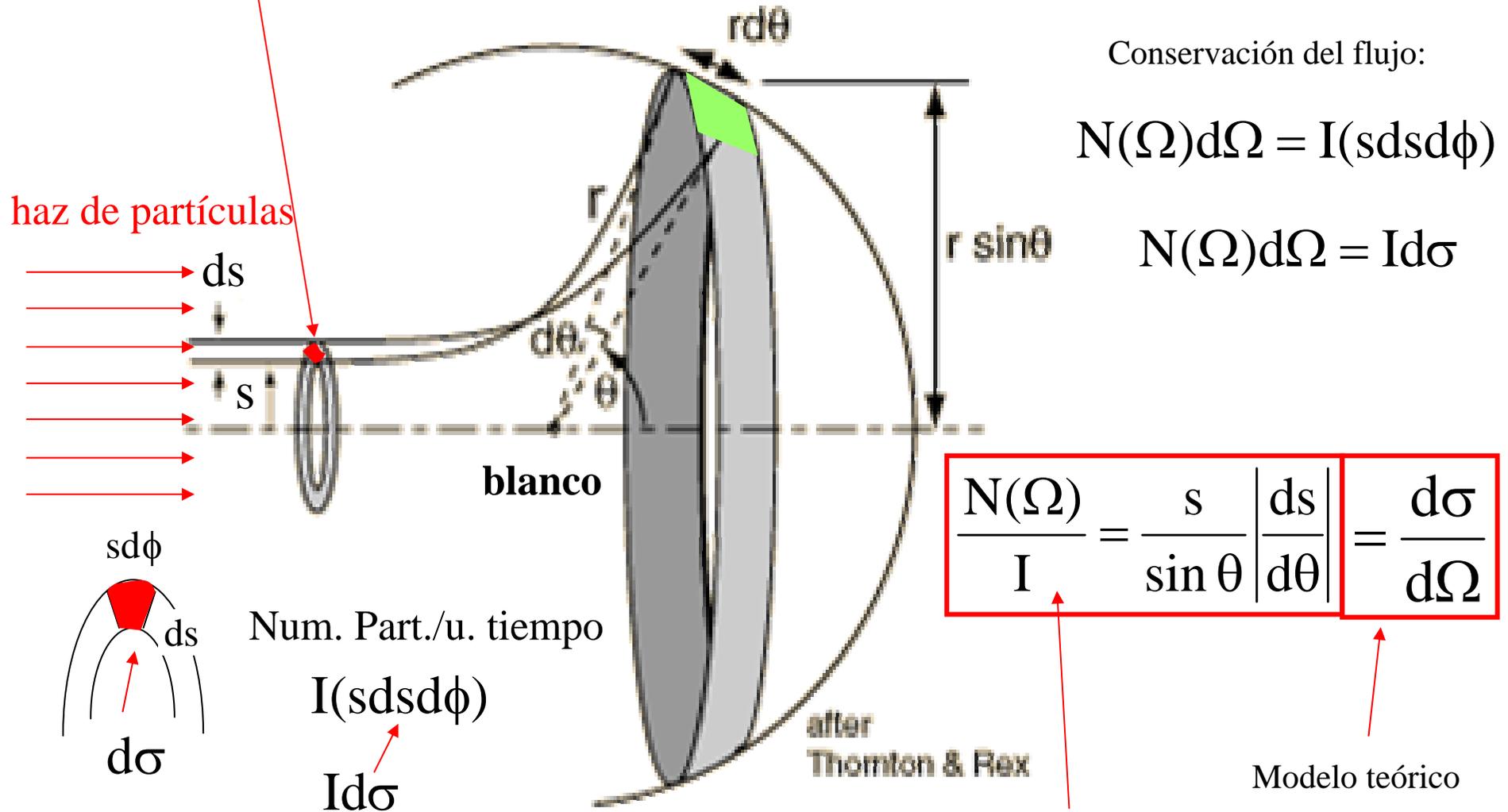
Num. Part./u. tiempo
 $I(sdsd\phi)$

after Thomson & Rex

(s disminuye cuando aumenta el ángulo)

5. Dispersión y sección eficaz

Sección eficaz diferencial $d\sigma$ correspondiente a $d\Omega$: aquella que exponiéndola transversalmente al haz (homogéneo) es atravesada por un número de proyectiles equivalente a los que son dispersados en $d\Omega$



5. Dispersión y sección eficaz

Sección eficaz diferencial $d\sigma$ correspondiente a $d\Omega$: aquella que exponiéndola transversalmente al haz (homogéneo) es atravesada por un número de proyectiles equivalente a los que son dispersados en $d\Omega$

$$\frac{N(\Omega)}{I} = \frac{s}{\sin \theta} \left| \frac{ds}{d\theta} \right| = \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Si el blanco retrocede, el ángulo de dispersión θ del movimiento relativo de dos cuerpos coincide con el ángulo θ en CM, pero no con el ángulo en SL: habría que transformar uno en otro usando las relaciones que vimos al tratar las colisiones en el tema de sistemas de partículas.

Sección eficaz total σ : superficie efectiva de la partícula blanco que produce una desviación

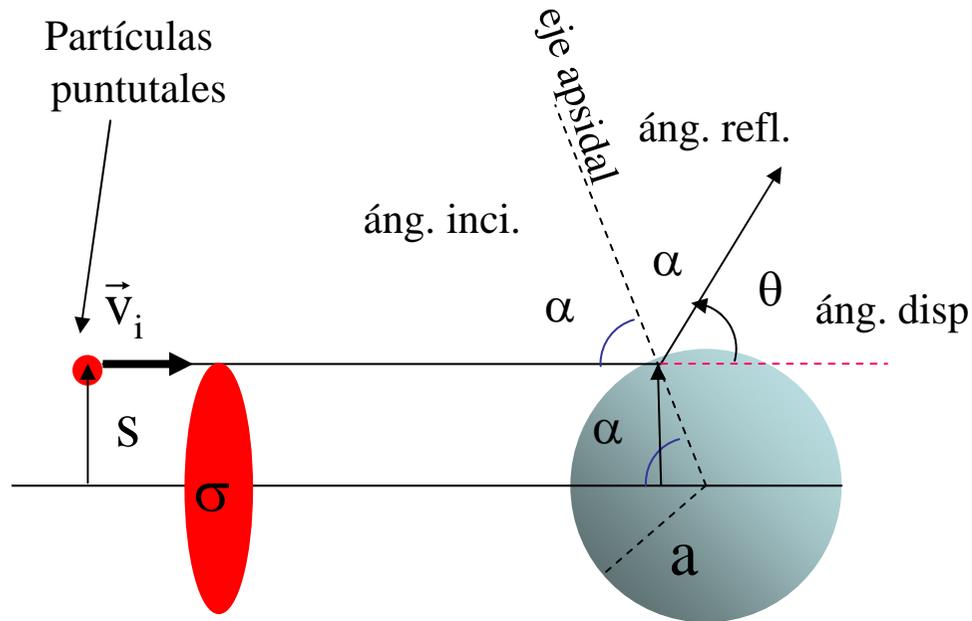
$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_0^\pi \underbrace{\int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\phi}_{\sigma(\theta)} \sin \theta d\theta = \int_0^\pi \sigma(\theta) \sin \theta d\theta$$

Unidades: S.I. m^2

física nuclear: **barn** = 10^{-28} m^2 (uranio)

6. Dispersión por una esfera dura y sección eficaz.

EJEMPLO: sección eficaz de la dispersión por una esfera dura



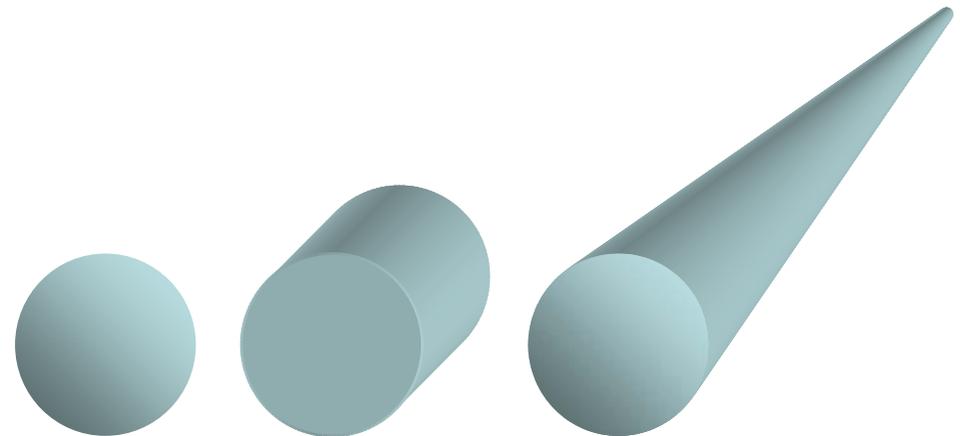
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{s}{\sin \theta} \left| \frac{ds}{d\theta} \right| = \frac{a^2}{4}$$

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int \frac{a^2}{4} d\Omega = \pi a^2$$

$$\theta + 2\alpha = \pi$$

$$s = a \sin \alpha = a \cos \frac{\theta}{2}$$

S = parámetro de impacto = distancia entre centros perp. a la dirección de impacto



esfera

cilindro

cono

Igual sección transversal (si tienen el mismo radio), luego igual sección eficaz total

6. Dispersión por una esfera dura y sección eficaz.

RECORRIDO LIBRE MEDIO Y RELACIÓN CON SECCIÓN EFICAZ.

El recorrido libre medio es la distancia promedio que recorre una partícula entre dos colisiones sucesivas

$$\ell = (v \text{ promedio}) \cdot (t \text{ entre colisiones})$$

$$\ell = \frac{\text{velocidad promedio}}{\text{frecuencia de colisión}} = \frac{\langle v \rangle}{\Gamma} \leftarrow (1/t \text{ entre colisiones})$$

$$\Sigma = \text{num de colisiones/ unidad de longitud} = 1/\ell$$

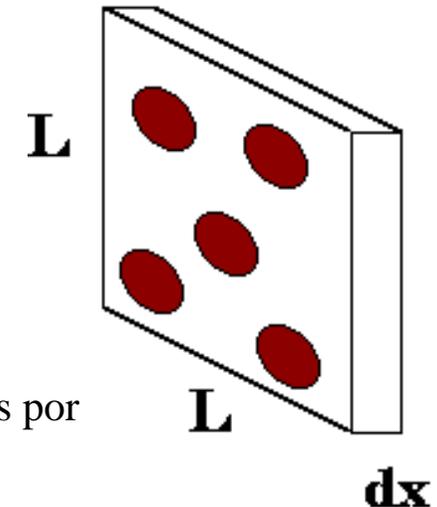
$$n = \text{num de blancos/ unidad de volumen}$$

$$\text{Número de blancos en una porción } L \times L \times dx: n \cdot V = n \cdot L^2 dx$$

$$\text{Probabilidad de que una partícula incidente colisione en } dx: \frac{n\sigma V}{L^2} = n\sigma dx$$

Número de colisiones por unidad de longitud

$$= \frac{1}{n\sigma}$$



$$\text{Luego } \ell = \frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{n\sigma}$$

(Suponiendo que las partículas blanco estén quietas. No es así entre las moléculas de un gas)

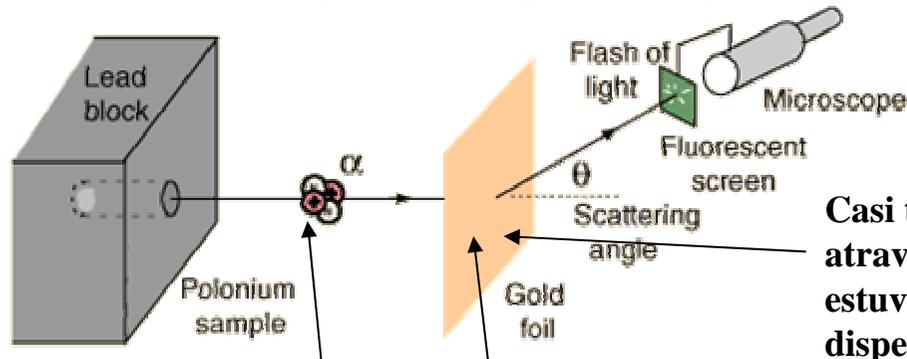
Disminución de intensidad del haz incidente (por colisiones desvían o frenan):

$$dI = -I\sigma ndx \quad \frac{dI}{dx} = -\frac{I}{\ell}$$

$$I = I_0 e^{-x/\ell}$$

Luego en estos casos representa la distancia de atenuación

6. Dispersión por un potencial central: fórmula de Rutherford



Esquema del experimento de Rutherford



E. Rutherford (Nobel 1906) + Geiger y Marsden

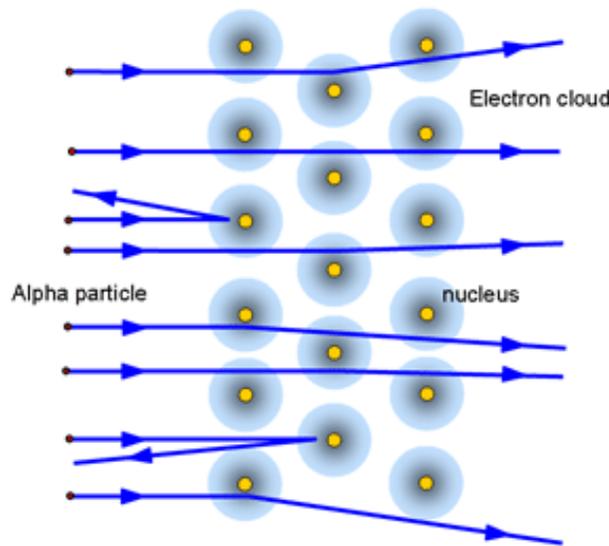
partículas α
= He^{2+} (carga +)

$$m_{\alpha} = 7000 m_e$$

Casi todas las partículas α atraviesan el metal, como si estuviera “agujereado”, dispersándose

Blanco: Lámina fina de oro ($0,4 \mu\text{m}$)

una pequeña fracción retrocede (unas pocas por cada millón de partículas incidentes)



Modelo de átomo “planetario”, con núcleo muy pequeño (+) y electrones (-) que siguen órbitas muy grandes.

El resultado (partículas dispersadas para cada ángulo sólido en relación a incidentes= sección eficaz diferencial) es incompatible con el modelo del átomo de Thomson (modelo “plumcake”). Para hacer retroceder completamente a las partículas α hace falta algo macizo y positivo en el centro, pero muy pequeño (muy pocas retroceden). El resto es espacio vacío:

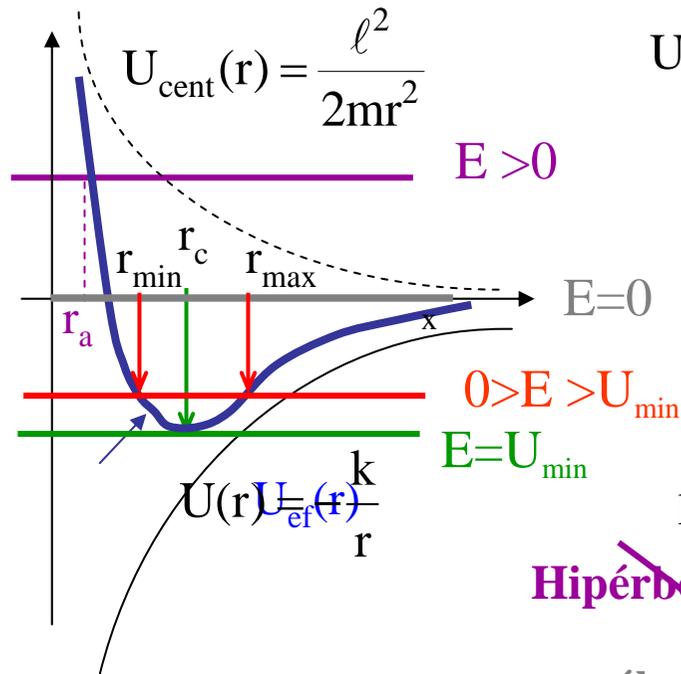
Sabemos que:

Núcleo atómico: diámetro de $3 \times 10^{-15} \text{ m}$ (hidrógeno) a $20 \times 10^{-15} \text{ m}$ (uranio).

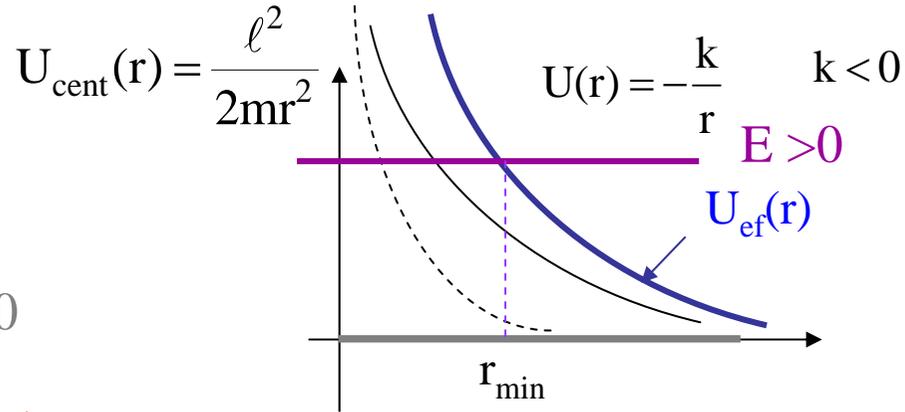
Átomo de H: diámetro de $\sim 10^{-10}$ metros

6. Dispersión por un potencial central: fórmula de Rutherford

Potencial coulombiano atractivo



Potencial coulombiano REPULSIVO



Hipérbola (r. der.) = potencial electrostático repulsivo

$\epsilon < 1, E > 0 \quad B > C > 0$

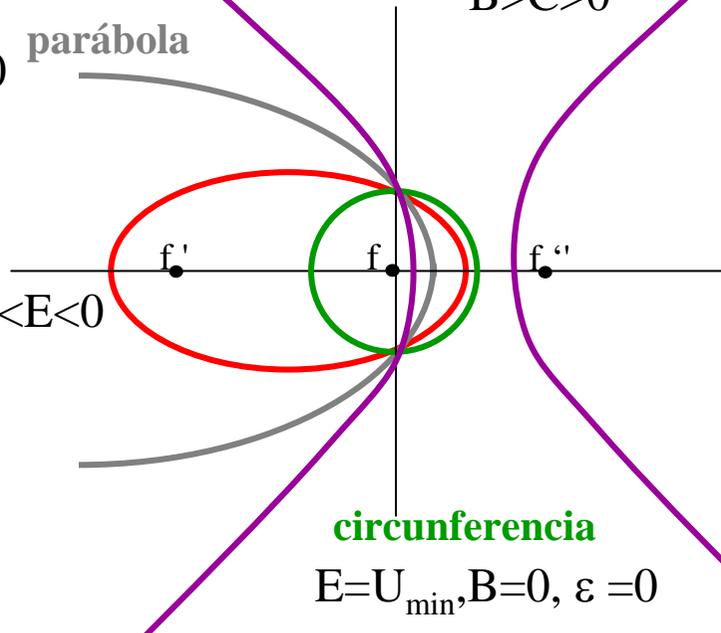
$\epsilon = B / C$

Ecuación integral de la órbita o ecuación diferencial

Hipérbola (r. izquier.) $\epsilon > 1, E > 0$
 $B > C > 0$

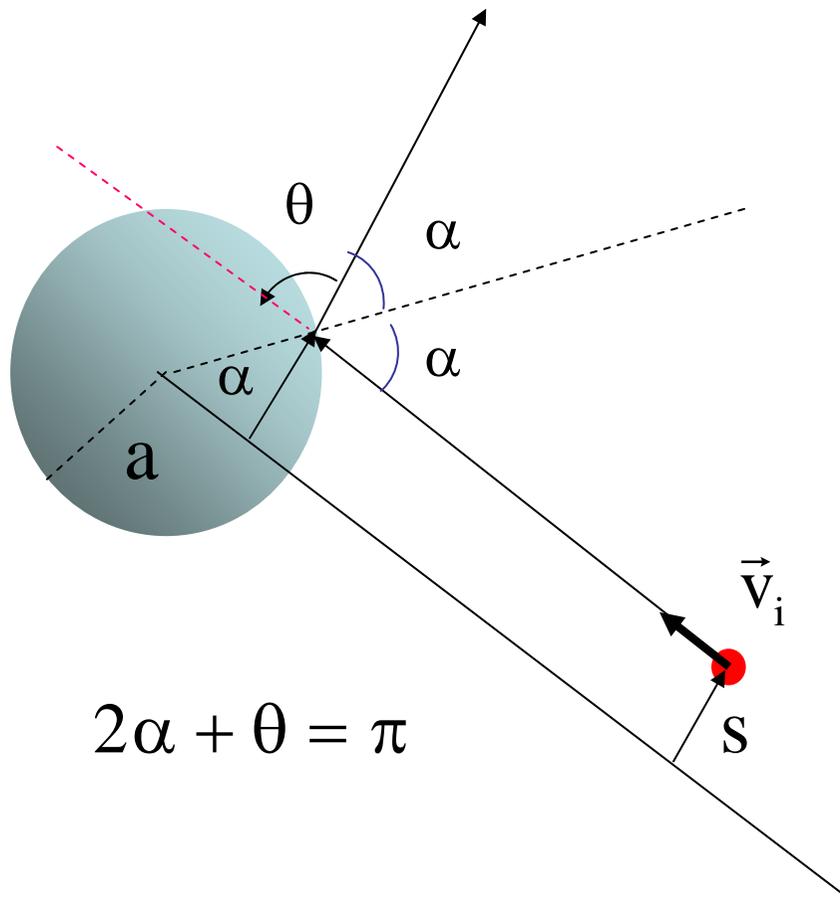
parábola
 $\epsilon = 1, E = 0$
 $C = B > 0$

elipse
 $\epsilon < 1, U_{\text{min}} < E < 0$
 $C > B > 0$



6. Dispersión por un potencial central: fórmula de Rutherford

Dispersión por una esfera dura

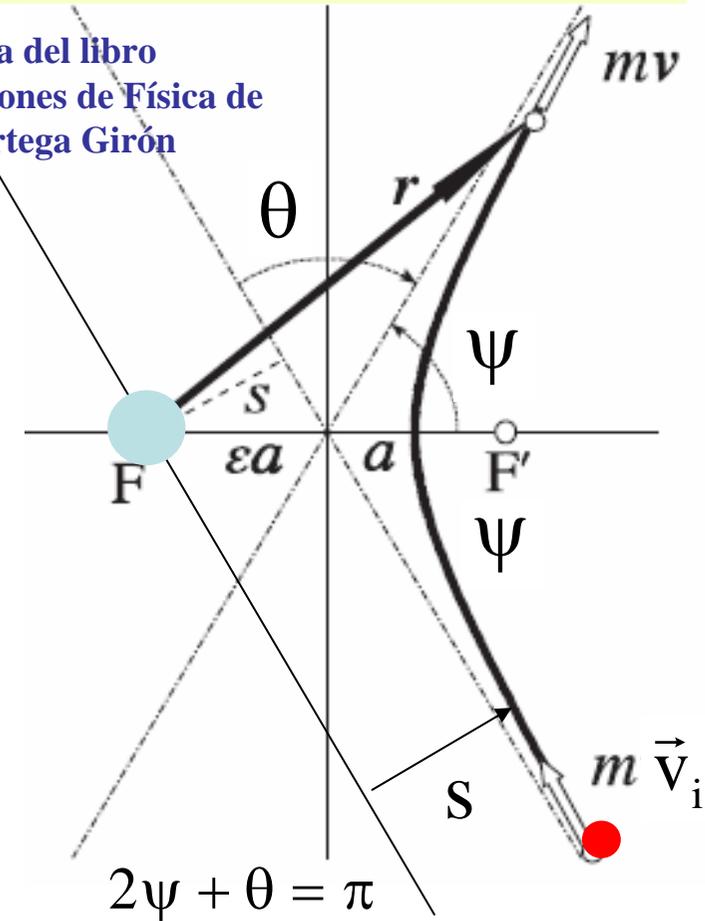


$$s = a \sin \alpha = a \cos \frac{\theta}{2}$$

Parámetro de impacto

Dispersión Coulombiana

Figura del libro
Lecciones de Física de
M. Ortega Girón



$$s = \frac{k}{2E} \cot \frac{\theta}{2}$$

6. Dispersión por un potencial central: fórmula de Rutherford

Ec de rama (-) de hipérbola en coordenadas polares

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{a(\varepsilon^2 - 1)} (1 - \varepsilon \cos \psi)$$

a : semieje mayor

ε : excentricidad = c/a

asíntota $r \rightarrow \infty$ $\varepsilon \cos \psi = 1$

Ψ , en esfera dura, lo llamábamos α

$$2\Psi + \theta = \pi \quad \frac{1}{\varepsilon} = \cos \psi = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = \sin \frac{\theta}{2}$$

excentricidad

$$\varepsilon = \frac{B}{C} = \frac{1}{C} \sqrt{C^2 + \frac{2mE}{\ell^2}} = \sqrt{1 + \frac{2mE}{\ell^2 C^2}} = \sqrt{1 + \frac{2E\ell^2}{mk^2}}$$

$$C = \frac{mk}{\ell^2} \quad k = -\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0}$$

Como en el caso de la esfera dura, se cumple

$$E = T_\infty = \frac{1}{2} m v_\infty^2 \quad \ell = m v_\infty s = s \sqrt{2mE}$$

$$\frac{1}{\sin \theta/2} = \varepsilon^2 = 1 + \frac{2E\ell^2}{mk^2} = 1 + \left(\frac{2Es}{k}\right)^2$$

$$s = \frac{k}{2E} \cot \frac{\theta}{2}$$

Parámetro de impacto

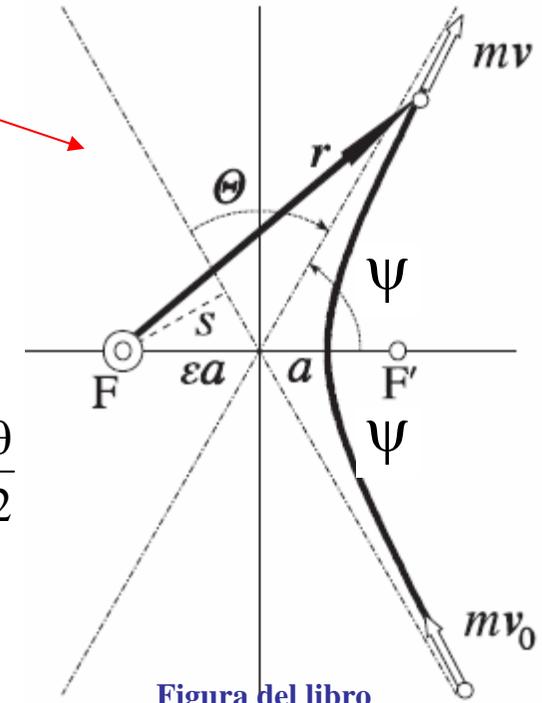


Figura del libro
Lecciones de Física de
M. Ortega Girón

6. Dispersión por un potencial central: fórmula de Rutherford

Sección eficaz diferencial

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{s}{\sin \theta} \left| \frac{ds}{d\theta} \right|$$

Parámetro de
impacto

$$s = \frac{k}{2E} \cot \frac{\theta}{2}$$

$$\left| \frac{ds}{d\theta} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{k}{2E} \right) \frac{1}{\sin^2 (\theta/2)}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{s}{\sin \theta} \left| \frac{ds}{d\theta} \right| = \frac{k}{2E} \frac{\cos(\theta/2)/\sin(\theta/2)}{2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)} \frac{k}{4E} \frac{1}{\sin^2(\theta/2)}$$

$$= \left(\frac{k}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

Sección eficaz total

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

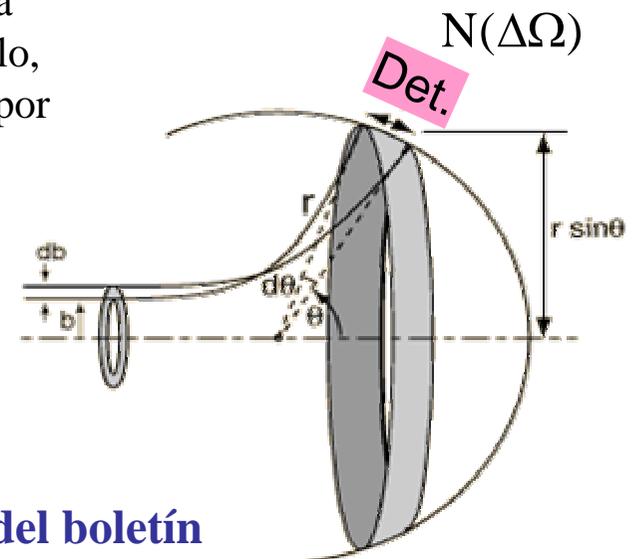
Como en todos los casos de potenciales de largo alcance, el valor es infinito : incluso las partículas con gran parámetro de impacto son desviadas. Lo que significa que la superficie dispersora es infinita. Sólo si el campo y el potencial se anulan a una cierta distancia, se obtiene un valor finito (por ejemplo, campo coulombiano de un núcleo apantallado por electrones de la corteza atómica)

Válida en CM o con
blanco fijo

$$k = -\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

Partículas desviadas en un $\Delta\Omega$ $N(\Omega) = I \frac{d\sigma}{d\Omega}$

$$N(\Delta\Omega) = I \int_{\theta_i}^{\theta_f} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = I \cdot \Delta\sigma$$



Problemas 7.10 y 7.11 del boletín