CUESTIONES Y PROBLEMAS DE MECÁNICA Y ONDAS

2º CURSO – LICENCIATURA EN FÍSICA

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

SEGUNDO CUATRIMESTRE

Profesores:
Gabriela Barenboim (Dep. Física Teórica)
Chantal Ferrer Roca (Dep. Física Aplicada)
Julio Pellicer Porres (Dep. Física Aplicada)
Jose A. Peñarrocha Gantes (Dep. Física Teórica)

INTRODUCCIÓN

Estas cuestiones y problemas provienen fundamentalmente de preguntas aparecidas en exámenes de cursos anteriores, y se han recopilado y estructurado por temas con la intención de que sean utilizadas por los estudiantes en el estudio y reflexión sobre los contenidos fundamentales de la materia. La intención de este cuestionario es que sea abordado por los estudiantes de forma autónoma, y se utilice como material de trabajo y discusión en las sesiones de problemas en grupos reducidos. Es fundamental que los estudiantes no sólo realicen los cálculos que conducen a la resolución de las cuestiones, sino que también sean capaces de justificar y formular adecuadamente los razonamientos involucrados, en base a los conceptos y principios fundamentales de la Mecánica que se estudian en esta materia.

SEGUNDO CUATRIMESTRE

8. RELATIVIDAD ESPECIAL. COLISIONES RELATIVISTAS

95. Para un observador S dos sucesos se encuentran separados por un intervalo de tiempo de 4 seg y ocurren a una distancia de 900 Km.en el eje z

    (a) ¿qué tiempo separa a estos sucesos para un observador S', moviendose segun OZ, que los ve ocurrir en la misma posición de su sistema de referencia?
    (b) ¿Con qué velocidad se mueve S respecto de S'?.
    (c) ¿Existe un sistema S" donde estos sucesos son simultaneos, por qué?.
    (d) ¿Están estos dos sucesos conectados causalmente?

96. Sea una partícula con cuadrimomento (6,3,0,4) MeV/c

    (a) ¿Cuál es la masa de la partícula?.
    (b) ¿Cuál es el módulo de su trimomento relativista?.
    (c) ¿ A qué velocidad se propaga la partícula?

97. Un electrón de masa 0.5 MeV se mueve con velocidad $\frac{4}{5}$c, e impacta contra otro electrón en reposo produciendo dos piones de igual energía.

    (a) ¿Cuál es el momento de electrón incidente?
    (b) ¿ Cuál es el ángulo que forman los piones en el LAB?
    (c) ¿Cuál es la energía de un pión en el CM?

98. (Jun 08) Considerar la colisión relativista en la que un kaon incide sobre un protón (en reposo) para producir un pión y una partícula Λ ($K+p \rightarrow \pi+\Lambda$) donde $m_K = 0.49$ GeV/c^2, $m_p = 0.94$ GeV/c^2, $m_\pi = 0.14$ GeV/c^2 y $m_\Lambda = 1.12$ GeV/c^2.

    a) Si el trimomento inicial de K es nulo ¿cuánto valen los trimomentos de π y Λ ?

    b) ¿Con qué energía debe incidir el kaón K para que la partícula Λ se produzca en reposo?

99. (Jun 08) En un sistema inercial S un suceso A ocurre antes que el suceso B, ambos en el eje x, con intervalos temporal Δt_{AB} y espacial Δx_{AB}. Sea S' otro sistema inercial moviendose con velocidad V según x del sistema S.

    (a) ¿Qué condiciones deben cumplir Δt_{AB} y Δx_{AB} para que A suceda antes que B en cualquier sistema inercial S'?.
    (b) ¿Es posible que A y B ocurran en una misma posición de S' ? ¿Para que velocidad V?
    (c) ¿Es posible que A y B sean simultaneos en S'? ¿Para que velocidad V?

100. (Sep 08) Un electrón de masa 0.5 MeV/c^2 se mueve con velocidad $0.8c$, colisionando con un positrón, moviendose en sentido contrario con la misma velocidad (y la misma masa), obtener:

    (a) El momento de las partículas que colisionan
    (b) La energía total del sistema electrón-positrón en el centro de masas
    (c) La energía del electrón en el sistema de referencia en el que el positrón está en reposo

101. (Jun 03) Consideremos dos puntos fijos P(1,0,0) y Q(8/5,0,4/5) en un sistema inercial S (las posiciones medidas en unidades con $c = 1$ unidad/s). Sea S' otro sistema inercial que se mueve con la velocidad $V = 0.6c$ según el eje z del sistema S.

    (a) ¿Cuál es la distancia PQ observada por un observador en S'?.
    (b) Para un observador en el sistema S transcurren 1 s en el desplazamiento rectilineo de un móvil desde P a Q, ¿cuánto tiempo habrá transcurrido para un observador que observa el desplazamiento en S'?
    (c) ¿Con qué velocidad se mueve el móvil según S'?. ¿Y según S?

102. (Jun 04) Consideremos un punto fijo P'(0,0,4) en el sistema inercial S', con coordenadas en millones de kilometros, y que se mueve respecto de otro sistema de referencia inercial S con la velocidad $V = 0.6c$ según el eje z, en este sistema. En $t = t' = 0$ ambos sistemas coinciden y un cohete relativista se dirige desde el origen O' al punto P' con velocidad u' =125000 km/s $\simeq 0.42c$, según el observador de S':

(a) Calcular la distancia O'P' segun S.

(b) Obtener el tiempo transcurrido para S en el instante que el cohete alcanza el punto P'

(c) Obtener la velocidad del cohete segun S.

(d) Escribir el cuadrivector velocidad del cohete, según S'.

103. (Jun 05) Una señal luminosa se emite en el instante $t = 0$ desde un punto $(x, 0, 0)$ correspondiente a un sistema inercial S. Dicha señal se detecta en la posición $(1, 1, -1)$ en el instante $t = 2/c$ seg.

(a) Obtener la posicion x desde la que se ha emitido la señal

(b) Escribir los cuadrivectores espacio-temporales correspondientes a los sucesos inicial (emisión) y final (detección).

(c) ¿Cuanto tiempo tarda la señal en alcanzar el detector para un observador S' que se mueve respecto de S con velocidad $0.6c$ en la direccion $+x$?.

104. (Mar 07) En un sistema inercial S se observan tres sucesos $s_1 = (3, 2, 0, 2)$, $s_2 = (4, -1, 0, 2)$ y $s_3 = (-2, -1, 0, -2)$, con coordenadas espacio-temporales (ct, x, y, z) en unidades arbitrarias con $c = 1$.

(a) ¿qué sucesos están conectados causalmente?.

(b) ¿Para qué par de sucesos existe un sistema de referencia S' donde estos sucesos son simultáneos?. ¿Cuál es la velocidad de S' respecto de S ?

(c) ¿Para qué par de sucesos existe un sistema de referencia S' donde estos sucesos suceden en el mismo punto del espacio?. ¿Cuál es la velocidad de S' respecto de S?.

105. (Jun 06) Considerar un triangulo rectángulo con vértices: $A = (0, 0, 0)$, $B = (0, 3, 0)$ y $C = (0, 0, 4)$, que está fijo en un sistema inercial S. Sea un observador en un sistema de referencia S' que se mueve segun el eje OZ de S con velocidad relativista $0.8c$. En un determinado instante t', el observador S' mide el triangulo en movimiento

(a) ¿Cual es la medida del lado AB para el observador en S'?

(b) ¿Cual es la medida del lado AC para el observador en S'?

(c) ¿Cual es la medida del lado BC para el observador en S'?

106. (Sep 05) Una partícula relativista de masa 150 Mev/c^2 se mueve con velocidad $\overrightarrow{u} = (c/2, c/2, 0)$ en un sistema de referencia S

   (a) ¿Cuánto vale su cuadrivelocidad en el sistema S?.
   (b) ¿Cuánto vale su cuadrimomento en el sistema S?.
   (c) ¿Cuánto vale su energía en un sistema S´ que se mueve con respecto a S con velocidad 0.8 en la dirección $+x$?.

107. (Jun 07) En un sistema inercial S se observan tres sucesos $a_1 = (3, 2, 0, 2)$, $a_2 = (4, -1, 0, A)$ y $a_3 = (-2, B, 0, -2)$, con coordenadas espacio-temporales (ct, x, y, z) en unidades arbitrarias con $c = 1$.

   (a) ¿Para qué valores de B están los sucesos a_1 y a_3 conectados causalmente?.
   (b) ¿Para qué valor de A existe un sistema de referencia S_1 en el que los sucesos a_1 y a_2 son simultáneos y están separados por una distancia $\sqrt{8}$?. ¿Cuál es la velocidad de S_1 respecto de S

108. (Sep 06) Considerar un círculo de diámetro 2 m, que está fijo en un sistema inercial S. Sea un observador en un sistema de referencia S' que se mueve según el eje OZ de S con velocidad relativista $0.8c$. En un determinado instante t', el observador S' mide el circulo en movimiento

   (a) ¿Cual es la medida del diametro paralelo a la dirección del movimiento para el observador en S'?
   (b) ¿Cual es la medida del diametro en la dirección perpendicular al movimiento para el observador en S'?
   (c) ¿Cuanto vale el área del "círculo" para el observador en S'?

109. (Sep 04) Sea una partícula con cuadrimomento $\left(4, 2, 3, \sqrt{3}\right)$ MeV/c

   (a) Obtener el módulo del trimomento relativista
   (b) ¿Cuánto vale energía relativista?.
   (c) ¿A qué velocidad se propaga la partícula?
   (d) ¿Cuánto vale la masa de la partícula?

110. (Jun 07) Un pión neutro ($m_\pi = 140$ MeV/c^2) con una energía de 200 MeV se desintegra en vuelo emitiendo dos fotones con la misma energía.

(a) Obtener el ángulo que forman las trayectorias de los fotones al salir.

(b) Cuál es la energía de cada fotón en el sistema CM.

111. (Jun 03) Un protón de masa 1 GeV/c^2 se mueve con velocidad $0.8c$, colisionando con otro protón en reposo, obtener:

(a) El momento del protón incidente

(b) La energía del protón incidente

(c) La energía total de los protones en el centro de masas

(d) El momento de un protón en el centro de masas.

112. (Mar 07) Considerar la colisión de positrones e^+ sobre electrones e^- en reposo en el laboratorio para producir una pareja protón-antiprotón.

(a) ¿Cuánto vale la energía mínima (energía umbral) que deben tener los positrones en el laboratorio?.

(b) ¿Cuanto vale la energía del electrón en el sistema centro de masas?. (Sugerencia: utilizar invariantes)

9. y 10. SISTEMAS NO INERCIALES. SÓLIDO RÍGIDO

113. Un disco de radio R y masa M, situado verticalmente en el plano YZ, esta suspendido (bajo la acción de la gravedad según z) en un punto P del eje z, situado a una distancia b del centro del disco. Sabiendo que el momento de inercia con respecto al eje perpendicular al disco que pasa por su CM vale $MR^2/2$

   (a) Obtener el momento de inercia con respecto al eje perpendicular al disco que pasa por P (eje x')
   (b) ¿Cuanto vale el momento de inercia con respecto al eje que pasa por P y por el centro del disco (eje z')?¿Y con respecto al eje que pasa por P, perpendicular a los dos anteriores (eje y')?
   (c) Obtener la energía cinética del disco cuando oscila, en el plano YZ del disco con velocidad angular $\dot{\theta}$.
   (d) Obtener la ecuación de movimiento del disco cuando oscila, debido a la gravedad, en el plano YZ del disco.
   (e) ¿ Cuánto vale el periodo de pequeñas oscilaciones en el plano del disco?
   (f) ¿ Ycuánto vale el periodo si el plano del disco oscila alrededor del eje y'?

114. Una varilla de longitud L y masa M está situada horizontalmente en el plano XY con un extremo en el origen y el otro en $x = L$. El extremo en el origen esta sujeto por un muelle de constante k e inicia su movimiento debido a la gravedad a lo largo del eje y, mientras que el otro extremo se desliza por el eje x.

   (a) Demostrar que el momento de inercia de la varilla con respecto al eje perpendicular al plano XY que pasa por el centro de masas vale $ML^2/12$
   (b) Obtener la energía cinetica y potencial de la varilla en un instante de su movimiento
   (c) Obtener la ecuación de movimiento
   (d) Para pequeñas oscilaciones, ¿cuánto vale la velocidad angular de la varilla? ¿y el periodo del movimiento)

115. Sabemos que el plano de oscilación de un pendulo de Foucault de 10 metros de longitud tarda 48 horas en dar una vuela completa en el sentido de las agujas del reloj

    (a) ¿qué tiempo tardaría si cambiasemos la longitud del péndulo por una cuatro veces mayor?
    (b) ¿En qué colatitud está ubicado el péndulo?.

116. Obtener hacia que dirección (punto cardinal, arriba o abajo) se debe lanzar una partícula para que, debido a la fuerza de Coriolis, sufra la siguiente desviación

    (a) Hacia el oeste, tanto en el hemisferio norte como en el hemisferio sur.
    (b) Hacia el oeste en el hemisferio norte y hacia el este en el hemisferio sur

117. Un sistema de referencia acelerado S gira con respecto a otro fijo S_I, que tiene el mismo origen, con velocidad angular vale $\vec{w} = 2t^2\vec{k}$. Si la
$\vec{k}$
trayectoria de un móvil en el sistema acelerado es $\vec{r}(t) = 8\vec{i} + 2t$

    (a) ¿Cuánto vale la velocidad en el sistema inercial?.
    (b) ¿Cuánto vale la velocidad angular en el sistema inercial?.
    (c) Escribe los vectores de la base no inercial en función de la base inercial

118. Una bolita de masa m se mueve (sin rozamiento) sobre un disco que gira con velocidad angular constante $\vec{w} = \Omega\vec{k}$. El movimiento se inicia con velocidad $\vec{v} = -v\,\vec{i}$, hacia el centro del disco, partiendo de $x = R$ (segun el sistema de referencia ligado al disco con origen en su centro)

    (a) ¿Hacia que dirección se desvía inicialmente la bolita, segun el sistema de referencia ligado al disco?.
    (b) ¿Cuál es la aceleración inicial de la bolita desde el sistema ligado al disco?
    (c) ¿Que fuerzas no inerciales actúan y cuánto valen?

119. Considerese el siguiente sistema de masas en un plano, respecto de una referencia ligada al sistema, con las posiciones indicadas entre paréntesis: $m\,(3a, a)$, $3m\,(-a, a)$, $6m\,(a, -a)$, $5m\,(-2a, -a)$.

   (a) Escribir el tensor de inercia, respecto de la referencia indicada.
   (b) Encontrar los ejes principales.
   (c) ¿En qué posición $(a, y?)$ hay que añadir una masa $2m$ para que el tensor de inercia sea diagonal

120. Una noria de feria de 20 m de radio gira a razón de dos vueltas por minuto. Obtener el peso aparente de un pasajero de 50 Kg en los siguientes casos

   (a) En el punto mas alto de la noria
   (b) En el punto mas bajo de la noria
   (c) En los lados de la noria, ¿cuándo pesa más el pasajero, al subir, al bajar o igual?

121. (Sep 08) Sea una placa cuadrada de masa m y lado $2a$, situada en el plano XY con lados paralelos a los ejes y centro en el origen. Sabiendo que el momento de inercia alrededor del eje OX vale $ma^2/3$:

   (a) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los ejes OY y OZ?
   (b) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de las diagonales de la placa?
   (c) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los lados de la placa?

122. (Sep 08) En un punto de la superficie terrestre a 45^o de latitud norte, un cañon, inclinado 45^o sobre la superficie en direccion norte, lanza proyectiles a una velocidad de 200 m/s.

   (a) Suponiendo que la Tierra no girase, obtener la altura máxima que suben los proyectiles y su alcance sobre la superficie (plana).
   (b) Teniendo en cuenta la rotacion terrestre, obtener la aceleración inicial de los proyectiles observada desde un sistema de referencia ligado a la Tierra.

(c) ¿Hacia qué punto cardinal se desvian los proyectiles, debido a la aceleracion de Coriolis en el instante inicial?.

123. (May 07) ¿Hacia qué punto cardinal de la superficie terrestre se desvía, debido a la fuerza de Coriolis, un proyectil lanzado en las siguientes condiciones?: (razonad)

(a) Hacia el norte en el hemisferio norte.
(b) Hacia el oeste en el hemisferio sur.
(c) Hacia abajo en el hemisferio norte.

124. (Sep 05) Se dispara un proyectil en dirección hacia el Polo Norte con velocidad de 1Km/seg, desde un punto de la superficie terrestre situado a 30^o de latitud norte ($\theta = 60^o$ de colatitud).

(a) ¿Hacia donde se desvia el disparo a causa de la rotación terrestre?.
(b) ¿Cuánto vale la aceleración de Coriolis en el momento del disparo?.

125. (Jun 03) La fuerza de Coriolis en la superficie terrestre para una partícula de masa m y velocidad $\vec{v}$ vale $-2m\vec{\omega} \times \vec{v}$, siendo ω la velocidad angular de la Tierra. Sea un sistema solidario en la superficie de la Tierra, con eje $\vec{k}$ según la vertical y eje $\vec{\jmath}$ apuntando hacia el norte, entonces en el hemisferio sur, hacia donde se desvia la partícula:

(a) Si $v_y < 0$ (dirección sur)
(b) Si $v_z > 0$ (dirección hacia arriba)
(c) Si $v_z < 0$ (dirección hacia abajo).

126. (Jun 06) Se dispara un proyectil en dirección hacia el Polo Norte con velocidad de 1Km/seg, desde un punto de la superficie terrestre situado a 30^o de latitud norte ($\theta = 60^o$ de colatitud).

(a) ¿Hacia donde se desvia el disparo a causa de la rotación terrestre?.
(b) ¿Cuánto vale la aceleración de Coriolis en el momento del disparo?.

127. (Jun 07) ¿Hacia qué punto cardinal de la superficie terrestre debemos lanzar un proyectil para que, debido a la fuerza de Coriolis, se desvíe

(a) Hacia el oeste en el hemisferio norte?.
(b) Hacia el oeste en el hemisferio sur?.

128. (Jun 05) Considerar un péndulo de Foucault de 10 metros de longitud, situado a 20^o de latitud norte. (Radio de la Tierra = 6378 Km. Gravedad en el polo norte = 9.83 m/s^2).

(a) ¿Cuál es la variación relativa de la gravedad efectiva debido a la rotación de la Tierra?.
(b) Estimad el retraso del péndulo en un día.
(c) ¿Cuánto vale el periodo de rotación del plano del péndulo en dicha latitud?
(d) ¿En qué sentido gira dicho plano?.

129. (Jun 04) Considerar un péndulo de Foucault de 20 metros de longitud situado a 60^o de latitud Sur:

(a) Calcular el periodo de cada oscilación.
(b) ¿En que sentido gira el plano de oscilación?
(c) ¿Cuántas horas tarda el plano de oscilacion en dar una vuelta?

130. (Sep 03) Sea un disco de masa M y radio R. Obtener

(a) El momento de inercia respecto al eje perpendicular que pasa por el centro del disco.
(b) El momento de inercia respecto a un eje que contiene al diámetro.
(c) El momento de inercia con respecto a un eje en el plano del disco y tangente al borde del mismo
(d) Si el disco cae rodando por un plano inclinado, razonar si su velocidad es mayor que si cayese deslizándose sin rozamiento

131. (Sep 06) Sea una placa cuadrada de masa m y lado $2a$, situada en el plano XY con lados paralelos a los ejes y centro en el origen. Sabiendo que el momento de inercia alrededor del eje OX vale $ma^2/3$:

(a) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los ejes OY y OZ?

(b) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de las diagonales de la placa?

(c) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los lados de la placa?

132. (Jun 06) Sea una placa cuadrada de masa m y lado $2a$, situada en el plano XY con lados paralelos a los ejes y centro en el origen. Sabiendo que el momento de inercia alrededor del eje OZ vale $2ma^2/3$:

(a) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los ejes OX y OY?

(b) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los ejes $O'X'$, $O'Y'$ y $O'Z'$, paralelos a los anteriores con $\overrightarrow{OO'} = (0, a, a)$?

(c) ¿Es el sistema de referencia $O'X'Y'Z'$ un sistema de ejes principales?

(d) ¿Cuánto valen los elementos no diagonales del tensor de inercia respecto de la referencia $O'X'Y'Z'$?

133. (May 07) Considerar una espira cuadrada sin masa, de lado a, en cuyos vértices se colocan cuatro masas m puntuales.

(a) ¿cuánto valen los momentos principales de inercia respecto del centro de masas de la espira? .

(b) Escribir la matriz de inercia respecto de los ejes trasladados del centro de masas a un vértice de la espira..

(c) ¿Cuánto valen los momentos principales de inercia en un vértice de la espira?.

134. (Jun 07) Considerar una espira cuadrada sin masa, de semilado a, en la que se colocan dos masas m puntuales en dos vértices opuestos de la espira y dos masas $2m$ en los otros dos vértices.

(a) Escribir la matriz de inercia respecto del sistema con origen en el centro de masas de la espira y ejes XY paralelos a los lados .

(b) Escribir la matriz de inercia respecto del sistema con origen en el centro de masas de la espira y ejes XY segun las diagonales.

(c) Si forzamos la espira a girar con velocidad constante w alrededor de un eje paralelo a un lado de la espira, ¿cuál es el momento de las fuerzas en el sistema de ejes principales? (ecuaciones de euler)

135. (Jun 05) Sea una espira cuadrada de 1 metro de lado y 2 kilos de masa. Sabiendo que el momento de inercia de una varilla de longitud L y masa m respecto de un eje perpendicular que pasa por el centro vale $\frac{1}{12}mL^2$,

    (a) ¿Cuánto vale el momento de inercia de la espira respecto al eje perpendicular a la misma que pasa por su centro?.
    (b) ¿Cuánto vale el momento de inercia respecto de la diagonal de la espira?.
    (c) ¿Cuánto vale el momento de inercia respecto al eje perpendicular que pasa por un vertice?.
    (d) ¿Cuánto vale el momento de inercia respecto de un lado de la espira?.

136. (Jun03) Sea un anillo de radio 2 m y masa m centrado en el plano xy.

    (a) Obtener los momentos principales de inercia respecto del centro del anillo
    (b) Obtener los momentos principales de inercia respecto del punto (1,1,0)
    (c) ¿Cuáles son los ejes principales en el apartado anterior?

137. (Jun 03) Consideremos el movimiento de un sólido libre.

    (a) Razonar si el momento angular es una constante del movimiento.
    (b) Si los tres momentos principales de inercia son iguales, razonar si el movimiento del sólido alrededor de un eje cualquiera es siempre estable.
    (c) Si $I_1 > I_2 > I_3$, razonar si el movimiento del sólido alrededor de I_2 es inestable.
    (d) Si $I_1 = I_2 \neq I_3$, razonar si el movimiento del sólido alrededor de I_3 es inestable.

138. (Sep 05) Una peonza cónica de masa m, radio r y altura h se mueve en un campo gravitatorio, manteniendo el vértice fijo:

    (a) ¿Cuánto vale el momento de inercia alrededor del eje de revolución?.
    (b) ¿Cuánto vale la distancia del vertice al centro de masas de la peonza?
    (c) Escribe la energia potencial para una determinada inclinación θ de la peonza.

139. (May 07) En una polea (disco) de masa M se enrolla un hilo, sin masa, de cuyo extremo pende una masa puntual m.

 (a) Obtener la energía cinética, la energía potencial y el lagrangiano del sistema en el movimiento de caida de la masa puntual.

 (b) ¿Cuanto vale la aceleración lineal de la masa m y la aceleración angular de la polea?.

11., 12. y 13 MEDIOS ELÁSTICOS. TEORÍA DE PEQUEÑAS OSCILACIONES. ONDAS

140. (Jun 08) Una masa m está colgada en un punto de sujeción por medio de un muelle de constante k_1y longitud nula en relajación. A su vez, otra masa m cuelga unida de la primera por un muelle de constante k_2. El sistema inicia el movimiento en la dirección vertical con velocidades nulas y posiciones $y_1 = 0$ e $y_2 = d$.

(a) Obtener la energía potencial del sistema

(b) Obtener las posiciones de equilibrio de las masas.

(c) Escribir el Lagrangiano del sistema para las desviaciones ε_1 y ε_2 con respecto al equilibrio

(d) Si $k_1 = 3$ y $k_2 = 2$, ¿cuáles son las frecuencias propias de oscilación?

(e) Obtener las amplitudes de oscilación de los modos normales η_1 y η_2 para las condiciones iniciales indicadas.

(f) Escribir las posiciones y_1 e y_2 en función de los modos normales de oscilación.

141. (Jun 08) La función de onda para una cuerda es

$$y_1(x,t) = 0.001 \sin(62.8x + 314t)$$

con x, y_1 en metros y t en segundos.

(a) ¿En que sentido se propaga la onda?

(b) Obtener la longitud de onda y la velocidad de propagación

(c) Obtener los puntos de máxima oscilación en el instante $t = 1s$

(d) Si superponemos la onda anterior con

$$y_2(x,t) = 0.001 \sin(36.5x + 258t)$$

obtener la velocidad del grupo de ondas formado y la velocidad de fase de las ondas del grupo.

142. (Jun 08) Considerar una onda estacionaria, formada por dos ondas sinusoidales, con velocidad de fase de 8 m/s y velocidad de grupo de 4 m/s. El periodo de una de las ondas sinusoidales vale $\pi/4$ s y su longitud de onda 4π m.

(a) Encontrar el periodo y la longitud de onda de la otra onda sinusoidal

(b) Encontrar la posición de los nodos y los vientres de la onda estacionaria.

143. (Jun 08) Considerar un sistema de dos masas iguales m. Una de ellas se mueve en la dirección horizontal x_1, unida a un muelle, con un extremo fijo, de constante $k = 3mg/2l$. De esta masa cuelga la otra por medio de una varilla sin masa de longitud l, que le permite realizar un movimiento pendular, con angulo θ respecto de la vertical.

(a) Para pequeñas oscilaciones, escribir las matrices energía cinética y potencial y la ecuación de movimiento, utilizando como las coordenadas x_1 y $x_2 = l\theta$.

(b) Obtener las frecuencias propias de oscilación.

(c) Obtener las coordenadas normales, convenientemente normalizadas,

(d) Con las condiciones iniciales $x_1 = d$ y $\dot{x}_1 = x_2 = \dot{x}_2 = 0$, obtener los modos normales de oscilación.

144. (Sep 08) Considerar un paquete de ondas en un medio dispersivo cuya relación de dispersión $\omega(k)$ es $b^2k^2 = \omega^2 - a^2$ siendo b y a constantes.

(a) Calculad la velocidad de fase.

(b) Calculad la velocidad de grupo.

(c) Comentar el significado de dichas velocidades.

145. (Sep 08) Considerad una molécula de N_2O (lineal triatomica) aislada, observada desde el centro de masas:

(a) Describir el movimiento de los modos normales.

(b) En el modo normal antisimétrico, obtener la relación entre las velocidades de vibración del nitrógeno y del oxígeno ($m_N = 14$ u.a., $m_O = 16$ u.a.).

(c) ¿Qué modo vibra con mayor frecuencia, el simétrico o el antisimétrico?.

146. (Jun 03) Consideremos la propagación en una dimensión de una perturbación $\Psi(x,t) = A\cos(5t - x)$.

(a) Obtener la velocidad y sentido de la perturbación

(b) ¿Cuánto vale el periodo?

(c) ¿Cuánto vale la longitud de onda?

147. (May 07) Sea una cuerda tensa por la que se propaga una perturbación sinusoidal. En la posición $x_1 = 0$ la perturbación vale $y(x_1, t) = 0.001 \sin \pi t$, mientras que en $x_2 = 0.5$ la perturbación vale $y(x_2, t) = 0.001 \sin(\pi t + \pi/4)$. (las longitudes están dadas en metros)

(a) Obtener el periodo y la frecuencia de la perturbación.

(b) ¿Cuánto vale la longitud de onda?.

(c) ¿En qué sentido se propaga la perturbación y con qué velocidad?.

148. (Sep 03) Considerar una perturbación, en un espacio unidimensional, que varía con el tiempo según la función $\Psi(x,t) = A \tanh(t - 2x)$.

(a) ¿Con qué velocidad se propaga la perturbación?

(b) ¿La perturbación es periódica?

(c) En el instante inicial $t = 0$,¿Cuánto vale la perturbación en el origen?

149. (Jun 04) Consideremos la propagación en una dimensión de una perturbación $\Psi(x,t) = A \cos(5t - x)$.

(a) Obtener la velocidad de propagación

(b) Obtener el período de la perturbación en un punto arbitrario x_0.

(c) ¿Cuánto vale la longitud de onda?

150. (Sep 05) Considerar una onda viajera dada por la funcion de ondas $\Psi(ax + bt)$, siendo a y b constantes:

(a) ¿Cuánto vale la velocidad de fase?.

(b) Escribir la ecuación de ondas.

(c) Discute el sentido de propagación de la onda, dependiendo de los signos de a y b.

151. (Jun 07) Sea una cuerda tensa por la que se propaga una perturbación sinusoidal $y(x,t)$. La perturbación vale $y(1,0) = 0.1 \sin 2\pi$, y $y(0,1) = -0.1 \sin \pi/4$.

   (las longitudes están dadas en metros y los tiempos en segundos)

   (a) Obtener la perturbación $y(x,t)$.

   (b) ¿En qué sentido se propaga la perturbación y con qué velocidad?.

152. (Sep 06) Considerar las ondas planas $\Psi_1(x,t) = 0.2\cos(3x - 40t)$ y $\Psi_2(x,t) = 0.2\cos(3x + 40t)$ (S.I.)

   (a) Calcula la longitud de onda y el periodo.

   (b) Calcula la velocidad de fase. ¿cuál es el sentido del movimiento de dichas ondas?

   (c) Si superponemos las dos ondas, ¿en que posiciones se anula la perturbación?

   (d) Si superponemos las dos ondas, ¿en que posiciones la perturbación es máxima?

153. (Jun 06) Considerar un paquete de ondas con frecuencias comprendidas entre $w_1 = 0.9 \times 10^5 rad/s$ y $w_2 = 1.1 \times 10^5 rad/s$ que se propaga en un medio con relación de dispersión $\alpha^2 k^2 = w^2 + w_0^2$ ($w_0 = 10^5 rad/s$ y $\alpha = 10^5 m/s$).

   (a) ¿Cuál es el rango de las longitudes de onda del paquete?

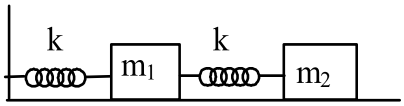
   (b) Obtener la velocidad de fase para la frecuencia central w_0

   (c) ¿Cuál es la velocidad de grupo para la frecuencia central w_0?

   (d) ¿Se trata de un medio dispersivo anómalo?

154. (May 07) La relación de dispersión para ondas superficiales en un fluido está dada por la expresión $w^2 = ak + bk^3$, donde w es la frecuencia angular, k es el número de ondas y $a = 8$ cm.s^{-2} y $b = 1$ cm^3.s^{-2} son constantes. Si emitimos un paquete de ondas en torno a la longitud de ondas $\lambda_0 = 3$ cm,

   (a) Teniendo en cuenta que el paquete se mueve con la velocidad de grupo, calcular el tiempo que tarda en recorrer una distancia de un metro .



(b) ¿Cuánto vale la velocidad de fase de las ondas del paquete?.

155. (Jun 05) Considerar un paquete de ondas en un medio dispersivo cuya relación de dispersión $\omega(k)$ es $v^2k^2 = \omega^2 - a^2$ siendo v y a constantes.

(a) Calculad la velocidad de fase.

(b) Calculad la velocidad de grupo.

(c) Comentar el significado de dichas velocidades.

156. (Jun 07) Sean dos masas $m_1 = m$ y $m_2 = m/2$ unidas horizontalmente entre sí por un muelle de constante k. A su vez, la primera de ellas está unida a la pared mediante otro muelle, alineado con el anterior, tambien de constante k

(a) Obtener la energía cinética, la energía potencial y el lagrangiano del sistema.

(b) Obtener las frecuencias propias

(c) Obtener los modos normales.

(d) Resolver el movimiento con las condiciones iniciales $x_1(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$ y $x_2(0) = A$. (los muelles tienen longitud nula en reposo y la pared está en $x = 0$)

157. (Sep 04) Considerad una molécula de N_2O (lineal triatomica) aislada, observada desde el centro de masas:

(a) Razonar si en el modo normal simétrico, el oxigeno permanece en reposo.

(b) En el modo normal antisimétrico, obtener la relación entre las velocidades de vibración del nitrógeno y del oxígeno ($m_N = 14$ u.a., $m_O = 16$ u.a.).

(c) ¿Qué modo vibra con mayor frecuencia, el simétrico o el antisimétrico?.

158. (May 07) Sean dos masas iguales unidas horizontalmente entre sí por un muelle de constante $2k$. A su vez, una de ellas está unida a la pared mediante otro muelle, alineado con el anterior, de constante $3k$

(a) Obtener la energía cinética, la energía potencial y el lagrangiano del sistema.

(b) Obtener las frecuencias propias y los modos normales.

(c) Resolver el movimiento con las condiciones iniciales $x_1(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$ y $x_2(0) = A$. (los muelles tienen longitud nula en reposo y la pared está en $x = 0$)