

Parcial de MECANICA Y ONDAS
23 de enero de 2007

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

Instrucciones: Cada cuestión se puntuará con 10/16 puntos, si la respuesta es completamente correcta. Y entre 0 y 10/16 puntos dependiendo de los errores cometidos en la respuesta. Es obligatorio entregar, en hojas aparte, los cálculos y razonamientos realizados .

Sea el punto P de coordenadas esféricas $r = 3$, $\theta = \pi/4$, $\phi = \pi/2$.
Entonces,

1. Escribir las coordenadas cartesianas de P .

Resp :

2. Escribir las componentes cartesianas de los vectores de la base local, \vec{u}_r , \vec{u}_θ y \vec{u}_ϕ , en el punto P .

Resp :

3. Escribir el vector \vec{j} en la base local del punto P .

Resp :

Dos bolas, partiendo del reposo, descienden en caída libre hacia el suelo. Sus masas cumplen que $m_1 = m_2$, mientras que sus radios cumplen que $2r_1 = r_2$. La fuerza de rozamiento con el aire es $\alpha r v$, siendo α una constante, r el radio de la esfera y v su velocidad.

4. ¿cuál de las dos bolas alcanza mayor velocidad límite? .

Resp :

5. ¿cuál de las dos bolas alcanza antes el 90% de la velocidad límite?.

Resp :

6. ¿cuál de las dos bolas llega antes al suelo?.

Resp :

Sea una esfera hueca de radios a y b ($a < b$), con una distribución esférica de masa M , cuya densidad ρ aumenta inversamente con el radio r ($\rho = k/r$).

7. ¿Cuánto vale el campo gravitatorio en $r < a$?

Resp :

8. ¿Cuánto vale el campo gravitatorio en $a < r < b$?

Resp :

9. ¿Cuánto vale el campo gravitatorio en $r > b$?

Resp :

Un cuerpo aislado de masa m y velocidad horizontal v explota en dos fragmentos de masas $2m/3$ y $m/3$

10. ¿Cuál es la velocidad del centro de masas?

Resp :

11. Si el fragmento más pesado sale con velocidad perpendicular u al movimiento inicial, ¿cuál es la velocidad del otro fragmento?

Resp :

12. ¿Ha actuado alguna fuerza externa sobre el sistema?

Resp :

Sea un sistema aislado de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 interactuando gravitatoriamente.

13. Escribir la lagrangiana del movimiento en función de las posiciones \vec{r}_1 , \vec{r}_2 y las correspondientes velocidades.

Resp :

14. Escribir la lagrangiana del movimiento en función de la posición del centro de masas \vec{R} , la posición relativa \vec{r} y las correspondientes velocidades. ¿cuál es la lagrangiana del movimiento relativo en coordenadas esféricas?

Resp :

15. ¿Qué coordenadas de la lagrangiana del movimiento completo son cíclicas?. Obtener todos los momentos conjugados que se conservan.

Resp :

16. Escribir la ecuación del movimiento relativo eligiendo en la lagrangiana el valor $\theta = \pi/2$. ¿Por qué es posible fijar este valor del ángulo θ ?

Resp :

PRIMER PARCIAL DE MECANICA Y ONDAS. Problemas

23 de enero de 2007

1. Un péndulo de masa m y 10 metros de longitud se pone en oscilación amortiguada con amplitud inicial A . Al cabo de un pseudoperiodo, su amplitud se reduce a la mitad. Se le aplica, entonces, una fuerza sinusoidal externa con frecuencia resonante de manera que, en régimen estacionario, la amplitud del movimiento forzado es de 1 metro. Se pide

- a) Obtener la frecuencia w_0 y el periodo T del movimiento sin amortiguamiento
- b) Obtener el factor de amortiguamiento β , la frecuencia w_1 y el pseudoperiodo T_1 del movimiento amortiguado.
- c) Obtener la frecuencia resonante y la amplitud de la fuerza externa.

2. Una partícula de masa m se mueve sobre la superficie de un cono invertido de ángulo α bajo la acción del campo gravitatorio terrestre.

- a) Escribir la lagrangiana en coordenadas esféricas y obtener el momento conjugado que se conserva.
- b) Escribir el potencial efectivo. Discutir el tipo de órbitas y calcular el radio de la órbita radial.
- c) Escribir la ecuación del movimiento en el caso de que el momento angular de la partícula sea nulo. Obtener, en este caso, el tiempo que tarda la partícula en caer desde una altura h hasta el origen del cono