

PRIMER EXAMEN PARCIAL DE MECÁNICA , enero 2008
GRUPO B

1. Sea el campo de fuerzas expresado en coordenadas cilíndricas $\vec{F} = k(\rho\vec{u}_\rho + z\vec{k})$ (N), siendo k una constante.

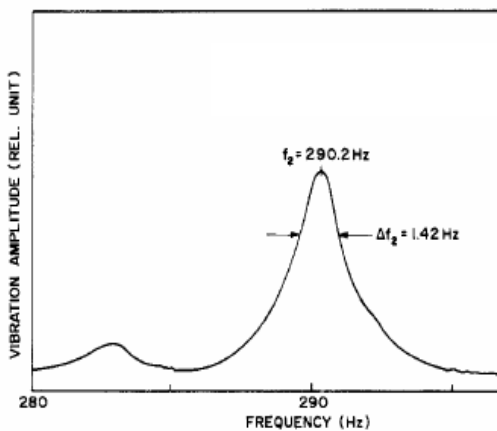
- a) Expresad el campo de fuerzas en coordenadas cartesianas y esféricas.
- b) ¿Es conservativo? ¿Es central? Justificad adecuadamente las respuestas.
- c) Sean los puntos A(100) y B(001), expresados en coordenadas cartesianas. Calculad el trabajo que se realiza al trasladar una partícula de A a B siguiendo un camino recto.

2. Sea el punto P de coordenadas esféricas $r = \sqrt{3}$, $\theta = \pi/2$, $\phi = \pi$, y la función potencial $V(r,\theta, \phi) = r \sin\theta\sin\phi$. Entonces,

- a) Obtened las coordenadas cartesianas de P.
- b) Calculad $\text{grad } V$ en el punto P y describid la superficie equipotencial en ese punto.
- c) Obtened el vector local \vec{u}_r en P.

3. Un objeto de masa 1 kg se impulsa sobre una superficie horizontal con velocidad inicial de 2 m/s. En su movimiento está sometida a una fuerza de fricción con la superficie con coeficiente de rozamiento dinámico $\mu=0.1$.

- a) Escribid la ecuación del movimiento y obtened la solución completa aplicando condiciones iniciales.
- b) Obtened el tiempo que transcurre y la distancia que recorre hasta el instante en el que se detiene.

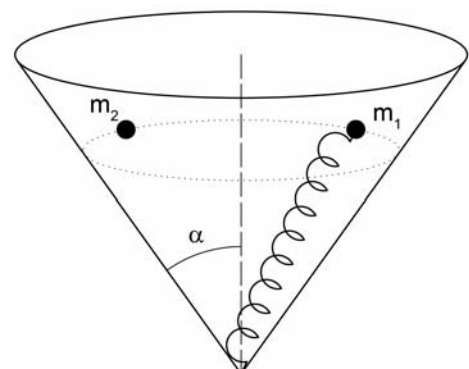


4. Una balanza de masas es un oscilador de dimensiones centimétricas cuya frecuencia de resonancia cambia cuando se deposita una masa adicional sobre éste. En la figura aparece su curva de resonancia. Determina:

- a) La frecuencia de resonancia, el factor de amortiguamiento y el factor de calidad. Justifica brevemente las respuestas.
- b) Si no se aplica ninguna fuerza al sistema, determina la amplitud de oscilación al cabo de 100 periodos, suponiendo que inicialmente esta amplitud es de 1 mm.
- c) Suponiendo que dicho oscilador se puede modelizar como una masa m unida a un muelle de constante elástica

k, determina el porcentaje de masa depositada, respecto a la masa del oscilador, si la frecuencia de resonancia pasa a valer 287 Hz.

5. Una masa $m_1=m$ está obligada a moverse sobre una superficie cónica invertida, sometida a una fuerza elástica efectuada por un muelle de longitud despreciable cuyo extremo opuesto está sujeto al origen. La fuerza de la gravedad es despreciable.



- a) Calculad la lagrangiana. Identificad las variables cíclicas y las constantes del movimiento, si las hay.
- b) Escribid el potencial efectivo y determinad el radio y la energía de la órbita circular.

Supongamos que la masa m_1 está describiendo una órbita circular cuando choca frontalmente con otra masa $m_2=m$ inicialmente en reposo que se encuentra en su trayectoria. El choque es completamente inelástico.

c) Calculad la velocidad, momento angular y energía del nuevo sistema tras el choque. Expresad el resultado en función del radio de la órbita circular del apartado anterior.

d) Escribid el nuevo potencial efectivo. ¿Continúa el nuevo sistema describiendo una órbita circular? Justificad la respuesta con los cálculos que consideréis pertinentes.

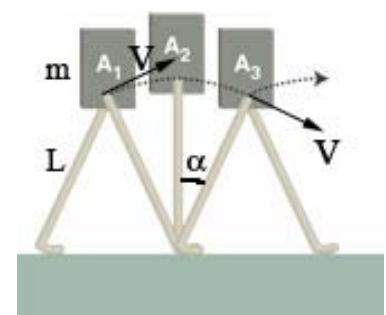
6. Dos puntos materiales de masa 2 kg, tienen como vectores de posición $\vec{r}_1(t) = (1+2\cos\omega t, -t^2, 0)$ metros y $\vec{r}_2(t) = (1-2\cos\omega t, -t^2, 0)$ metros, respectivamente.

a) Calcula el momento lineal del centro de masas, la fuerza total que actúa sobre el sistema, y las fuerzas que actúan sobre cada una de las partículas.

b) ¿Qué componentes del momento lineal de cada partícula y totales se conservan?

c) Deduce la expresión general de la energía cinética del sistema en términos de la velocidad del centro de masas y la velocidad relativa y calcula dicha energía en este caso particular

7. Asimilamos el movimiento que efectúa una persona al andar con el de una masa m que se apoya sobre dos piernas rígidas de longitud L y masa despreciable, describiendo un arco de circunferencia con velocidad V . Al finalizar un arco se disipa energía debido a un choque inelástico contra el suelo que absorbe la componente vertical de la velocidad.



a) ¿Cuánta energía cinética se disipa en cada choque? En biomecánica el coste de la locomoción se define como (energía disipada)/(peso·distancia recorrida). Calcula el coste de la locomoción para una persona que anda a 1.3 m/s, con $L=0.8$ m y un ángulo α de 25° .

b) Escribe la expresión de la aceleración centrípeta del movimiento y razona cuál es el valor máximo que puede alcanzar en el punto más alto (A_2) sin que el pie se despegue del suelo (compatible con un movimiento circular). Como consecuencia, estima la velocidad máxima a la que se puede andar con este tipo de movimiento. En particular, calcula la velocidad máxima para un adulto con $L=0.8$ m en la tierra y en la luna ($g_L=g_T/6$).