

**EXAMEN Parcial DE MECANICA Y ONDAS (Teoria)**  
**25 de Enero de 2005**

-----  
Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_  
Grupo: \_\_\_\_\_  
-----

*Instrucciones:* Cada cuestión se puntuará con 10/16 puntos, si la respuesta es completamente correcta. Y entre 0 y 10/16 puntos dependiendo de los errores cometidos en la respuesta. Es obligatorio entregar, en hojas aparte, los cálculos y razonamientos realizados .

-----

1. Sea la función potencial  $\Phi(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z$  y el punto P de coordenadas cartesianas (1, 1, 0). Entonces,
  2. Calcular en coordenadas cartesianas  $\overrightarrow{\text{grad}} \Phi$  en el punto P. **Resp** : .....
  3. Calcular en coordenadas cilíndricas  $\overrightarrow{\text{grad}} \Phi$  en el punto P. **Resp** : .....
- 

Considerar el campo de fuerzas  $\vec{F} = xz \vec{i} + 2z \vec{j} - zy \vec{k}$  y el punto A de coordenadas cartesianas (1, 0, 1).

4. Comprobar si  $\vec{F}$  es un campo de fuerzas conservativo. **Resp** : .....
  5. Obtened el trabajo de  $\vec{F}$  a lo largo del segmento OA . **Resp** : .....
- 

El movimiento de una partícula está descrito por la trayectoria  $\vec{r}(t) = (\cos t, \cos 2t, \cos 3t)$ , en metros En el instante  $t = \pi/6$  segundos:

6. Calculad la celeridad. **Resp** : .....
  7. Calculad la aceleración tangencial. **Resp** : .....
- 

Dos cuerpos esféricos de radios  $r_1$  y  $r_2$  y masas  $m_1$  y  $m_2$ , respectivamente, caen en el seno de un fluido, que se opone al movimiento con una fuerza viscosa proporcional a la velocidad. Discute cual de los dos cuerpos alcanza mayor velocidad límite en los siguientes casos:

8.  $m > m_2$  y  $r_1 = r_2$ . **Resp** : .....

9.  $m_1 = m_2$  y  $r_1 > r_2$ . **Resp** : .....

---

Un sistema de dos partículas se mueve en tres dimensiones bajo la acción del potencial

$$U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = 3(z_1 + z_2) + (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \text{ julios}$$

entonces:

10. ¿Cuánto vale la fuerza total ejercida sobre el sistema cuando  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{0}$ ? **Resp** : .....
  11. ¿Cómo cambia el potencial bajo un desplazamiento del sistema  $\vec{a} = (1, 1, 1)$ ? **Resp** : .....
- 

El coeficiente de amortiguamiento de un oscilador amortiguado es  $\beta = 3\pi \text{ s}^{-1}$  y su frecuencia sin amortiguar es  $\nu = \omega_0/2\pi = 5 \text{ Hz}$  (periodos por segundo). Si la amplitud de la segunda oscilación es de 3.5 mm:

12. Calcula la frecuencia del oscilador amortiguado. **Resp** : .....
  13. Calcula la amplitud inicial. **Resp** : .....
  14. Calcula la amplitud en régimen estacionario cuando se aplica una fuerza externa sinusoidal de amplitud  $F/m = 2 \text{ m/s}^2$  y 4.5 Hz de frecuencia. **Resp** : .....
- 

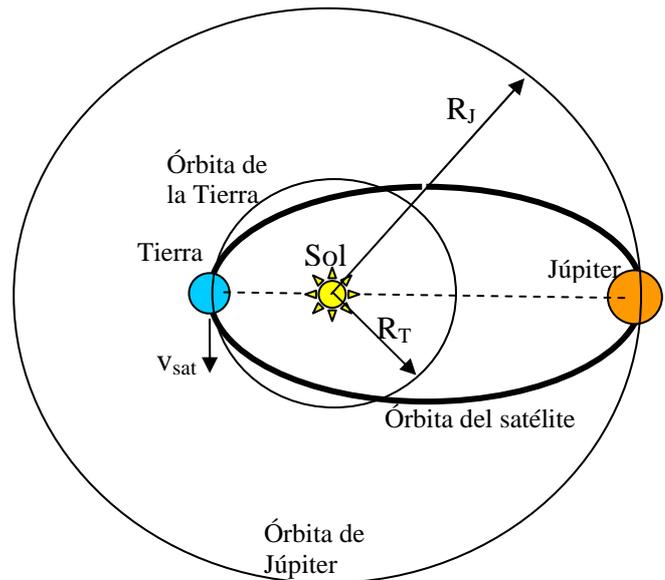
Considerad una esfera hueca de 10 kilos de masa con densidad uniforme y radios 2 y 10 centímetros. Obtened el campo gravitatorio, en unidades de la constante  $G$ , a las siguientes distancias del centro de la esfera

15. A quince centímetros. **Resp** : .....
16. A cinco centímetros. **Resp** : .....
17. A un centímetro. **Resp** : .....

EXAMEN DE MECÁNICA Y ONDAS (25/1/2005) PRIMER PARCIAL  
Problemas

1. Se desea enviar un satélite de exploración a Júpiter desde la Tierra. Una trayectoria posible es la órbita elíptica que ilustra la figura: el satélite, que se encuentra ya en una estación espacial a una cierta altura sobre la Tierra, es lanzado cuando la Tierra se encuentra en el perihelio (radio mínimo) de la órbita que seguirá el satélite alrededor del sol, mientras que Júpiter se encontrará en el afelio (radio máximo) de dicha órbita cuando el satélite alcance dicho punto. Como aparece en la figura, se supondrá que las órbitas de la Tierra y Júpiter alrededor del Sol son circulares y de radios  $R_T$  y  $R_J$  respectivamente.

- Calcula la velocidad de la Tierra  $v_T$  en su movimiento circular alrededor del sol. El satélite es lanzado con una velocidad  $v_0$  respecto a la Tierra, dirigida según la misma dirección y sentido del movimiento de ésta. Escribe la expresión de la velocidad del satélite respecto a un sistema fijo con el Sol ( $v_{sat}$ ).
- Calcula los semiejes mayor y menor de la órbita del satélite y su excentricidad.
- Utilizando los principios de conservación de la energía y del momento angular, calcula la velocidad  $v_0$  con la que será necesario lanzar el satélite para que describa la órbita elíptica prevista.
- Calcula el tiempo previsto de viaje entre la Tierra y Júpiter.



DATOS:  $R_T=1.5 \cdot 10^{11}$  m,  $R_J=5.2 R_T$ ,  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$  Masa del sol  $M_S = 2 \cdot 10^{30}$  kg  
La altura del satélite en la posición inicial sobre la Tierra es despreciable respecto a  $R_T$ .

2. Un bloque de masa  $M$  se encuentra sujeto sobre dos muelles de constante elástica  $k$  que a su vez están sujetos al suelo. En el centro del bloque hay un hilo de longitud  $a$  del que pende una masa puntual  $m$  que **es obligada a girar con velocidad angular  $\omega$  constante**.

- Escribe la lagrangiana del sistema.
- Obtén la ecuación del movimiento del bloque de masa  $M$ . Reconoce en dicha ecuación el término correspondiente a la fuerza externa que obliga al bloque a oscilar.
- Se introduce un amortiguamiento en el sistema cuya fuerza es proporcional a la velocidad del bloque y en sentido opuesto. Modifica adecuadamente la ecuación del movimiento del bloque obtenida en el apartado anterior y obtén la solución. Calcula la amplitud con la que oscilará el bloque si éste se encuentra en el estado estacionario, suponiendo que la masa gira con una velocidad angular  $\omega=1$  rad/s,  $M=100$  kg,  $m=20$  kg,  $k=240$  N/m,  $b=24$  Ns/m y  $a=1$  m.

