

**1.1** La aproximación de Stirling permite evaluar el logaritmo de factoriales de números grandes con un error pequeño. Calcula y representa el error relativo (en %) obtenido al utilizar la fórmula de Stirling para calcular  $\ln x!$ . Cuando  $1 < x < 100$ .

**1.2.** Busca en la bibliografía una fórmula que proporcione un resultado mejor que la de Stirling para evaluar  $\ln x!$ . Representa el error relativo junto al obtenido con la fórmula de Stirling.

**2.** Realiza las siguientes derivadas:

$$\frac{d}{dx} [\ln(ax^n)] \qquad \frac{d}{dx} \left[ \ln \frac{a}{x!} \right] \quad (\text{usa la fórmula de Stirling})$$

$$\frac{d}{dx} \left[ \ln \left( \frac{1}{1 - e^{-a/x}} \right) \right] \qquad \frac{d}{dx} \left[ \sum_i e^{-\frac{a_i}{x}} \right]$$

**3.** Considera un sistema formado por  $N=100$  partículas distinguibles, cada una de las cuales es capaz de acceder a tres estados de energías  $0$ ,  $\epsilon$  y  $2\epsilon$ , siendo la energía total disponible  $50\epsilon$ .

**3.1.** Calcula el número de microestados ( $W = \frac{N!}{N_1!N_2!N_3!}$ ) que pueden tenerse

poniendo entre 4 y 20 partículas en el tercer estado ( $N_3$ ). Dibuja la curva probabilidad relativa (prob/prob máxima) frente a número de partículas en el tercer estado ( $N_3$ ). [Ayuda: El número de partículas en los otros estados puede relacionarse con  $N_3$  por las restricciones en la energía total y en el número de partículas  $50=N_2+2N_3$  y  $100=N_1+N_2+N_3$ )

**3.2.** Determina cuántas partículas habrá en cada uno de los estados para la distribución más probable. Repite el cálculo para el caso de  $N=10000$  partículas con energía total  $5000\epsilon$  [Ayuda: el máximo de probabilidad, coincide con el máximo en el número de microestados ( $W$ ) y con el máximo en el logaritmo ( $\ln W$ ). Usa la aproximación de Stirling sobre esta última cantidad para luego aplicar la condición de máximo.

**3.3.** Comprobar si la distribución resultante en este último caso cumple con la distribución de Boltzmann.

**4.** Se tiene un sistema formado por  $10^{23}$  partículas. El nivel fundamental del sistema esta formado 3 microestados de energía 0. El nivel 10 esta formado por 100 microestados cuya energía es de  $10k$  Joules (siendo  $k$  la constante de Boltzmann) A la temperatura de  $10$  K, la probabilidad de encontrar el sistema en cada uno de los microestados fundamentales es de  $10^{-4}$ . ¿Cuál será la probabilidad de encontrar al sistema en el nivel 10?

Soluciones

3.2.  $N_1=6162$ ,  $N_2=2676$ ,  $N_3=1162$ ;  
4.  $3.68 \cdot 10^{-3}$