

PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA

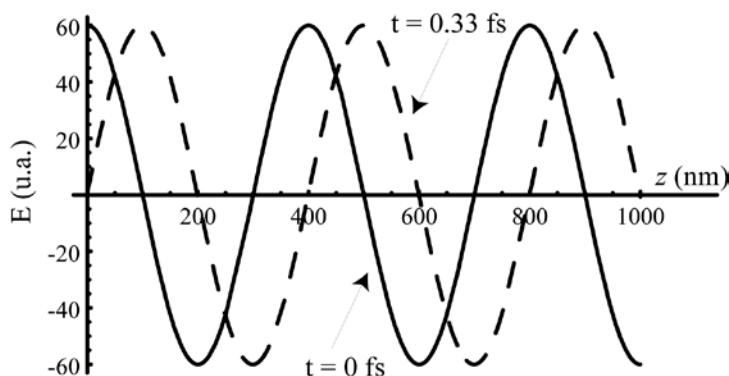
BOLETÍN 1

1.1 El ojo humano posee una elevada sensibilidad a la luz amarilla y verde, donde la mayor sensibilidad corresponde a una longitud de onda en el vacío de $\lambda = 555 \text{ nm}$. Si la velocidad de la luz es de $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, determínese la frecuencia de estas ondas. (Sol: $\nu = 540 \text{ THz}$)

1.2 La velocidad de la luz en el vacío es aproximadamente $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. Encuéntrese la longitud de onda de la radiación luminosa roja de frecuencia $\nu = 500 \text{ THz}$. (Sol: $\lambda = 600 \text{ nm}$)

1.3 Considérese una onda plana que, en el Sistema Internacional de unidades, viene dada por la expresión $E_y(z, t) = 2 \cos[2\pi \times 10^{14}(t - z/c)]$. Determínese la frecuencia, longitud de onda y amplitud. (Sol: $\nu = 100 \text{ THz}$; $\lambda = 3 \mu\text{m}$; $A = 2 \text{ V/m}$)

1.4 Escribese una expresión para la onda armónica que se muestra en la figura. Encuéntrese su longitud de onda, velocidad de fase, frecuencia y periodo. (Sol: $E(z, t) = 60 \cos[2\pi(t/1.3 \text{ fs} - z/400 \text{ nm})]$; $\lambda = 400 \text{ nm}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$; $T = 1.33 \text{ fs}$; $\nu = 750 \text{ THz}$)



1.5 Encuéntrese la velocidad de fase de la luz en el diamante si el índice de refracción es $n = 2.42$. (Sol: $\nu = 1.24 \times 10^8 \text{ m/s}$)

1.6 Conocida la longitud de onda en el vacío, $\lambda_0 = 540 \text{ nm}$, determínese su valor si la luz se propaga en agua, donde $n = 1.33$. (Sol: $\lambda = 405 \text{ nm}$)

1.7 Un cristal de cuarzo tiene índices de refracción de 1.5572 y 1.5482 para las longitudes de onda de 404.7 nm y 508.6 nm, respectivamente. Usando solamente los dos primeros términos de la ecuación de Cauchy, evalúense sendos coeficientes y determínense el índice de refracción para $\lambda = 643.8 \text{ nm}$ y el número de Abbe del cuarzo. (Sol: $A = 1.5327$; $B = (63.39 \text{ nm})^2$; $n = 1.5424$; $\nu_D = 70.7$)

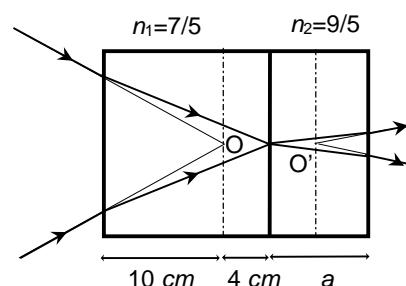
PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA

BOLETÍN 2

2.1 Un pez está 2 metros por debajo de la superficie del agua. Un hombre dispara su rifle apuntando al lugar donde el pez aparece con un ángulo de 45° con la vertical. Si el índice de refracción del agua es de 1.33 y se supone que la bala no se desvía al penetrar en el agua, dígame dónde cortará la bala a la vertical que pasa por el pez. (Sol: 74 cm sobre el pez)

2.2 En el centro de un cubo transparente de arista a y de índice de refracción n se tiene una fuente de luz puntual. Mirando desde el exterior al cubo, hállese el radio mínimo de un círculo de papel negro que, pegado a la cara del cubo, tape la luz de la fuente. (Sol: $r = a / 2\sqrt{n^2 - 1}$)

2.3 Se tienen dos bloques de vidrio juntos de índices n_1 y n_2 según se indica en la figura. Un haz de rayos de pequeña apertura angular procedente de un medio exterior de índice de refracción unidad apunta hacia O. ¿Donde vería la imagen de O un observador situado a la derecha del bloque? (Sol: $(5/9)a$ a la izquierda de la última superficie)



2.4 Un rayo incide sobre un prisma óptico de ángulo de refringencia de 60° y de índice de refracción 1.5, formando un ángulo de 40° con la normal. Calcúlese la desviación del rayo emergente. ¿Cuál es la desviación angular mínima que puede producir este prisma? (Sol: $\delta = 38.466^\circ$ y $\delta_{\min} = 37.181^\circ$)

2.5 Se desea determinar el índice de refracción de una sustancia líquida, para lo cual se introduce dicho líquido en un prisma equilátero hueco cuyas paredes son de vidrio de espesor despreciable. Iluminando con una lámpara de sodio ($\lambda = 589.3 \text{ nm}$) se determina que el ángulo de mínima desviación es de 25° . Obténgase

a) el índice de refracción; (Sol: $n = 1.351$),

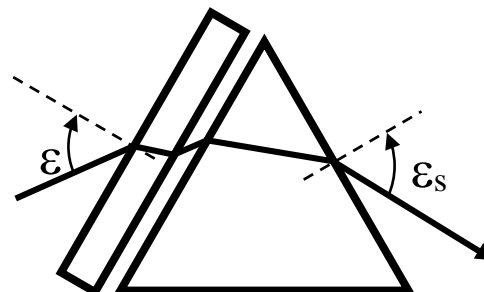
b) los ángulos de incidencia y refracción correspondientes a la situación de desviación mínima. (Sol: $\varepsilon_1 = -\varepsilon'_2 = 42.5^\circ$, $\varepsilon'_1 = -\varepsilon_2 = 30^\circ$)

2.6 En la figura se muestra una lámina planoparalela y un prisma óptico, con un ángulo de refringencia α y un índice de refracción n , situado de forma que una de sus caras es paralela a la lámina. Se hace incidir un rayo sobre la lámina (ángulo de incidencia ε), el cual, después de atravesarla, incide sobre el prisma, siendo ε_s el ángulo de refracción del rayo a la salida del prisma.

a) Sabiendo que el rayo incide sobre el prisma en condiciones de desviación mínima, determínese el ángulo de incidencia ε .

b) ¿Qué ocurriría si cambiáramos la lámina por otra de índice de refracción diferente?

c) De la misma manera, determínese qué pasaría si giráramos la lámina o si giráramos el prisma.



(Sol: a) $\varepsilon = \arcsen(n \sin(\alpha / 2))$, b) y c) El rayo incide en condiciones de desviación mínima si el índice de refracción de la lámina cambia y si giramos la lámina, pero no cuando giramos el prisma)

2.7 Se desea construir un prisma acromático con un vidrio flint de Bario de índice $n = 1.5838$, número de Abbe $\nu = 46.0$, y un vidrio crown de índice $n = 1.5180$ y $\nu = 59.6$, de manera que la desviación angular de la raya D sea 0.2664° . ¿Con qué ángulo se tendrá que tallar cada uno de los prismas? (Sol: $\alpha_1 = -1.54^\circ$ y $\alpha_2 = 2.26^\circ$)

2.8 Determínense la posición y tamaño de la imagen que, de un objeto extenso, genera una lente prismática situada a 10 cm de éste, considerando que el grosor del prisma es despreciable, su ángulo de refringencia es de 2° , y está construido con un vidrio de índice de refracción $n = 1.5$. Evalúense de nuevo la posición y tamaño de este mismo objeto si detrás del prisma se coloca una lámina planoparalela, de 5 mm de grosor y construida con el mismo vidrio que el prisma, de tal manera que la segunda cara del prisma y la primera de la lámina son paralelas. Obsérvese si el resultado depende de la separación entre el prisma y la lámina. ¿Podría utilizarse este resultado si consideramos exclusivamente la lente prismática pero con un grosor no despreciable de también 5 mm ? (Sol: $\Delta y = 1.75\text{ mm}$ y $\Delta z = 1.67\text{ mm}$ producidos por el prisma y la lámina; no depende de su separación; es válido el último razonamiento)

PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA

BOLETÍN 3

3.1 Un objeto se encuentra 50 cm a la izquierda de un dioptrio esférico de radio -15 cm que separa dos medios de índices 1 y 1.42. Puesto que los rayos que llegan al dioptrio sufren refracción, determínese la posición y el aumento de la imagen. (Sol: la imagen está a 29.58 cm a la izquierda del dioptrio, $\beta' = 0.42$).

3.2 Una superficie esférica de radio $r = 5\text{ cm}$, considerando que el centro de curvatura se encuentra a la derecha del vértice de la superficie, separa dos medios de índices de refracción $n_1 = 1.2$ y $n_2 = 1.5$. Encuéntrese la imagen de un punto, O, situado 100 cm a la izquierda del vértice de la superficie:

- a) Cuando O actúa como objeto real. (Sol: 31.25 cm a la derecha de la superficie)
- b) Cuando O actúa como objeto virtual. (Sol: 16 cm a la izquierda de la superficie)

En ambos casos trácense al menos dos rayos que vayan desde O hasta O'.

3.3 Una bola esférica de vidrio de índice de refracción 1.6 y de radio 2 cm está sumergida en un líquido de índice de refracción 1.4. Si un haz paralelo procedente del líquido penetra en la bola, ¿en qué punto, al otro lado de la cara lejana, quedarán enfocados sus rayos? (Sol: a 6 cm a la derecha del segundo vértice).

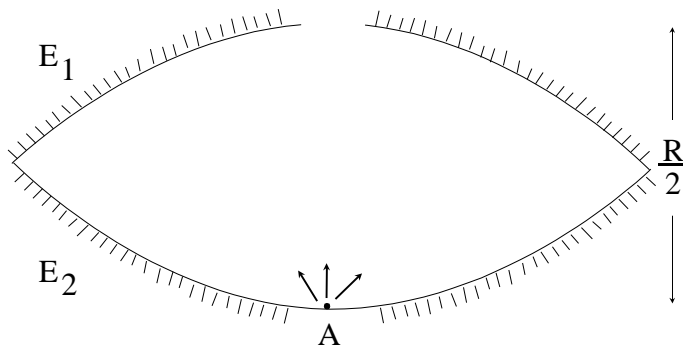
3.4 Considérese una bola de cristal de radio $r = 50\text{ cm}$, de un vidrio de índice de refracción $n = 1.5$. Calcúlese la posición y el aumento lateral de la imagen proporcionada por la bola de un objeto real situado a 250 cm de la primera superficie. (Sol: la imagen es real y está a 100 cm del centro de la esfera; $\beta' = -1/3$).

3.5 Unas gafas submarinas tienen el cristal de forma de pared esférica con un grosor de 5 mm . Las dos caras están formadas por dos dioptrios esféricos concéntricos siendo el radio mayor de 50 cm (índice del vidrio 1.50, índice del agua 1.33).

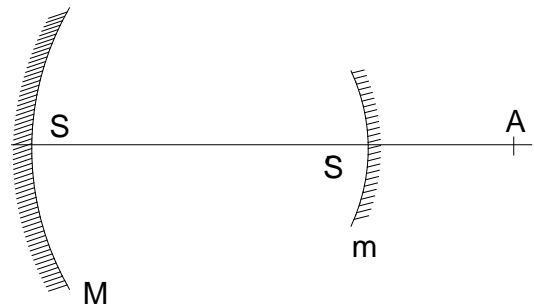
- a) ¿En qué lugar y con qué aumento verá el submarinista un caballito de mar situado a 2 m del vértice anterior de las gafas?. (Sol: $s'_2 = -74.9\text{ cm}$ y $\beta' = 1/2$)
- b) Repítase el apartado anterior en el caso de que el cristal tenga la concavidad contraria (Sol: $s'_2 = -186.5\text{ m}$ y $\beta' = 124$)

3.6 Un sistema óptico centrado está constituido por dos espejos esféricos idénticos de radio de curvatura R , uno de los cuales tiene una pequeña abertura en su centro. La distancia entre vértices es $R/2$, tal como indica la figura. Situamos un objeto puntual luminoso A , en el vértice de uno de los espejos y observamos su imagen a través de todo el sistema. Determinéne la posición de la imagen de dicho objeto:

- a) Gráficamente,
b) Analíticamente. (Sol: Sobre el vértice de E_1)



Ejercicio 3.6



Ejercicio 3.7

3.7 Dado un sistema centrado como el de la figura, y considerando la aproximación paraxial, calcúlese la imagen del punto A después de reflejarse sucesivamente en los espejos M y en m . Datos: $R = 50 \text{ cm}$, $r = 20 \text{ cm}$, $SA = 200 \text{ cm}$ y $SS' = 15 \text{ cm}$. (Sol: A' a 5.76 cm a la izq. de S')

PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA

BOLETÍN 4

4.1 Considérese una superficie cóncava de radio R que separa dos medios de índices de refracción n y n' . Hállense:

- a) las distancias focales y la potencia para el caso de una superficie de radio 1.5 cm que separa aire y agua ($n' = 4/3$), (Sol: $f' = -6\text{ cm}$, $f = 4.5\text{ cm}$ y $\varphi' = -16.7\text{ D}$)
- b) la distancia imagen y tamaño de un objeto pequeño situado a 9 cm del vértice que mide 3 cm de altura. (Sol: $s' = -4\text{ cm}$ y $y' = 1\text{ cm}$)

4.2 Considérese una esfera de radio $r = 50\text{ cm}$ formada de un vidrio de índice de refracción $n = 1.5$. Calcúlese la imagen dada por esta esfera de un objeto real situado a 250 cm , considerando el sistema como acoplamiento de dos dioptrios esféricos (Sol: La imagen es real y está a 100 cm del centro de la esfera)

4.3 Considérese el acoplamiento de un dioptrio plano y otro esférico, de radio de curvatura -13.4 cm . Entre los dioptrios, separados 1.5 cm , el medio tiene un índice de refracción $n = 1.67$, y en el exterior hay aire. Obténgase la posición de los planos principales y la potencia del acoplamiento. Determínese la posición de la imagen y el aumento lateral observado si situamos un objeto real a 22 cm delante de la primera cara. (Sol: H' está sobre la superficie esférica, $HH' = 0.6\text{ cm}$ y $\varphi' = 5\text{ D}$; O' es real, está a 158 cm de la superficie curva y $\beta' = -6.9$)

4.4 Dado el sistema centrado del ejercicio 3.7, y considerando nuevamente la aproximación paraxial, calcúlese la imagen del punto A después de reflejarse sucesivamente en los espejos M y en m . Considérese el cálculo a través de los elementos cardinales del sistema acoplado.

4.5 Considérese un sistema óptico tal que $f' = -f = 40\text{ cm}$ acoplado a un espejo cóncavo de radio 10 cm y situado a 90 cm de su punto principal imagen. Encuéntrese la imagen de un objeto situado 50 cm por delante del punto principal objeto:

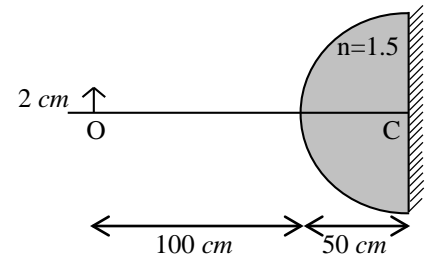
- a) A través del sistema óptico tal cual.
- b) Hallando primero el espejo equivalente del sistema y luego hallando la imagen del objeto a través del nuevo sistema equivalente. (Sol: O' a 25.38 cm a la izq. de O)

4.6 A 30 cm de una lente delgada de 5 D de potencia y se encuentra un objeto real, y a 1 m detrás de la lente se coloca un espejo esférico cóncavo de 28.6 cm de radio de curvatura. a) Calcúlese la posición de la imagen final. b) Si entre el espejo y la lente se intercala otra lente de -3 D , a 50 cm de la primera, determínese la nueva posición de la imagen final. (Sol: a) $\overline{OO'} = +3.1\text{ cm}$, b) $\overline{OO'} = +1.04\text{ cm}$).

4.7 Considérese un dioptrio formado por una semiesfera de índice de refracción $n = 1.5$ y radio $R = 50\text{ cm}$. Se coloca un espejo plano en la cara plana del dioptrio (véase la figura). Si situamos un objeto O de 2 cm de altura a 100 cm a la izquierda del dioptrio, y considerando la aproximación paraxial, calcúlese y representese gráficamente:

- El espejo equivalente del sistema catadióptrico.
- La posición de los focos y las distancias focales objeto e imagen del espejo equivalente.
- La posición y el tamaño de la imagen final.

(Sol: a) El espejo equivalente tiene el vértice en C y el radio equivalente mide -150 cm , c) $\overline{OO'} = 0$ y $\beta' = -1$).



PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA

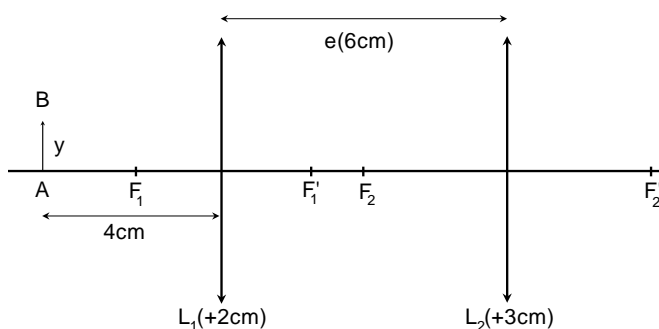
BOLETÍN 5

5.1 Se tiene una lente gruesa biconcava construida con un vidrio de índice de refracción $n = 1.6$. Sus caras tienen un radio de curvatura de 25 cm , y sus correspondientes vértices distan 1.3 cm . Además, se coloca un objeto real a 22 cm por delante de la primera cara de la lente. Hállense las posiciones de los planos principales y focales. Evalúese la posición y aumento lateral de la imagen generada utilizando los elementos cardinales del sistema compuesto. (Sol: $\overline{S_1H} = -\overline{S_2H'} = 0.4\text{ cm}$ y $f' = -20.65\text{ cm}$. $\overline{S_2O'} = -11.14\text{ cm}$ y $\beta' = 0.48$)

5.2 Calcúlese la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de altura h situado en el foco imagen de una lente delgada de focal f' . Hágase el trazado de rayos tanto para el caso en el que la lente sea convergente como divergente. (Sol: $a' = f'/2$)

5.3 Considérese el acoplamiento de una lente cilíndrica descrita por el diagrama óptico $10.0 \times 45^\circ$ y otra lente cilíndrica cruzada y pegada a la anterior, descrita por el diagrama $4.0 \times 135^\circ$. Determinéense el intervalo de Sturm para un punto objeto situado a 50 cm delante del doblete. (Sol: El intervalo de Sturm es 37.5 cm)

5.4 Hállese tanto gráficamente como analíticamente la posición y tamaño de la imagen a través de todo el sistema de la figura. Considérense los elementos cardinales del sistema acoplado. Indíquese si la imagen es real o virtual (Sol: $\overline{O'L_2} = -6\text{ cm}$ y $\beta' = -3$; la imagen final es virtual)

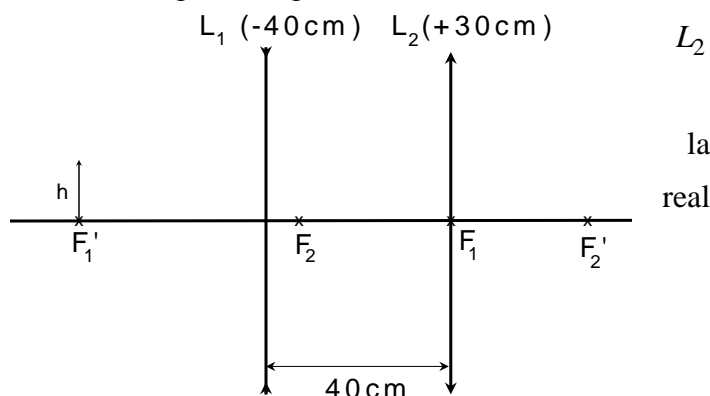


5.5 Dos lentes delgadas convergentes de $\phi_1' = +2\text{ D}$ y $\phi_2' = +4\text{ D}$ forman un sistema centrado. Calcúlese la potencia del sistema y la posición de sus focos y planos principales cuando la separación entre las lentes es de: (a) $e = 20\text{ cm}$, (b) $e = 60\text{ cm}$, (c) $e = 1\text{ m}$. Analícese en cada caso si el sistema es convergente o divergente. Hágase el trazado de rayos que vienen del infinito a través del sistema. (Sol: (a) $\phi' = +4.4\text{ D}$, $\overline{HL_1} = +18.2\text{ cm}$ y $\overline{H'L_2} = -9.1\text{ cm}$, (b) $\phi' = +1.2\text{ D}$, $\overline{HL_1} = +200\text{ cm}$ y $\overline{H'L_2} = -100\text{ cm}$, (c) $\phi' = -2\text{ D}$, $\overline{HL_1} = -200\text{ cm}$ y $\overline{H'L_2} = +100\text{ cm}$. El sistema es convergente, divergente y convergente, resp.)

5.6 Obténgase la posición y tamaño de la imagen h' de un objeto $h = 2\text{ cm}$ de altura situado en el foco imagen de la primera lente del sistema óptico centrado de la figura: (a) gráficamente, (b) analíticamente.

(Sol: La imagen está a 60 cm a la derecha de con un tamaño de 1 cm , invertida)

Indíquese, tanto para la imagen final como para imagen intermedia si se trata de una imagen o virtual. (Sol: La imagen final es real y la intermedia es virtual)



5.7 Dado un doblete $(2,3,-3)$ y un punto

objeto O virtual, situado sobre el eje entre los puntos L_1 y L_2 donde se encuentran las lentes, de tal forma que $\overline{L_1O} = \overline{OL_2}$. Utilizando la ecuación de Newton, encuéntrase la imagen de O .

a) Si la luz incide primero sobre la lente convergente. (Sol: $\overline{O'F_2'} = 7e/12$)

b) Si la luz incide primero sobre la lente divergente. (Sol: $\overline{O'F_1'} = 2e/3$)

En ambos casos hágase el trazado de un rayo cualquiera que, procedente del punto objeto O , atraviese el sistema.

5.8 Se desea construir una lente acromática de 10 cm de distancia focal en forma de doblete cementado de vidrios crown y flint de los siguientes índices:

vidrio	n_C	n_D	n_F
Crown	1.50868	1.51100	1.51673
Flint	1.61611	1.62100	1.63327

Hállense los radios de curvatura de ambas lentes si la de vidrio crown ha de ser equiconvexa y la combinación ha de estar corregida para las rayas C y F . (Sol: Para la primera lente $r_1 = -r_2 = 4.39\text{ cm}$ y para la segunda lente $r_1 = -4.39\text{ cm}$ y $r_2 = -71.13\text{ cm}$)

5.9 Considérese un sistema afocal formado por dos lentes delgadas de distancias focales f_1' y f_2' , de tal manera que la primera está construida con un vidrio flint de número de Abbe v_1 y la otra con un vidrio crown de número de Abbe v_2 .

a) Hállese la condición de acromatismo, para las rallas C y F , de este sistema óptico. (Sol: $v_1 f_2' + v_2 f_1' = 0$)

b) Demuéstrese que en este tipo de sistemas la lente de vidrio crown ha de ser convergente y la de vidrio flint, divergente.