Tema V. Acoplamientos de sistemas

- Asociación de dos sistemas centrados dióptricos
- Asociación de espejos esféricos centrados y sistemas catadióptricos
- Sistemas afocales

Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Universitat de València OpenCourseWare

Acoplamientos de sistemas

Asociación de sistemas dióptricos

- Consideremos un sistema óptico centrado, compuesto por el **acoplamiento de dos sistemas** dióptricos.

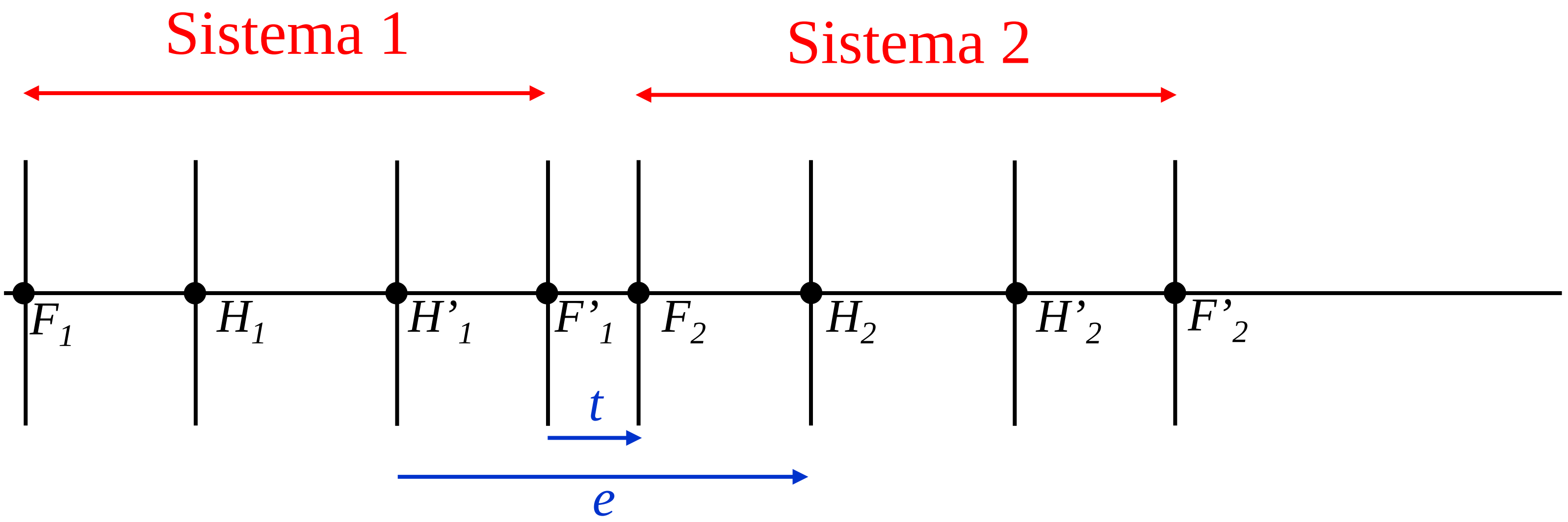
- En realidad es suficiente con exigir que coincide el sentido de propagación de la luz incidente y emergente en cada uno de los sistemas acoplados.

Sistema 1 (H_1, H'_1, F_1, F'_1) **Sistema 2** (H_2, H'_2, F_2, F'_2)

Sistema Acoplado (H, H', F, F')

Acoplamientos de sistemas

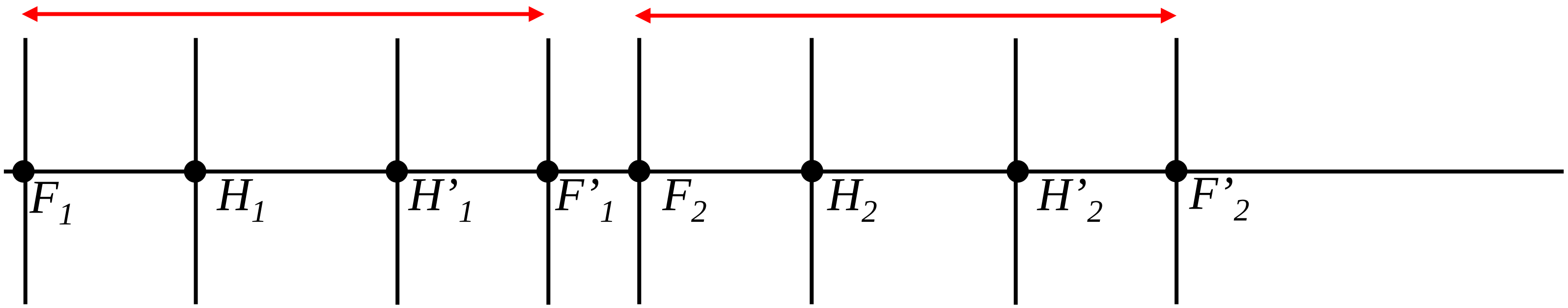
Asociación de sistemas dióptricos



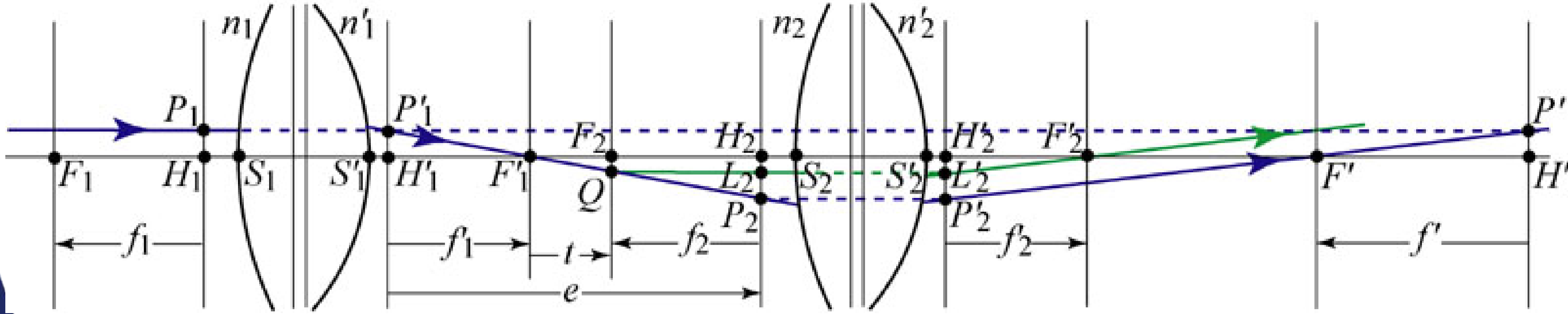
- Definimos las siguientes magnitudes:
    - **Intervalo óptico** $t = \overline{F'_1 F_2}$
    - **Distancia de acoplamiento** $e = \overline{H'_1 H_2}$

Acoplamientos de sistemas

Asociación de sistemas dióptricos



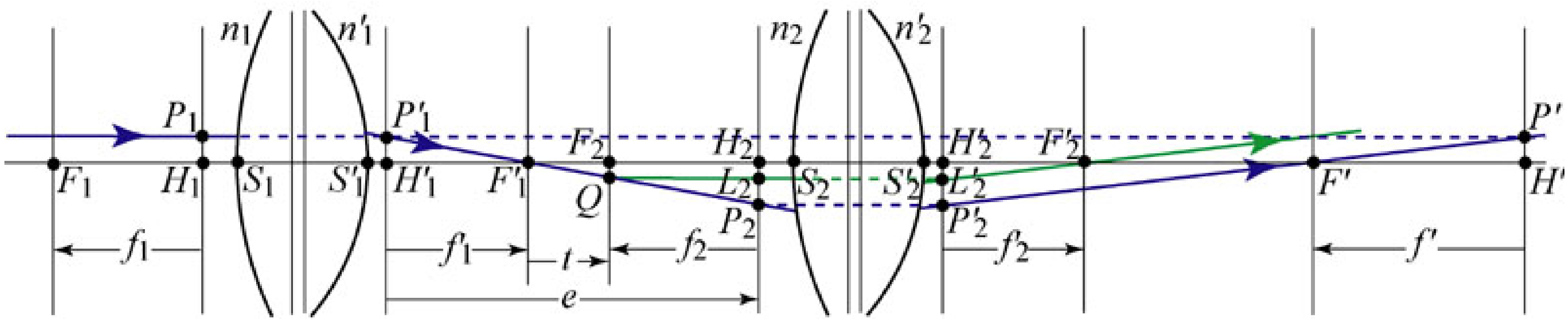
- Determinaremos dónde está *H´* y *F´* con la ayuda de un rayo auxiliar (rayo verde)



Acoplamientos de sistemas

Asociación de sistemas dióptricos

- Calculamos la distancia focal imagen (f') del sistema acoplado:



$$\begin{cases} h_1 = \overline{H_1P_1} = \overline{H'_1\,P'_1} = \overline{H'\,P'} \\ h_2 = \overline{H_2P_2} = \overline{H'_2\,P'_2} \\ q = \overline{H_2L_2} = \overline{H'_2\,L'_2} = \overline{F_2Q} \end{cases}$$

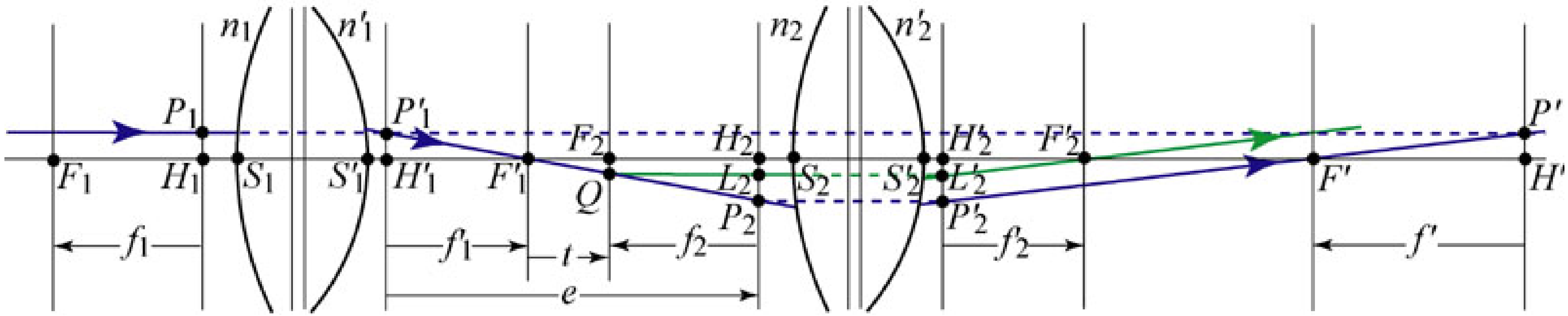
$$\frac{h_1}{f'_1} = \frac{-q}{t} = \frac{h_1 - h_2}{e}$$

Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Acoplamientos de sistemas

Asociación de sistemas dióptricos

- Calculamos la distancia focal imagen (f') del sistema acoplado:



$$\begin{cases} h_1 = \overline{H_1P_1} = \overline{H'_1\,P'_1} = \overline{H'\,P'} \\ h_2 = \overline{H_2P_2} = \overline{H'_2\,P'_2} \\ q = \overline{H_2L_2} = \overline{H'_2\,L'_2} = \overline{F_2Q} \end{cases}$$

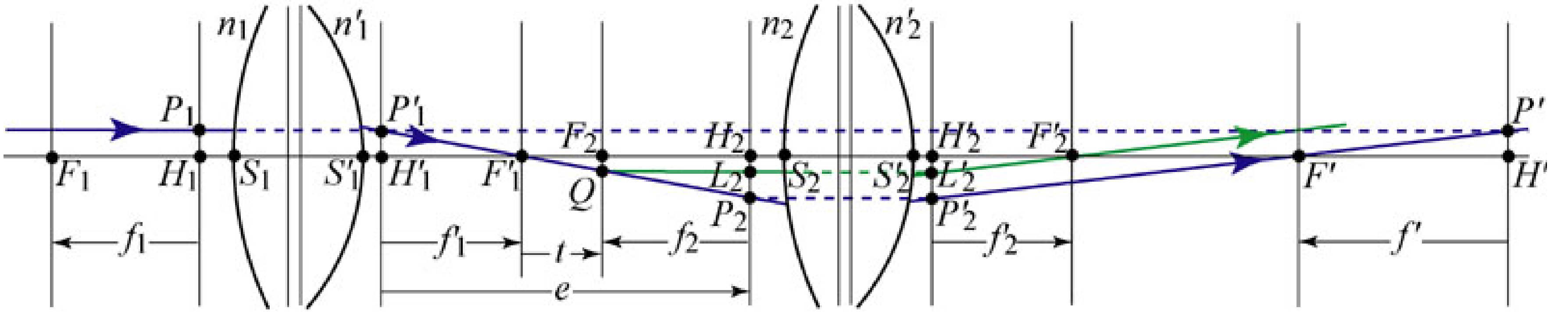
$$\frac{h_1}{-f'} = \frac{-q}{f'_2} = \frac{h_1 - h_2}{\overline{H'_2\,H'}}$$

Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Universitat de València OpenCourseWare

Acoplamientos de sistemas

Asociación de sistemas dióptricos

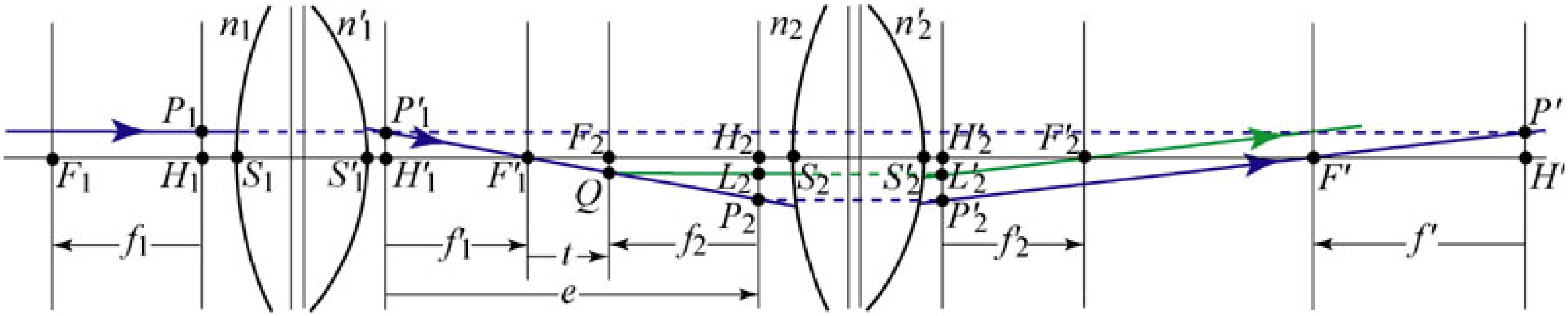


$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{h_1}{-q}=\dfrac{f'_1}{t}=\dfrac{-f'}{f'_2} \\ \dfrac{-q}{h_1-h_2}=\dfrac{t}{e}=\dfrac{f'_2}{\overline{H'_2H'}}\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} f'=-\dfrac{f'_1\,f'_2}{t} \\ \overline{H'_2H'}=\dfrac{e}{t}f'_2\end{array}\right.$$

$$e=\overline{H'_1H_2}=f'_1+t-f_2$$

Acoplamientos de sistemas

Asociación de sistemas dióptricos



- De una manera similar se deduce que:

$$\left.\begin{aligned} f' &= -\frac{f'_1\, f'_2}{t} \\ \overline{H'_2 H'} &= \frac{e}{t} f'_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} f &= \frac{f_1 f_2}{t} \\ \overline{H_1 H} &= \frac{e}{t} f_1 \end{aligned}\right.$$

Acoplamientos de sistemas

Asociación de sistemas dióptricos

- Algunas relaciones útiles:

$$\left.\begin{aligned} f' &= -\frac{f'_1\, f'_2}{t} \\ f &= \frac{f_1 f_2}{t} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{f'}{f} = -\frac{f'_1}{f_1}\frac{f'_2}{f_2} = -\left(-\frac{n'_1}{n_1}\right)\left(-\frac{n'_2}{n_2}\right) = -\frac{n'_2}{n_1}$$

$$\left.\begin{aligned} \overline{H'_2\, H'} &= \frac{e}{t} f'_2 \\ \overline{H_1 H} &= \frac{e}{t} f_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{\overline{H'_2\, H'}}{\overline{H_1 H}} = \frac{f'_2}{f_1}$$

$$\varphi' = \frac{1}{f'} = -\frac{-f'_1 + e + f_2}{f'_1\, f'_2} = \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1\, f'_2} - \frac{f_2}{f'_2}\frac{1}{f'_1}$$

$$\varphi' = \frac{n_2}{n'_2}\varphi'_1 + \varphi'_2 - e\varphi'_1\,\varphi'_2$$

Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Universitat de València OpenCourseWare

Acoplamientos de sistemas

Asociación de sistemas dióptricos

- Resumen de las ecuaciones de acoplamiento de sistemas:

$$\overline{H_1 H} = \frac{e}{t} f_1 \qquad f' = -\frac{f'_1 \, f'_2}{t}$$

$$\overline{H'_2 \, H'} = \frac{e}{t} f'_2 \qquad \frac{f'}{f} = -\frac{n'_2}{n_1}$$

- Otras expresiones útiles:

$$\varphi' = \frac{n_2}{n'_2} \varphi'_1 + \varphi'_2 - e\varphi'_1 \, \varphi'_2$$

$$\frac{\overline{H'_2 \, H'}}{\overline{H_1 H}} = \frac{f'_2}{f_1} \qquad f = \frac{f_1 f_2}{t}$$

Tema V. Acoplamientos de sistemas

- Asociación de dos sistemas centrados dióptricos
- Asociación de espejos esféricos centrados y sistemas catadióptricos
- Sistemas afocales

Acoplamientos de sistemas

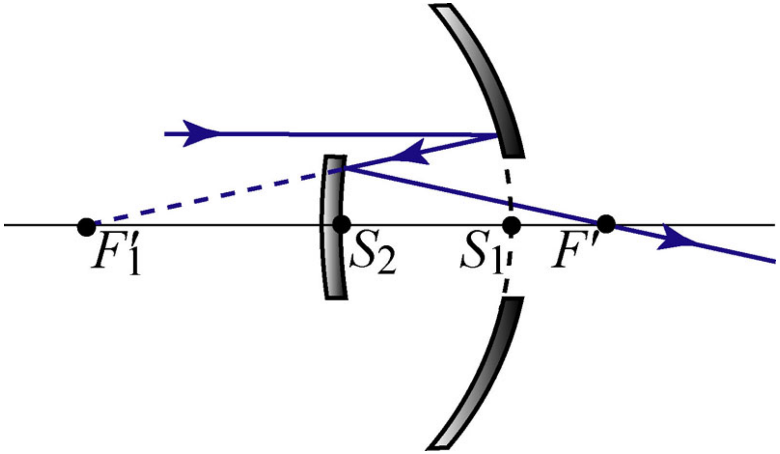
Sistemas catadióptricos

- La **asociación de dos espejos esféricos** puede tratarse analíticamente como el acoplamiento de dos dioptrios, cuya distancia de acoplamiento $e = S_1S_2$ es negativa:

$$\left.\begin{array}{l} n'_1 \equiv -n_1 \\ n'_2 \equiv -n_2 \end{array}\right\} \quad \text{como} \quad n'_1 = n_2 \Rightarrow n_1 = n'_2$$

- Este sistema se comporta como un sistema dióptrico con índices de refracción iguales en el espacio objeto e imagen.

- Un número par ($2k$) de espejos puede tratarse como el acoplamiento de k sistemas dióptricos, que también es dióptrico.

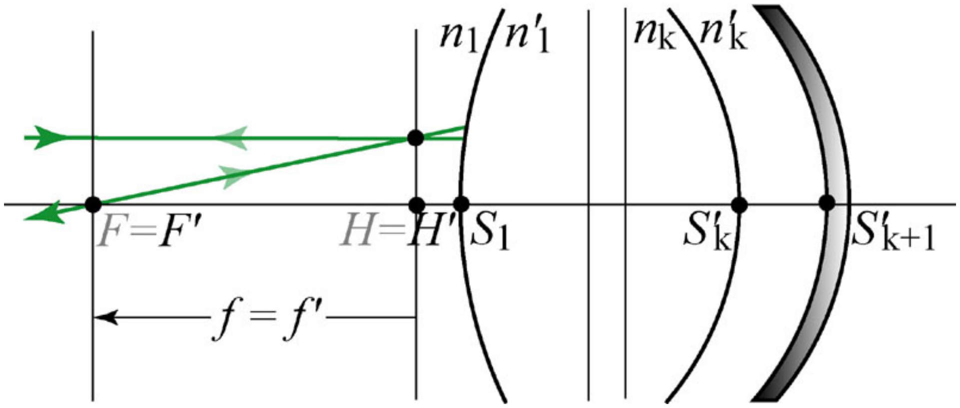


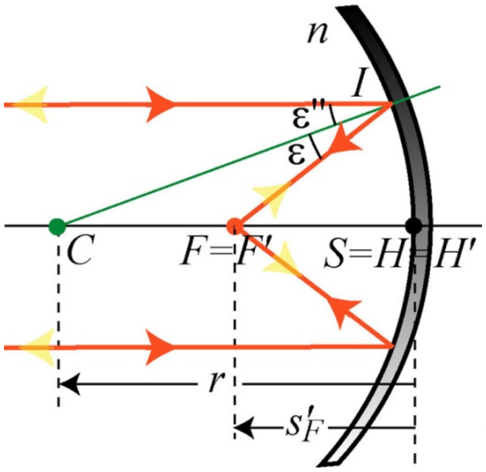
Acoplamientos de sistemas

Sistemas catadióptricos

- Un **número impar** ($2k + 1$) **de espejos** puede tratarse como el acoplamiento de k sistemas dióptricos y un espejo (la última superficie) que es un sistema catadióptrico.

- Un sistema catadióptrico se comporta de manera idéntica, en aquello que concierne a la posición y tamaño de las imágenes, aunque no en su condición de realidad o virtualidad, a un único espejo esférico, el cual llamamos **espejo equivalente**.





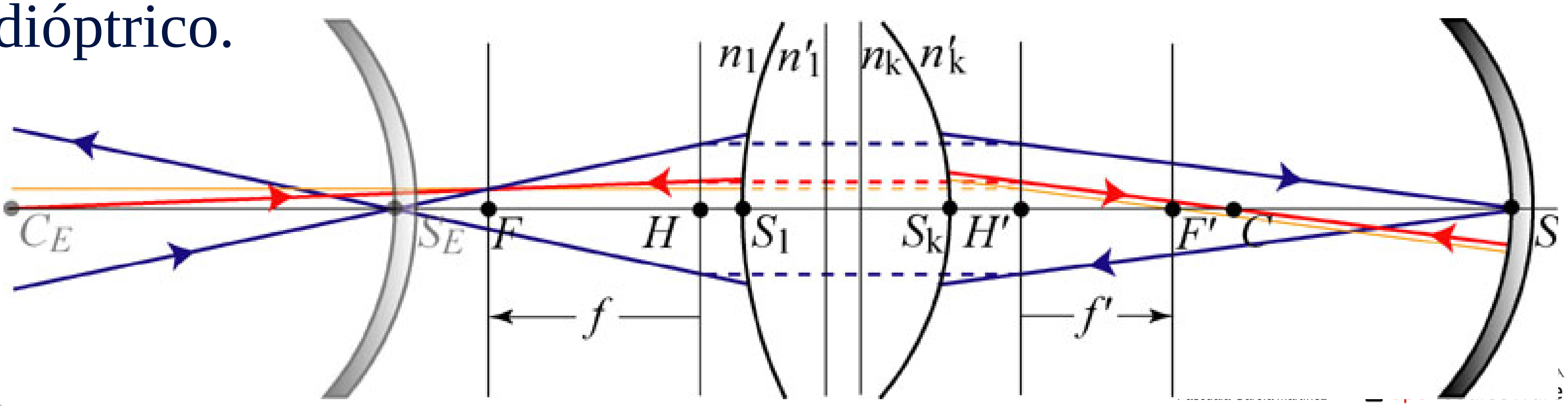
Acoplamientos de sistemas

Sistemas catadióptricos

- Aunque para evaluar la posición y radio del espejo equivalente, es suficiente con hallar *H=H'* y *F=F'*, se suele hacer uso de los siguientes hechos:

  • El centro de curvatura del espejo (*C*) y el del espejo equivalente (C_E) son conjugados a través del sistema dióptrico.

  • El vértice de la superficie del espejo (*S*) y el del espejo equivalente (S_E) son conjugados a través del sistema dióptrico.



Tema V. Acoplamientos de sistemas

- Asociación de dos sistemas centrados dióptricos
- Asociación de espejos esféricos centrados y sistemas catadióptricos
- Sistemas afocales

Acoplamientos de sistemas

Sistemas afocales

- Los **sistemas afocales** o **telescópicos** son aquellos que tienen sus focos objeto e imagen en el infinito.

- Características:

  - Todo rayo que incide paralelo al eje óptico, emerge del sistema siguiendo una trayectoria rectilínea también paralela al eje óptico.

  - Dos rayos que inciden paralelos, con cualquier ángulo de oblicuidad, emergen del sistema siguiendo trayectorias paralelas.

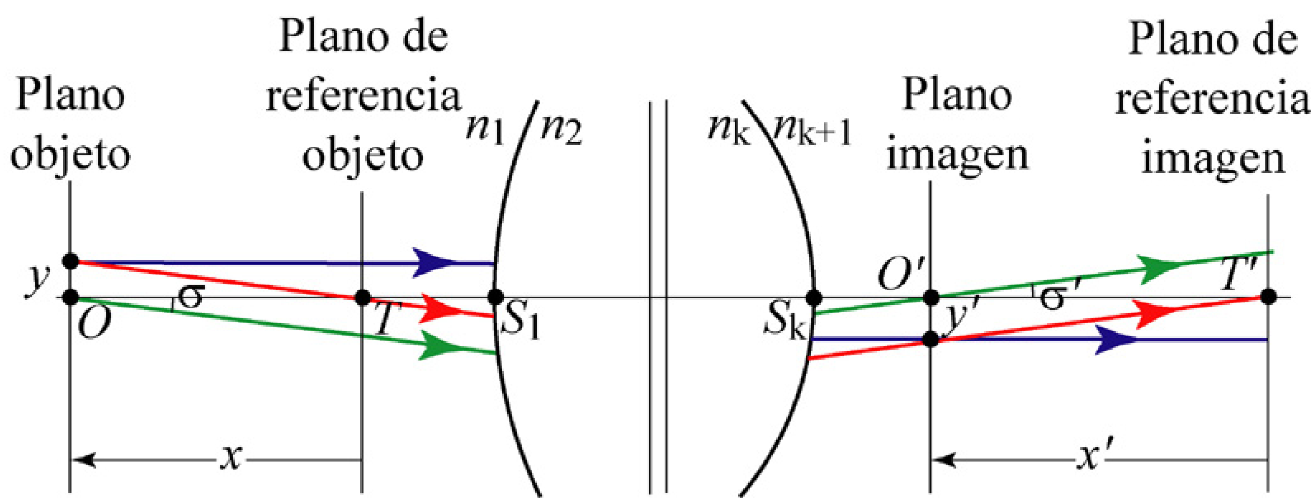
Acoplamientos de sistemas

Sistemas afocales

- Consecuencias:

  - El aumento lateral $\beta' = y'/y$ no depende de la posición del plano objeto.

  - El aumento angular $\gamma' = \sigma'/\sigma$ tampoco depende de la posición del plano objeto.



Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Universitat de València OpenCourseWare

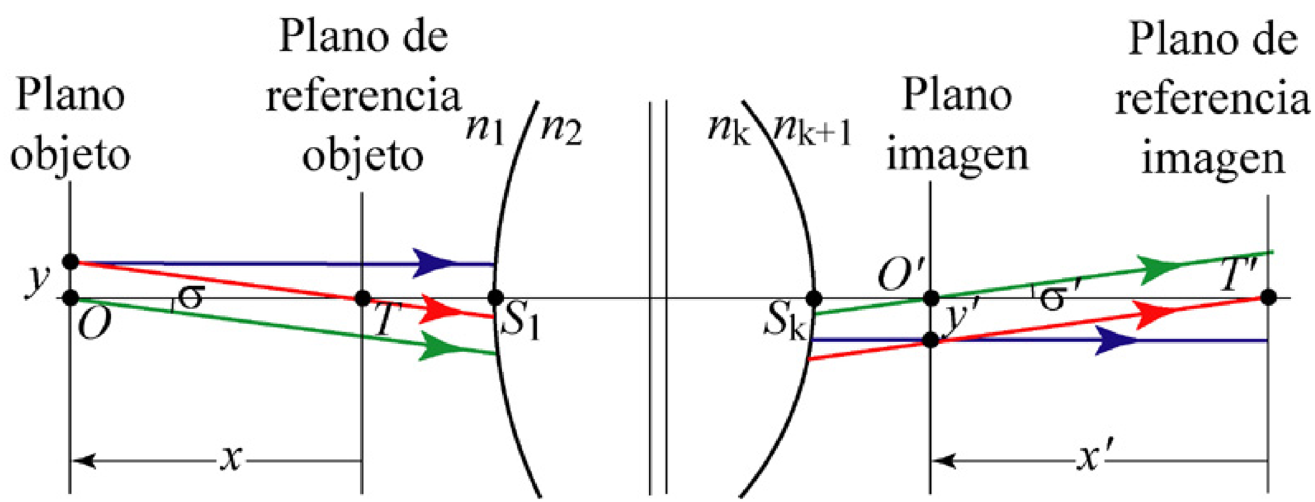
Acoplamientos de sistemas

Sistemas afocales

- Consecuencias:

  • Si β’ = 1, todas las parejas de planos conjugados pueden denominarse planos principales objeto e imagen.

  • En este caso, tanto *f* como *f’* tienen un valor que tiende a infinito.



Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez
Universitat de València OpenCourseWare

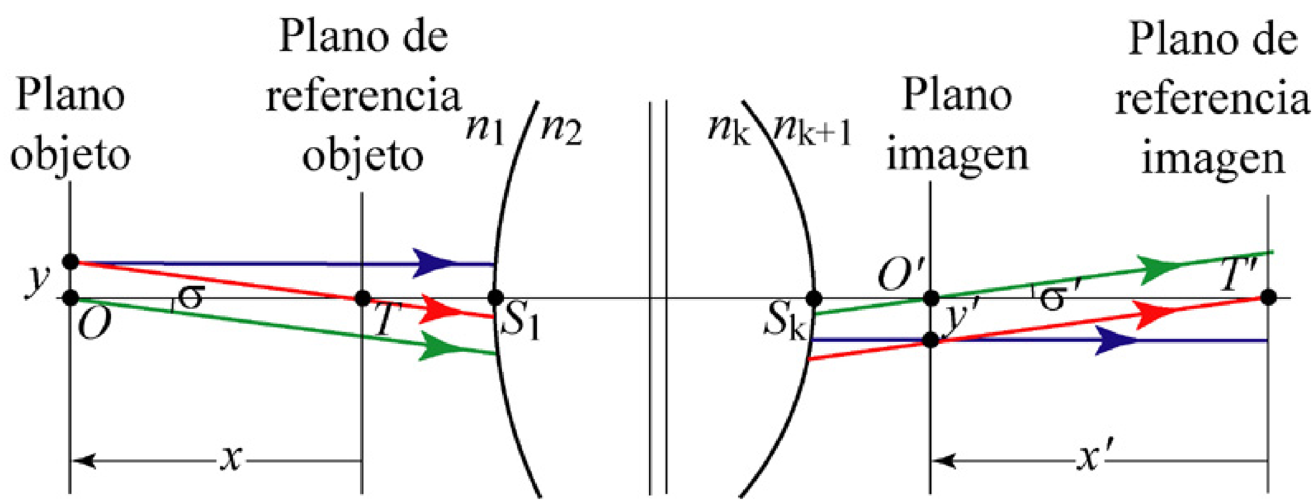
Acoplamientos de sistemas

Sistemas afocales

- Consecuencias:

  • Si β’ ≠ 1, no existen los planos principales (idealmente se considera que se encuentran en el infinito).

  • En este caso, no se pueden definir las variables axiales *f* y *f’* (aunque se les atribuye un valor que tiende a infinito).



Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Universitat de València OpenCourseWare

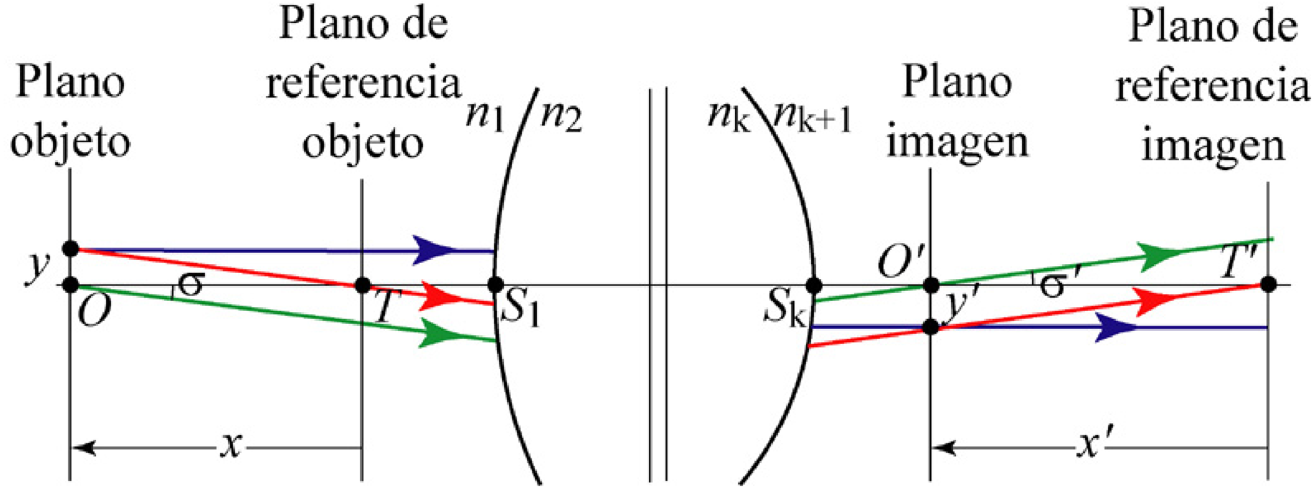
Acoplamientos de sistemas

Sistemas afocales

- Consecuencias:

  • No se puede hacer uso de las ecuaciones de correspondencia de Gauss y Newton.

  • Sin embargo, podemos utilizar la ecuación de correspondencia generalizada de Gauss.



Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

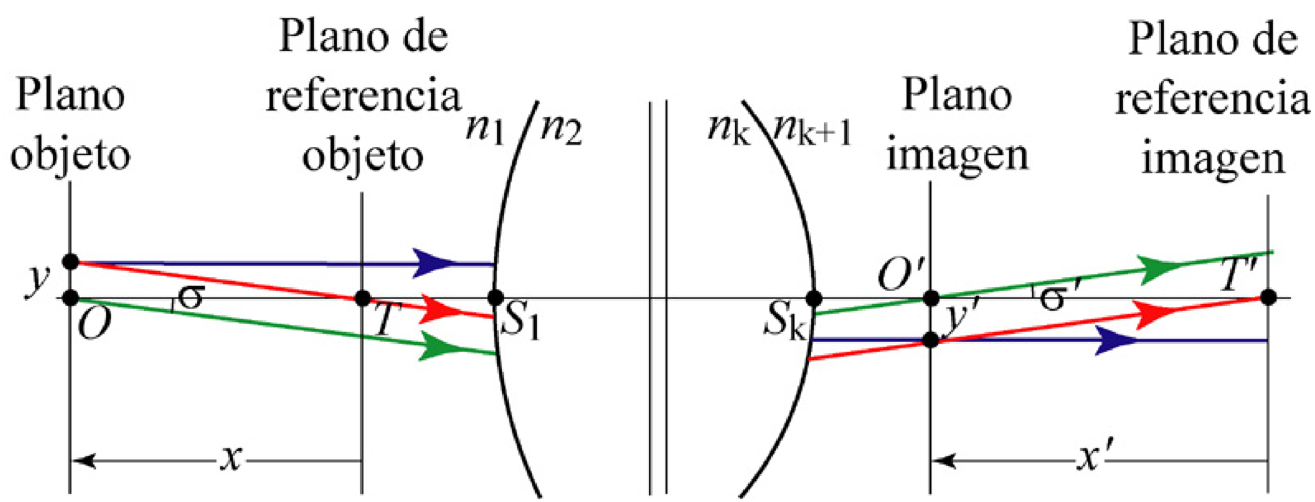
Acoplamientos de sistemas

Sistemas afocales

- Ecuación de correspondencia para sistema afocales:

$$\left.\begin{array}{c} -\dfrac{1}{\beta'_T}\dfrac{n_1}{x}+\beta'_T\dfrac{n_{k+1}}{x'}=\dfrac{n_{k+1}}{f'} \\ \beta'_T=\beta' \end{array}\right\} \xrightarrow{f'\to\infty} x'=\beta'^2\dfrac{n_{k+1}}{n_1}x$$

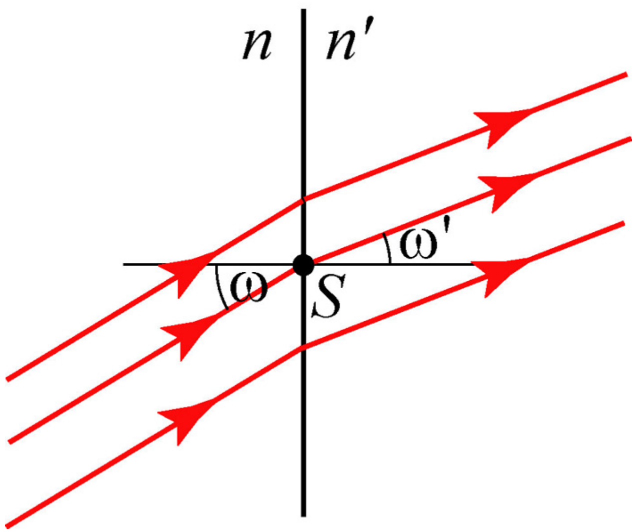
- Ejemplos: el dioptrio (y espejo) plano y la lámina de caras planoparalelas.



Acoplamientos de sistemas

Sistemas afocales

- Caso particular: **El dioptrio plano**.



$$\beta' = 1 \xrightarrow{\beta'\gamma' = n/n'} \gamma' = \frac{n}{n'}$$

$$\gamma' = \frac{\omega'}{\omega} \xrightarrow{n\omega = n'\omega'} \gamma' = \frac{n}{n'}$$

- Hay que tener un poco de cuidado, ya que en la definición de $\gamma' = \sigma'/\sigma$, se tienen en cuenta rayos que emergen de los puntos objeto e imagen en eje, es decir, $\sigma' = \sigma = 0$.

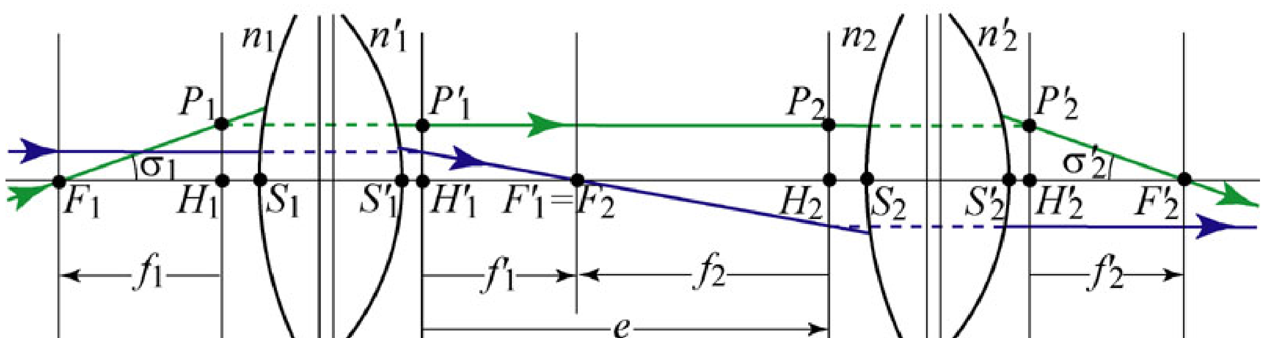
- Ahora γ' tiene un significado distinto: relaciona tamaños angulares del objeto e imagen.

Acoplamientos de sistemas

Sistemas afocales

- Asociación afocal de sistemas ópticos:
  - Se cumple cuando $F'_1 = F_2$, es decir, cuando $t = 0$. En este caso F y F' del acoplamiento están en el infinito.
  - Los puntos F_1 y F'_2 son conjugados a través del sistema.
  - Cuando e ≠ 0 se cumple que β' ≠ 1. En este caso H y H' del acoplamiento están idealmente en el infinito.

$$f' = -\frac{f'_1\, f'_2}{t} \xrightarrow{t \to 0} \infty \qquad \overline{H_1 H} = \frac{e}{t} f_1 \xrightarrow{t \to 0} \infty$$



Universitat de València OpenCourseWare

Acoplamientos de sistemas

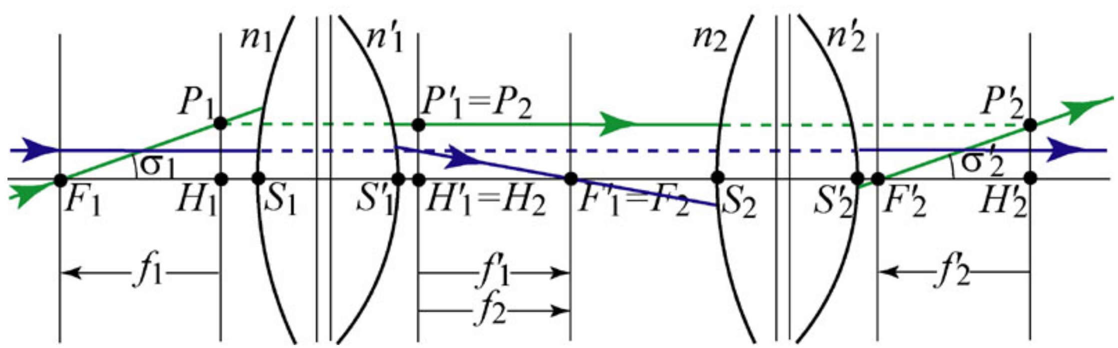
Sistemas afocales

- Asociación afocal de sistemas ópticos:

  • Cuando e = 0 se cumple que β’ = 1. En este caso cualquier pareja de puntos conjugados en eje pueden actuar como *H* y *H’*.

  • Como todo sistema afocal, los puntos F_1 y F'_2 son conjugados a través del sistema. Además, cuando e = 0, los puntos H_1 y H'_2 también son conjugados a través del sistema.

$$\overline{H_1H} = \frac{e}{t} f_1 \xrightarrow{t\to 0, e\to 0} ??$$



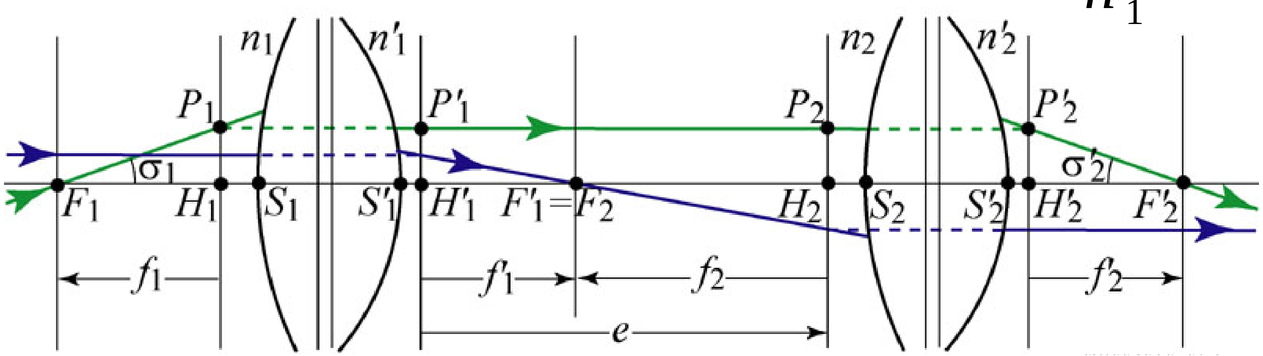
Vniversitat de València OpenCourseWare

Acoplamientos de sistemas
Sistemas afocales

- Asociación afocal de sistemas ópticos:

• Evaluamos el β’ para los planos conjugados caracterizados por F_1 y F'_2.

$$\left.\begin{array}{l} -\sigma_1 = \dfrac{\overline{H_1P_1}}{-f_1} \\[2ex] \sigma'_2 = \dfrac{\overline{H'_2P'_2}}{f'_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \gamma' = \dfrac{\sigma'_2}{\sigma_1} = \dfrac{f_1}{f'_2} \\[2ex] \beta' = \dfrac{n_1}{n'_2}\dfrac{1}{\gamma'} = \dfrac{n_1}{n'_2}\dfrac{f'_2}{f_1} = \dfrac{n_1}{n'_2}\dfrac{-\dfrac{n'_2}{n_2}f_2}{-\dfrac{n_1}{n'_1}f'_1} = \dfrac{f_2}{f'_1} \end{array}$$



Universitat de València OpenCourseWare

Tema VI. Sistemas de lentes

- Lentes esféricas
- Lentes delgadas
- Lentes cilíndricas
- Dobletes de lentes esféricas
- Dispersión en lentes y dobletes: Condición de acromatismo

Sistemas de lentes

Lentes esféricas

- Una **lente esférica** es un sistema óptico centrado compuesto por el acoplamiento de dos dioptrios esféricos de radios de curvatura r_1 y r_2 .

- El **espesor** de la lente es la distancia entre los vértices de las dos superficies, $d = S_1S_2$.

Sistemas de lentes

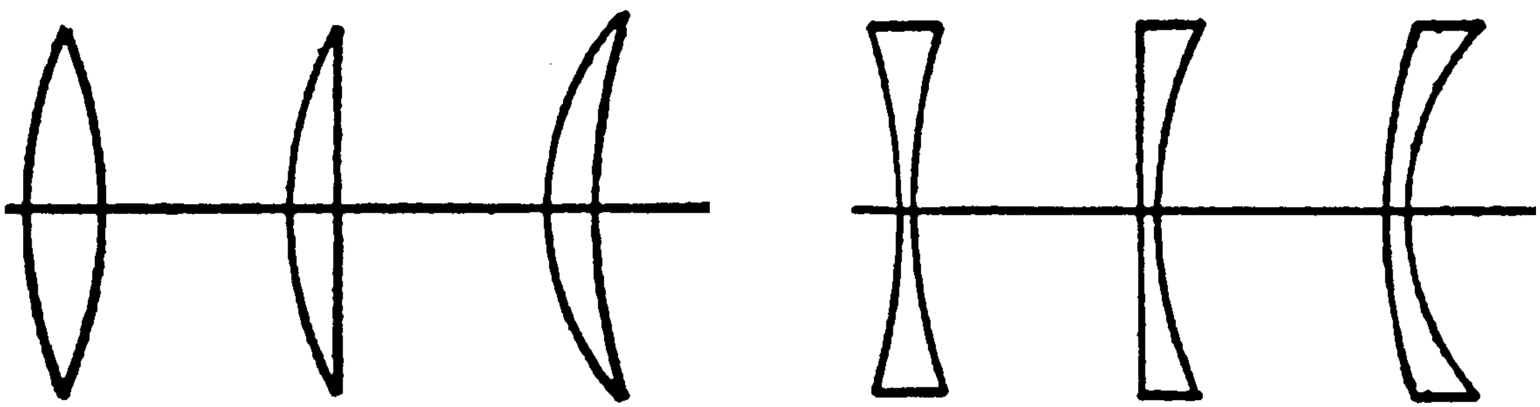
Lentes esféricas

- **Tipos de lentes esféricas**:

Biconvexa

Menisco convexo

Planocóncava



Planoconvexa

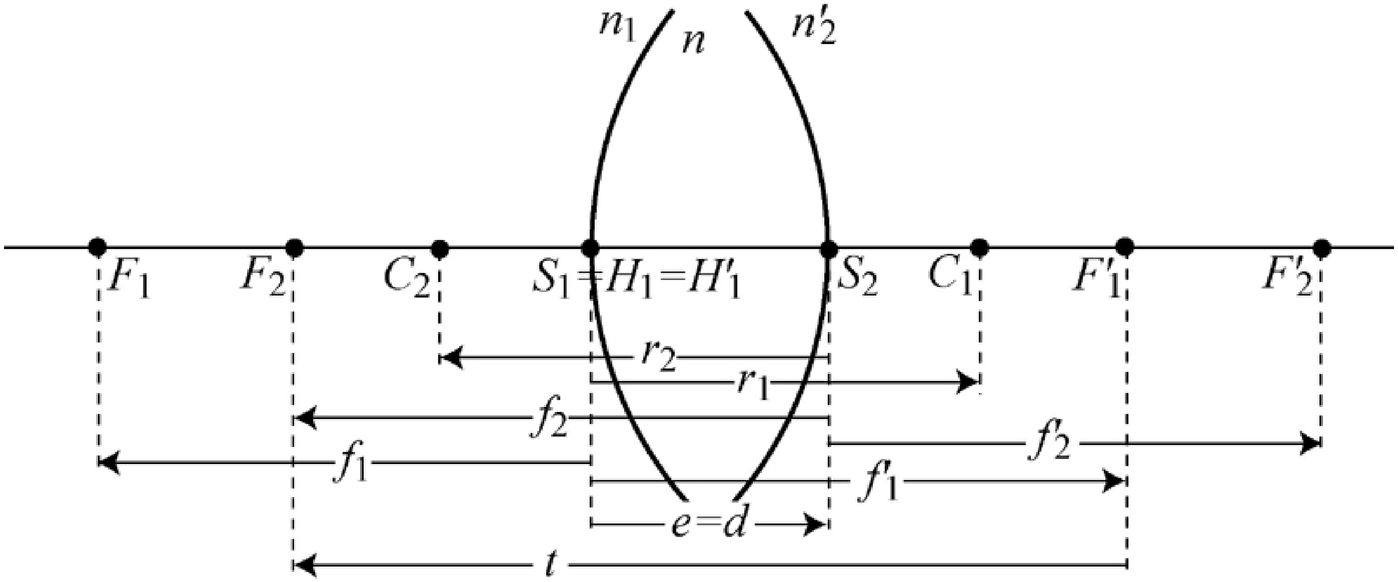
Bicóncava

Menisco cóncavo

Sistemas de lentes

Lentes esféricas

- Las condiciones de Maxwell (de sistema óptico perfecto) para una lente esférica se cumplen si, dentro de la aproximación de Gauss, también las satisface cada uno de sus dos dioptrios.



Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Sistemas de lentes

Lentes esféricas

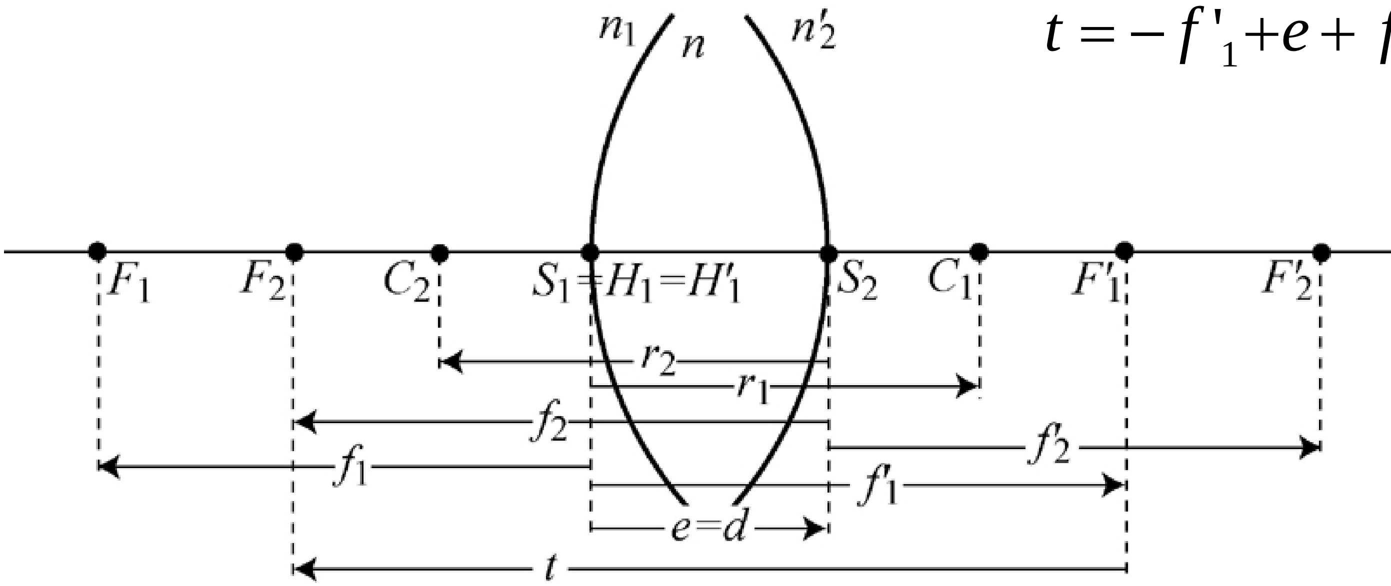
- Puntos cardinales de la lente esférica:

$$\left.\begin{aligned} e = \overline{H'_1 H'_2} = d \\ n'_1 = n_2 \equiv n \\ H_1 \equiv H'_1 \equiv S_1 \\ H_2 \equiv H'_2 \equiv S_2 \end{aligned}\right\}$$

$$f_1 = \frac{n_1}{n_1 - n} r_1 \qquad f'_1 = \frac{n}{n - n_1} r_1$$

$$f_2 = \frac{n}{n - n'_2} r_2 \qquad f'_2 = \frac{n'_2}{n'_2 - n} r_2$$

$$t = -f'_1 + e + f_2$$



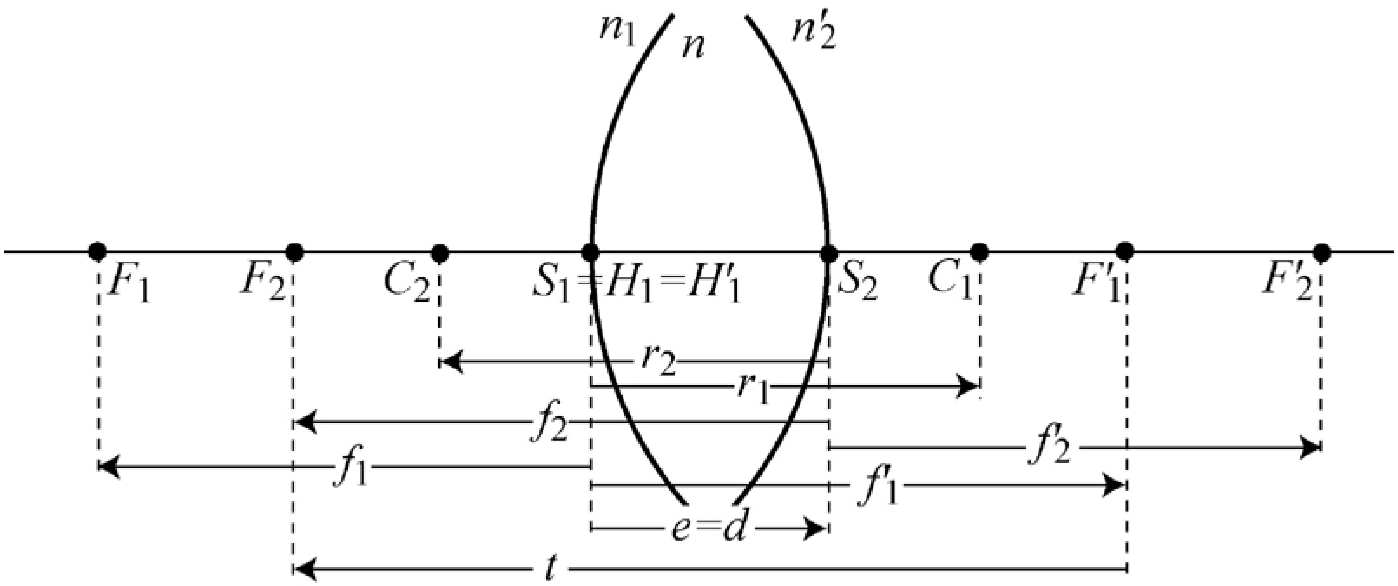
Sistemas de lentes

Lentes esféricas

- Puntos cardinales de la lente esférica:

$$\overline{H_1 H} = \frac{e}{t} f_1 \qquad \overline{H'_2 H'} = \frac{e}{t} f'_2$$

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{t} \qquad f = -\frac{n_1}{n'_2} f'$$



Sistemas de lentes

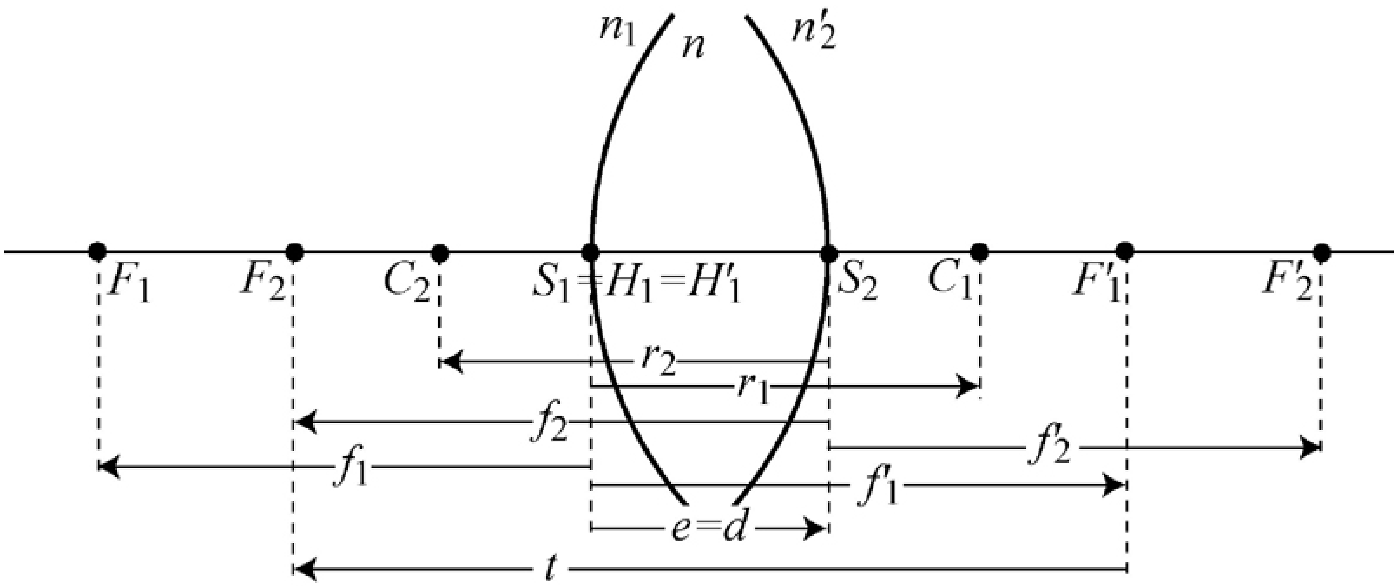
Lentes esféricas

- Puntos cardinales de la lente esférica inmersa en aire ($n_1 = n'_2 = 1$):

$$\varphi' = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{(n-1)^2}{n}\frac{d}{r_1 r_2}$$

$$\overline{H_1 H} = \frac{d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d} r_1$$

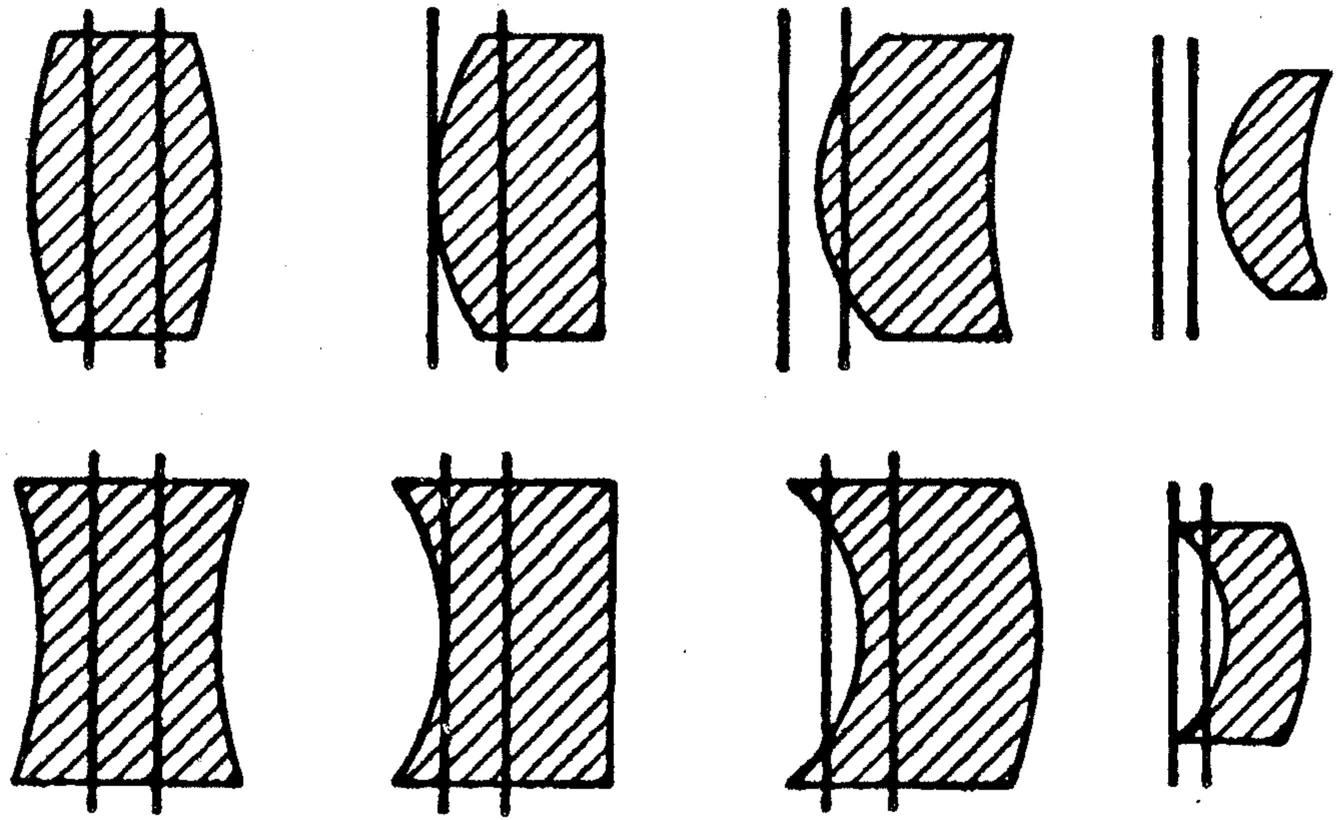
$$\overline{H'_2 H'} = \frac{d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d} r_2$$



Sistemas de lentes

Lentes esféricas

- Puntos cardinales de la lente esférica inmersa en aire ($n_1 = n'_2 = 1$):



Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

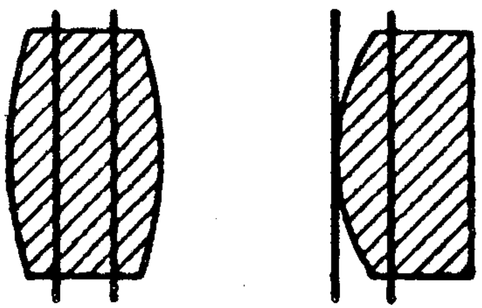
Sistemas de lentes

Lentes esféricas

- Puntos cardinales de la lente esférica inmersa en aire. Casos particulares:

  • Lente bicóncava o biconvexa (r_1 = - r_2)

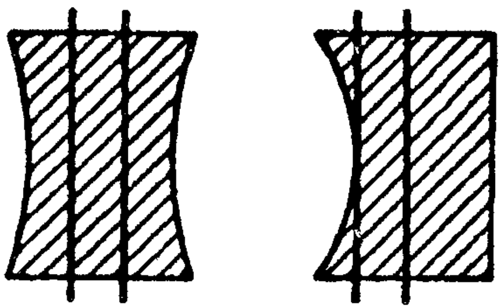
$$\overline{H_1H} = -\overline{H'_2\,H'} \quad \Rightarrow \quad \overline{S_1H} = -\overline{S_2H'}$$



  • Lente planocóncava o planoconvexa ($r_2 \rightarrow \infty$)

$$\overline{H_1H} = \frac{d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d}\, r_1 \xrightarrow{r_2 \to \infty} 0$$

$$\overline{H'_2\,H'} = \frac{d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d}\, r_2 \xrightarrow{r_2 \to \infty} -\frac{d}{n}$$



Sistemas de lentes

Lentes esféricas

- Cuando la lente está inmersa en un mismo medio ($n_1 = n'_2$), se cumple que los planos principales y nodales de la lente esférica coinciden ($H = N$ y $H' = N'$).

- Cuando un rayo que incide sobre una lente pasa, en el espacio objeto, por N, en el espacio imagen pasa por N', y ambos rayos siguen trayectorias paralelas.

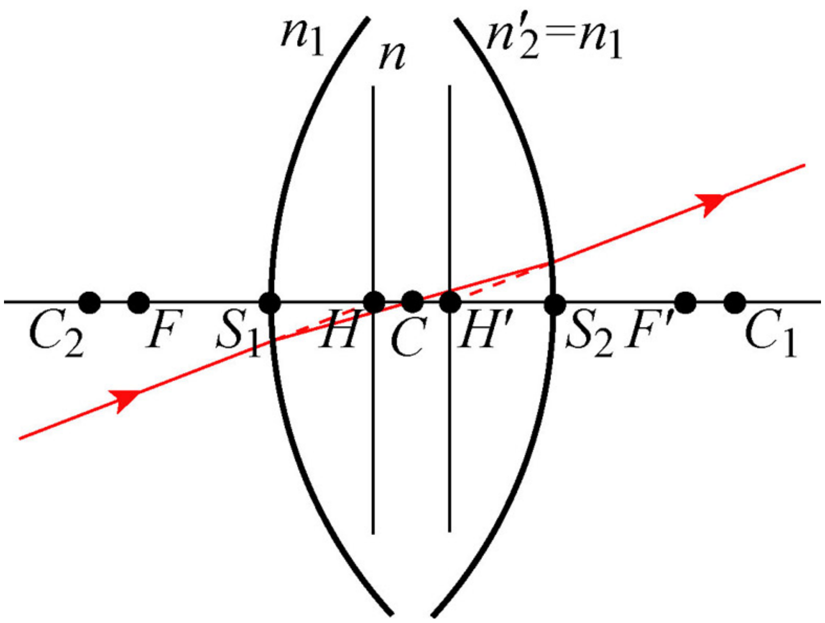
- Si una lente es bicóncava o biconvexa, un rayo que en el espacio objeto pasa por N y en el espacio imagen pasa por N', cruza el eje óptico por el centro físico de la lente C. Este punto se denomina **centro óptico** de la lente.

Sistemas de lentes

Lentes esféricas

- El **centro óptico** de una lente esférica, *C*, se obtiene como imagen de *N* = *H* a través del primer dioptrio, o como **antiimagen** (objeto) de *N'* = *H'* a través del segundo dioptrio.

- Cuando la lente no es bicóncava ni biconvexa, *C* no se encuentra en el centro físico de la lente.



Sistemas de lentes

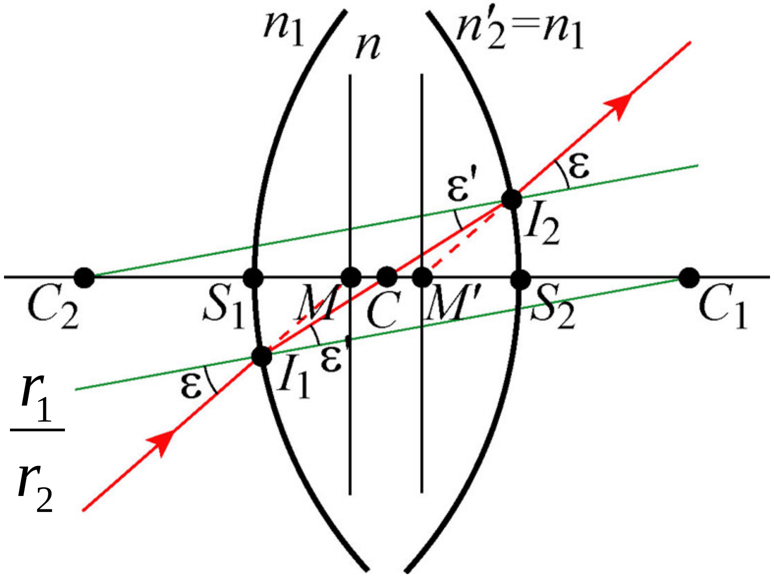
Lentes esféricas

- Se puede demostrar que todo rayo que, en el espacio intermedio, pase por *C*, emerge de la lente paralelo al rayo incidente. Esta propiedad se cumple también fuera de la aproximación paraxial:

  - Los triángulos CC_1I_1 y CC_2I_2 son equivalentes.

$$\frac{\overline{C_1C}}{\overline{C_1I_1}} = \frac{\overline{C_2C}}{\overline{C_2I_2}} \Rightarrow \frac{\overline{C_1C}}{\overline{C_2C}} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\overline{C_1C}}{\overline{C_2C}} = \frac{\overline{C_1S_1}+\overline{S_1C}}{\overline{C_2S_2}+\overline{S_2C}} \Rightarrow \frac{\overline{S_1C}}{\overline{S_2C}} = \frac{r_1}{r_2}$$



Tema V. Sistemas de lentes y limitación de rayos

- Lentes esféricas
- Lentes delgadas
- Lentes cilíndricas
- Dobletes de lentes esféricas
- Dispersión en lentes y dobletes: Condición de acromatismo

Sistemas de lentes

Lentes delgadas

- Es usual definir **lente delgada** como aquella lente esférica cuyo espesor $d = S_1S_2$ es pequeño en comparación con los radios de curvatura de los dioptrios que lo componen: r_1 y r_2. A menos que se indique lo contrario, suponemos que la lente está inmersa en el mismo medio ($n_1 = n'_2$).
- De forma más genérica, definimos lente delgada como aquella lente esférica cuyo segmento *HH'* es pequeño (*HH'* « *d*) y su centro óptico *C* se confunde con los vértices S_1 y S_2. Para ello debemos exigir:

$$d \ll |r_1|, |r_2|, |r_1 - r_2|$$

Sistemas de lentes

Lentes delgadas

- Propiedades de una lente delgada:

  • Las dos caras se confunden en un mismo plano

$$d = \overline{S_1 S_2} = 0$$

  • Los puntos principales *H* y *H'*, los puntos nodales *N* y *N'* y el centro óptico *C* se confunden en el punto en eje de la lente

$$\overline{H_1 H} = \overline{S_1 H} = 0 \qquad \overline{H'_2\, H'} = \overline{S_2 H'} = 0$$

  • Los planos focales son simétricos respecto del plano de la lente ($H_1F = -S_2F'$).

$$f' = -f \Leftrightarrow \overline{HF} = -\overline{H'F'} \qquad \overline{S_1 F} = -\overline{S_2 F'}$$

Sistemas de lentes

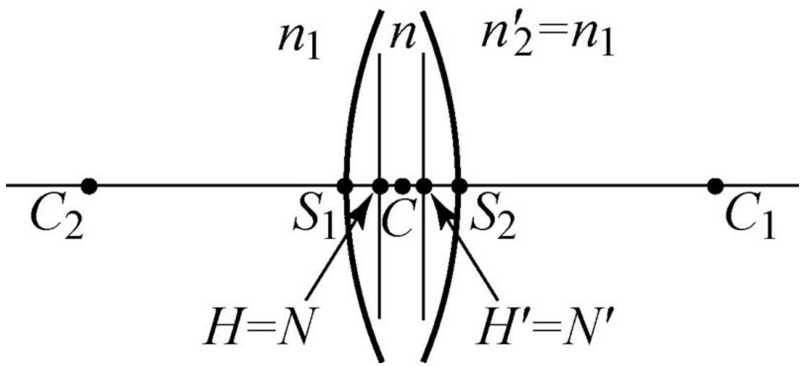
Lentes delgadas

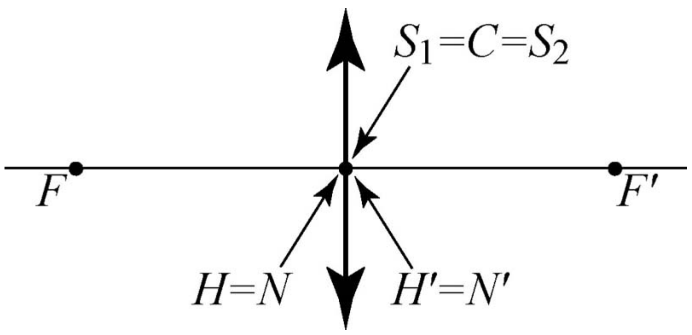
- Propiedades de una lente delgada:

  - La potencia de una lente delgada se reduce a:

$$\varphi' = \frac{n-n_1}{n_1}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)+\frac{(n-n_1)^2}{nn_1}\frac{d}{r_1 r_2} \xrightarrow{d=0,n_1=1} \varphi' = (n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

  - Una lente delgada es convergente si φ' > 0 y divergente si φ' < 0.





Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Universitat de València OpenCourseWare

Sistemas de lentes

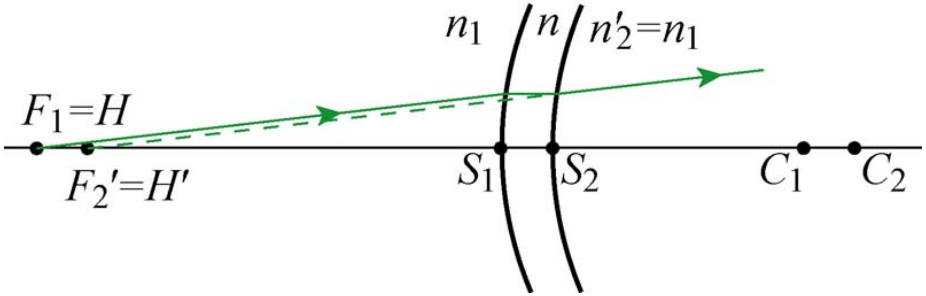
Lentes delgadas

- Contraejemplos de lente delgada:

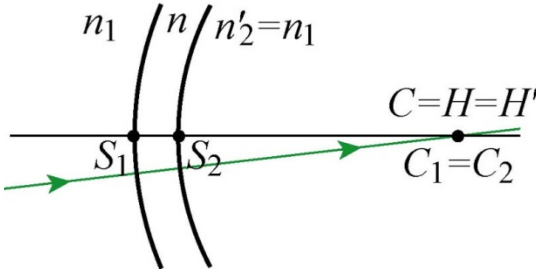
• Menisco de Hoegh ($r_1 = r_2$). En este caso se encuentra que $H = F_1$ y que $H' = F'_2$; además, *C* se encuentra en el infinito.

$$\overline{H_1H} = \overline{H_1F_1}$$

$$\overline{H'_2H'} = \overline{H'_2F'_2}$$



• Menisco de caras concéntricas ($d = r_1 - r_2$). En este caso los puntos *H*, *H'*, y *C* se encuentran en el centro de curvatura de los dioptrios, $C_1 = C_2$.

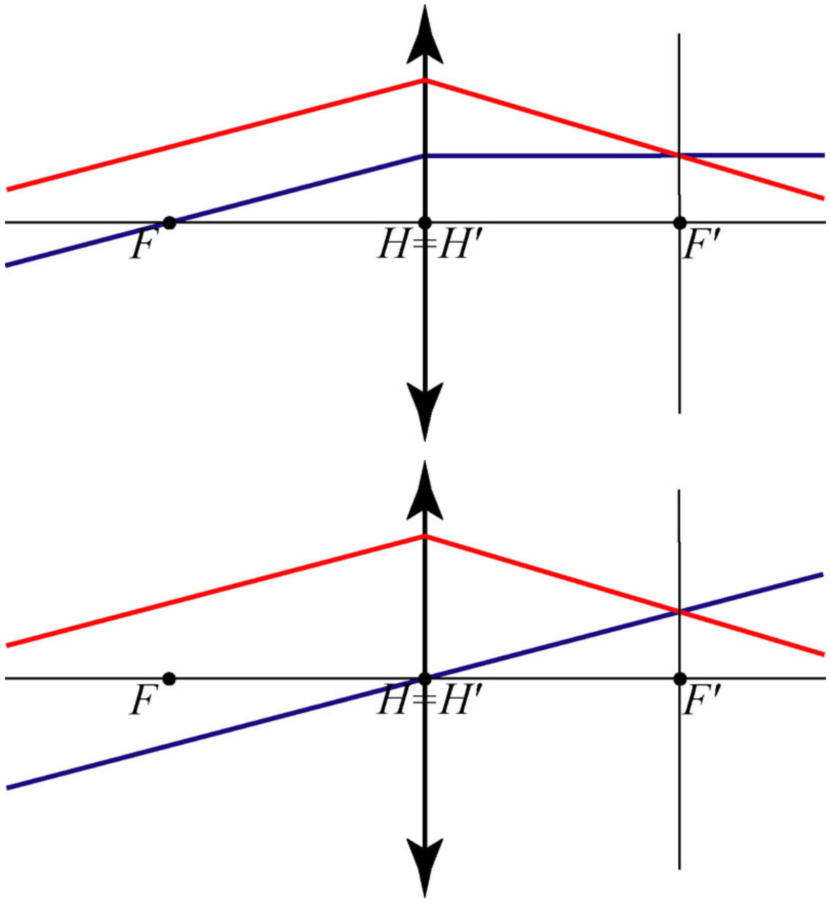


$$\overline{H_1H} = r_1 \qquad \overline{H'_2H'} = r_2$$

Sistemas de lentes

Lentes delgadas

- Trazado de rayos:

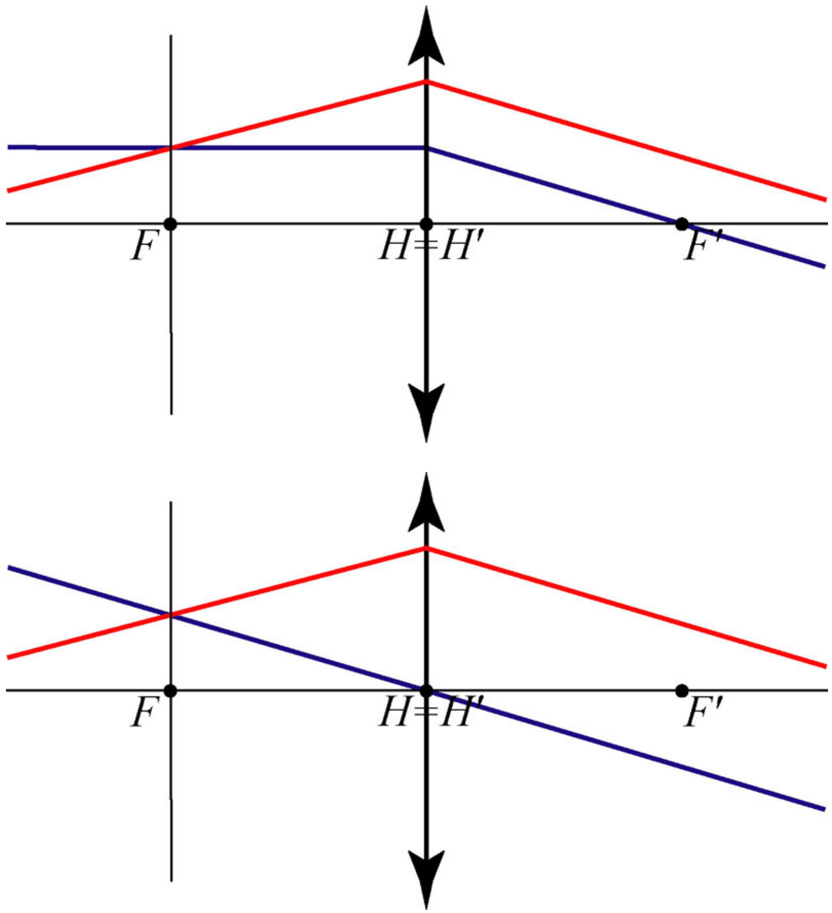


Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Sistemas de lentes

Lentes delgadas

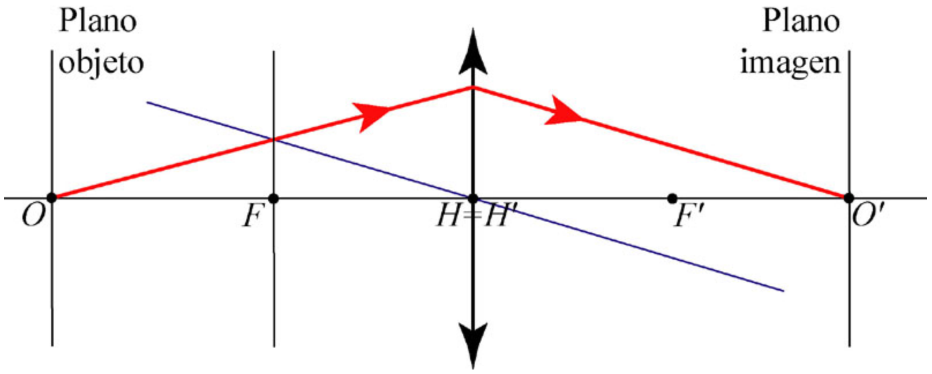
- Trazado de rayos:

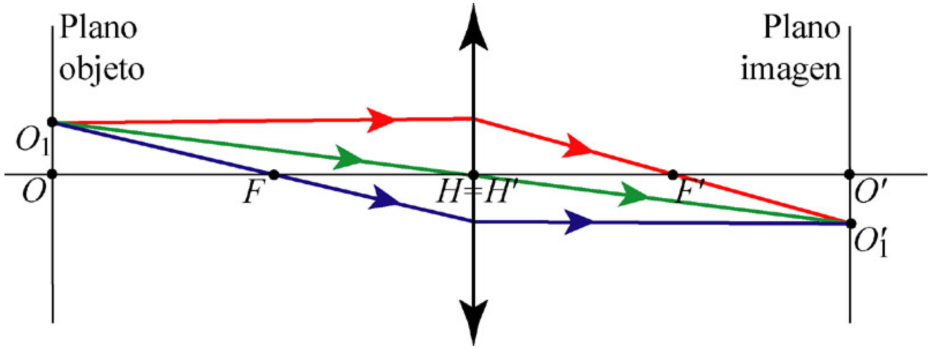


Sistemas de lentes

Lentes delgadas

- Construcción gráfica de la formación de imágenes. Lente convergente:

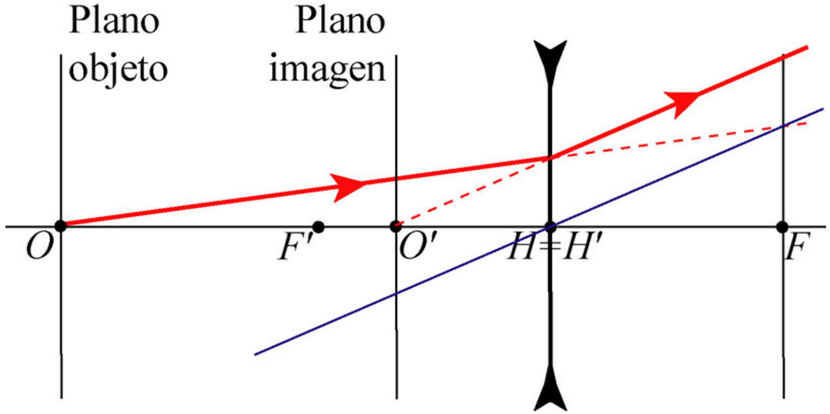


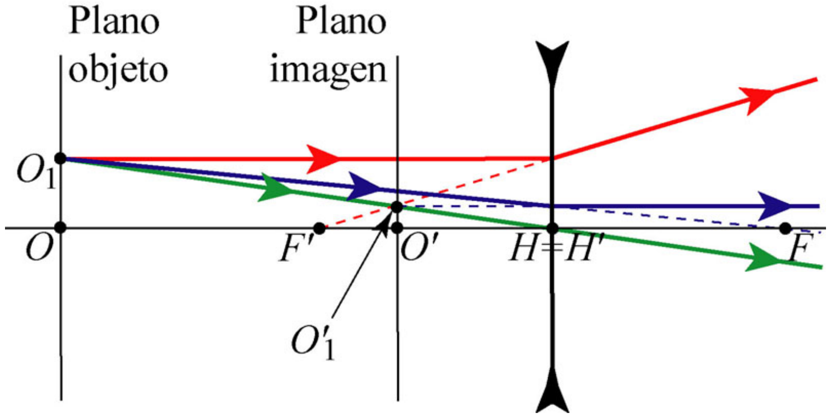


Sistemas de lentes

Lentes delgadas

- Construcción gráfica de la formación de imágenes. Lente divergente:





Sistemas de lentes

Lentes delgadas

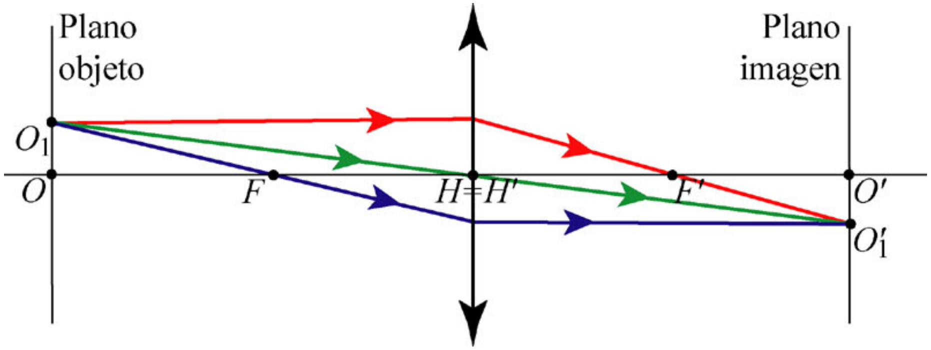
- Ecuaciones de correspondencia.
  - Ecuación de Gauss: $-\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{1}{f'}$ $\qquad \beta'=\frac{a'}{a}$
  - Ecuación de Newton: $zz'=-f'^2$ $\qquad \beta'=-\frac{z'}{f'}=\frac{f'}{z}$
- Parejas de puntos conjugados relevantes:
  - Los focos y el infinito: $(z,z')=(0,\infty)$ $\qquad \beta'\to\infty$

    $(z,z')=(\infty,0)$ $\qquad \beta'=0$
  - Los puntos principales: $(z,z')=(f',-f')$ $\qquad \beta'=1$
  - Los puntos antiprincipales: $(z,z')=(-f',f')$ $\qquad \beta'=-1$

Sistemas de lentes

Lentes delgadas

- Formación de imágenes desenfocadas: **Profundidad de campo**.



Sistemas de lentes

Lentes delgadas

- Lente delgada inmersa en medios de diferente índice ($n_1 \neq n'_2$):

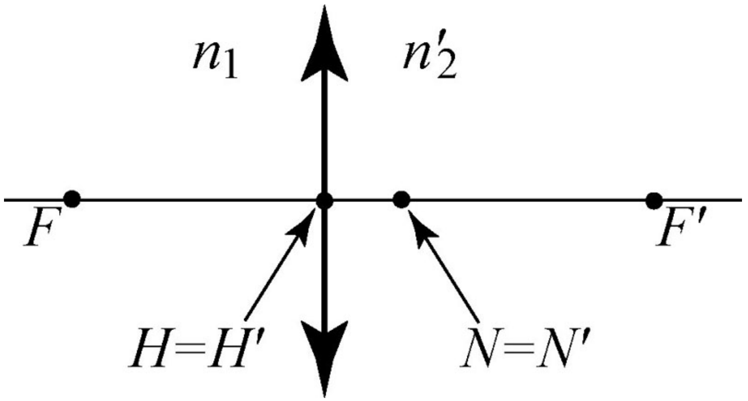
  - Los planos principales siguen confundidos en el plano de la lente.

$$\overline{S_1H} = \overline{H_1H} = \frac{e}{t} f_1 = 0 \qquad \overline{S_2H'} = \overline{H'_2\,H'} = \frac{e}{t} f'_2 = 0$$

  - Los planos nodales ya no se encuentran en el plano de la lente.

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_2}{n_1} \neq -1$$

$$\overline{H'N'} = \overline{HN} = f + f' \neq 0$$



Tema V. Sistemas de lentes y limitación de rayos

- Lentes esféricas
- Lentes delgadas
- Lentes cilíndricas
- Dobletes de lentes esféricas
- Dispersión en lentes y dobletes: Condición de acromatismo

Sistemas de lentes

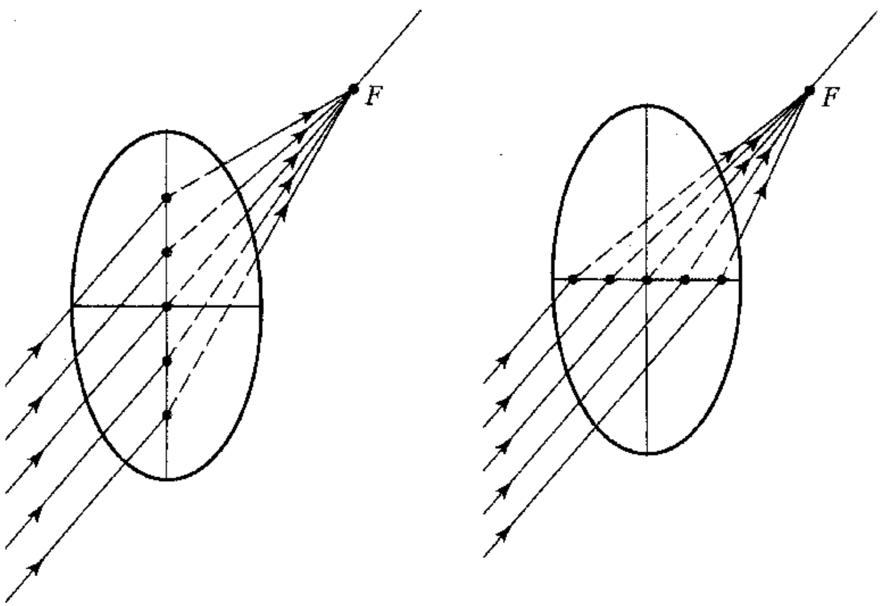
Lentes cilíndricas

- Consideramos **lentes astigmáticas** delgadas, formadas por superficies planas, esféricas y cilíndricas.
- Una **lente cilíndrica** es el acoplamiento de un dioptrio cilíndrico y un dioptrio plano.

Sistemas de lentes

Lentes cilíndricas

- Una lente esférica produce un punto imagen de un punto objeto (**lente estigmática**).
- Considerando un haz de rayos paralelo al eje, aquellos rayos que inciden sobre una sección vertical u horizontal convergen al mismo punto *F*.



Sistemas de lentes

Lentes cilíndricas

- Una lente cilíndrica produce dos imágenes lineales de un punto objeto (**lente astigmática**).

- Considerando un haz de rayos paralelo al eje, aquellos rayos que inciden sobre el meridiano de eje (horizontal) no desvían sus trayectorias, y los que inciden sobre el meridiano de potencia (vertical) convergen generando un **foco imagen lineal** (horizontal).

Sistemas de lentes

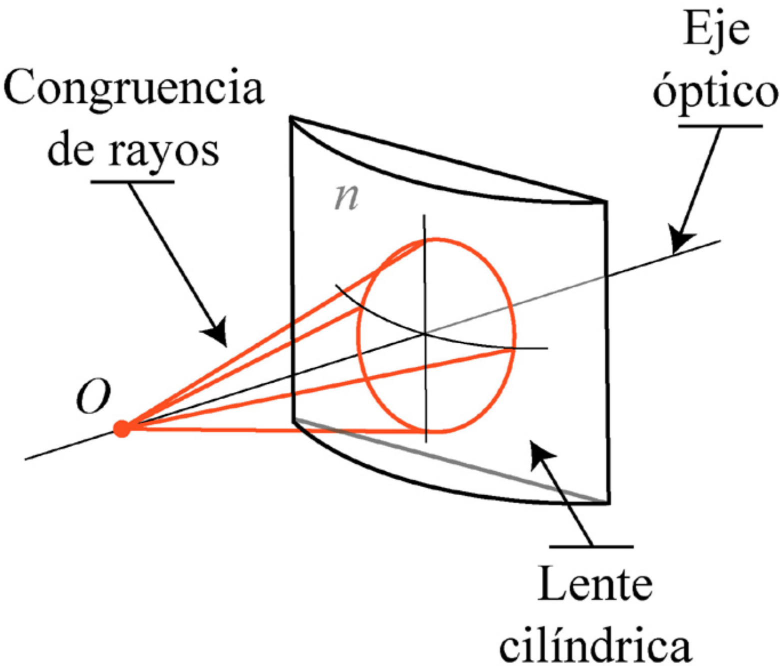
Lentes cilíndricas

- Formación de *los focos lineales* generados por lentes cilíndricas:
  - en la lente cilíndrica convergente *el foco* es **real**, y
  - en la lente cilíndrica divergente *el foco* es **virtual**.
- El foco lineal es paralelo al eje de la superficie cilíndrica.

Sistemas de lentes

Lentes cilíndricas

- Estudiamos la **formación de imágenes**, dentro de la aproximación paraxial, de una **lente cilíndrica delgada**.
- Consideramos exclusivamente los rayos que emergen del punto objeto y pertenecen al meridiano de eje (vertical) y al meridiano de potencia (horizontal).

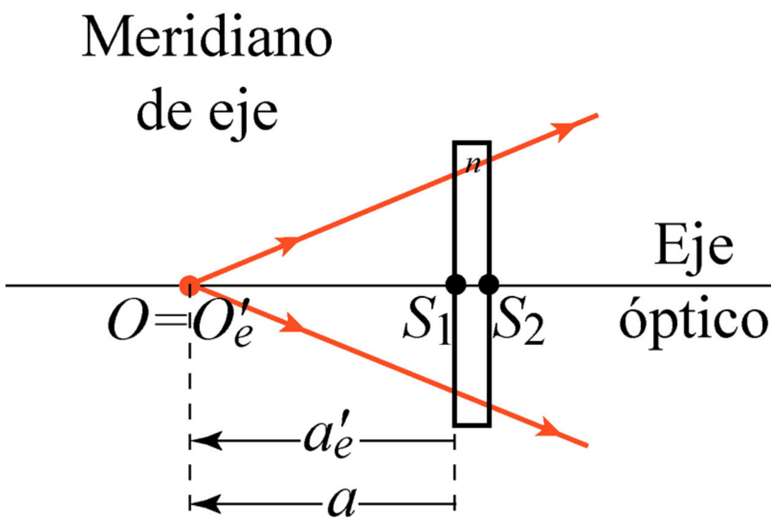


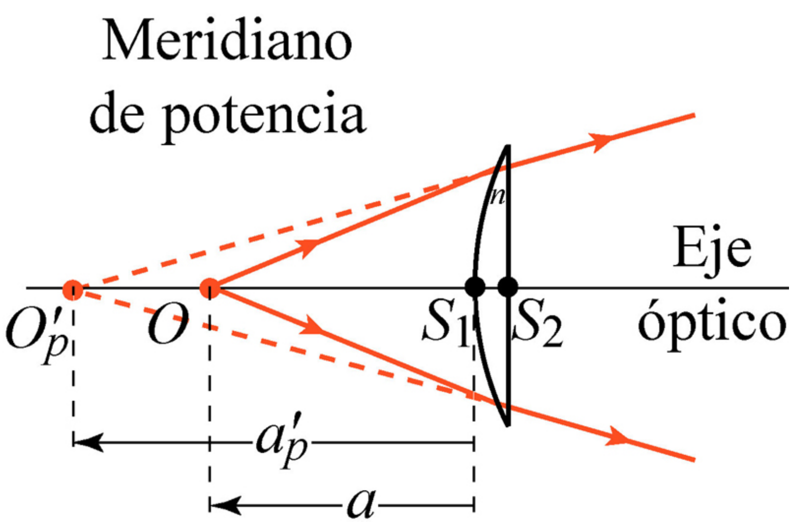
Sistemas de lentes

Lentes cilíndricas

- A lo largo del **meridiano de eje**, los rayos desvían sus trayectorias como si atravesara una lámina de caras planoparalelas de espesor despreciable, $d = S_1S_2 = 0$.

- Sobre el **meridiano de potencia**, los rayos se refractan como si atravesaran una lente planoconvexa delgada.





Sistemas de lentes

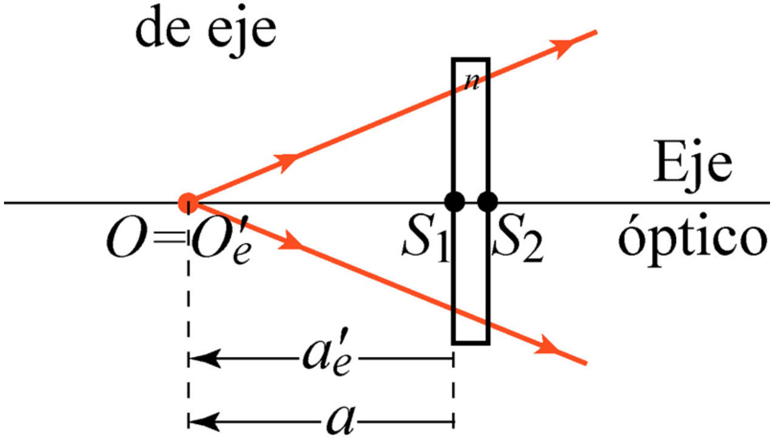
Lentes cilíndricas

$$\varphi' = \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \varphi_e' = 0 \\ \varphi_p' = \dfrac{n-1}{r} \end{cases}$$

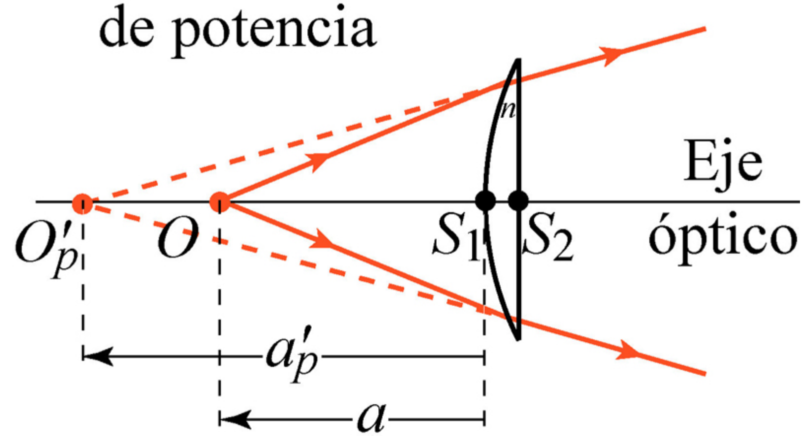
$$S_1 \equiv S_2 \equiv H \equiv H'$$

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'} = \Rightarrow \begin{cases} a_e' = a \\ -\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{a_p'} = \varphi_p' = \dfrac{n-1}{r} \end{cases}$$

Meridiano de eje



Meridiano de potencia



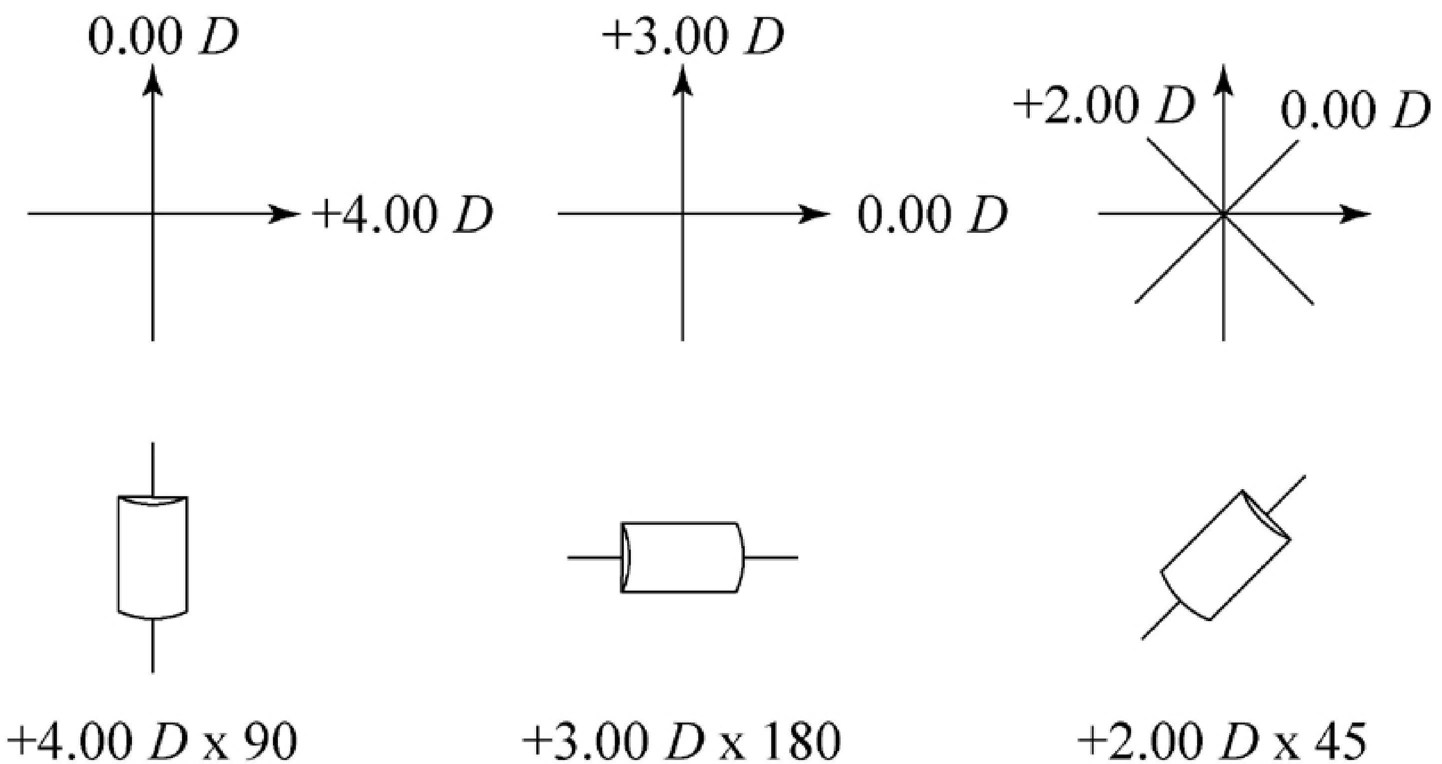
Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Universitat de València OpenCourseWare

Sistemas de lentes

Lentes cilíndricas

- **Diagrama óptico:** Caracterización de lentes cilíndricas con orientaciones arbitrarias.



Tema V. Sistemas de lentes y limitación de rayos

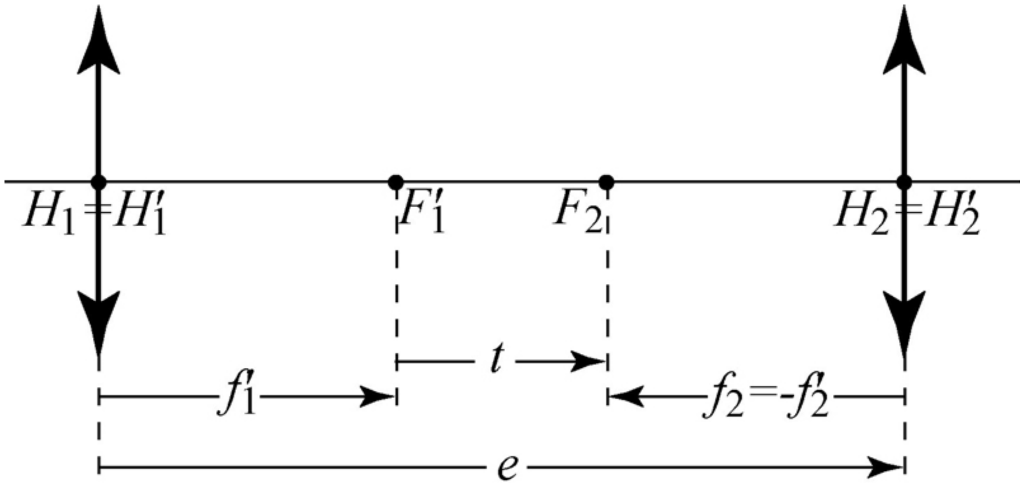
- Lentes esféricas
- Lentes delgadas
- Lentes cilíndricas
- Dobletes de lentes esféricas
- Dispersión en lentes y dobletes: Condición de acromatismo

Sistemas de lentes

Dobletes de lentes

- Un **doblete** de lentes es el acoplamiento de dos lentes delgadas inmersas dentro del mismo medio (aire en general).

- **Símbolo** del doblete: (p, q, r)



$$\frac{f_1'}{p} = \frac{e}{q} = \frac{f_2'}{r} = a$$

- El parámetro a tiene dimensiones de longitud (p, q y r son adimensionales). Modificando a cambiamos los valores óptico-geométricos del doblete, pero no sus propiedades ópticas.

Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

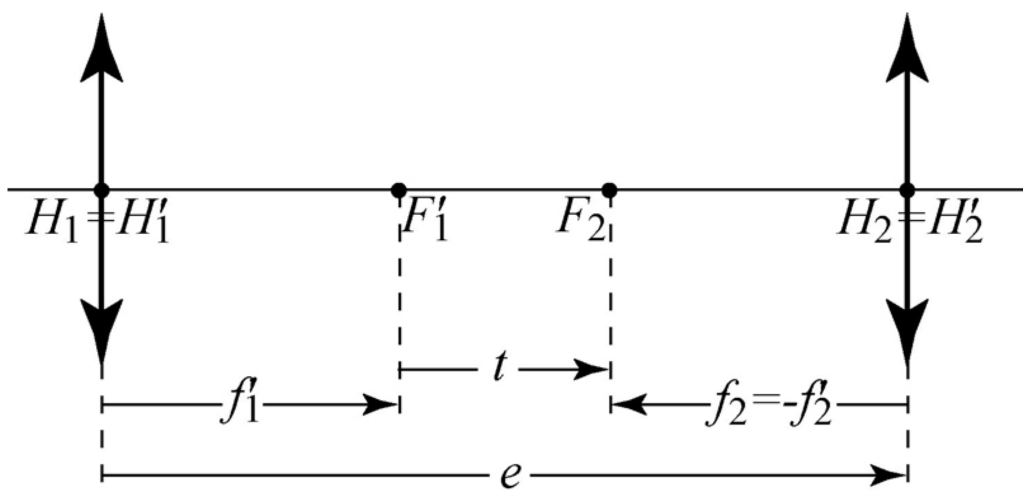
Sistemas de lentes

Dobletes de lentes

- Puntos cardinales del doblete:

$$\overline{H_1H} = \frac{e}{t} f_1 = \frac{e}{f_1'+f_2'-e} f_1' \qquad \overline{H_2'H'} = \frac{e}{t} f_2' = \frac{e}{e-f_1'-f_2'} f_2'$$

$$\varphi' = \frac{n_2}{n'_2} \varphi'_1 + \varphi'_2 - e\varphi'_1\,\varphi'_2 \rightarrow \varphi' = \varphi'_1 + \varphi'_2 - e\varphi'_1\,\varphi'_2$$

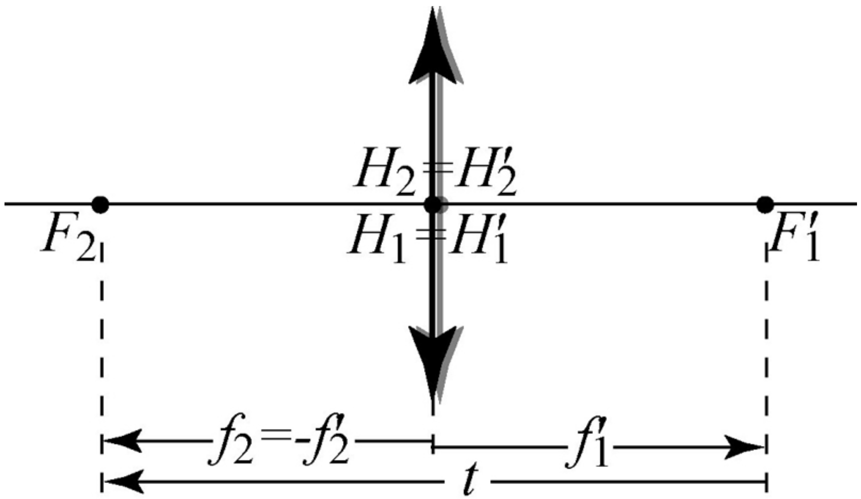


Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Sistemas de lentes

Dobletes de lentes

- **Doblete** de lentes pegado (e = 0).
  - **Símbolo** del doblete: (p, 0, r)



$$\overline{H_1 H} = \overline{H'_2 H'} = 0$$

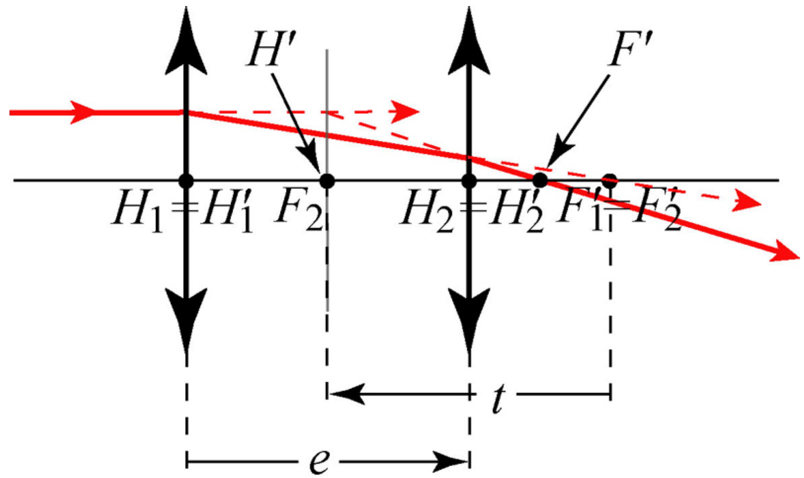
$$\varphi' = \varphi'_1 + \varphi'_2$$

- El acoplamiento de dos lentes delgadas pegadas es equivalente a otra lente delgada cuya potencia es la suma de las potencias de cada una de las lentes que forman el doblete.

Sistemas de lentes

Dobletes de lentes

- **Ejemplo 1:** Ocular de Huygens. Símbolo: (3,2,1)



$$\frac{f_1'}{3}=\frac{e}{2}=\frac{f_2'}{1}=a$$

$$\overline{H_1H}=3a$$

$$\overline{H'_2H'}=-a$$

$$f'=\frac{3}{2}a$$

- Características:
  - Sistema convergente.
  - El plano focal objeto es virtual (utilizado por los oculares).
  - Los planos focales y principales son simétricos respecto a la segunda lente.

Sistemas de lentes

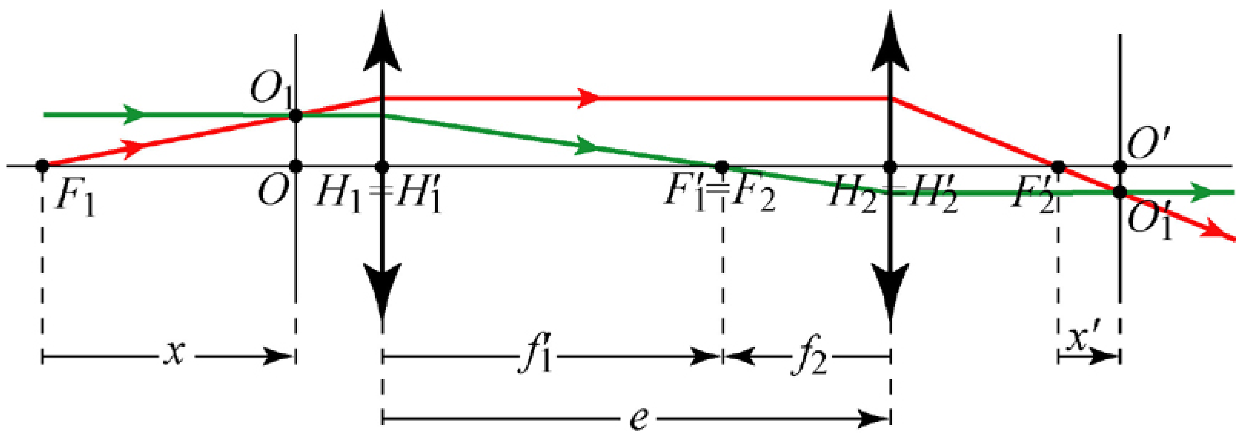
Dobletes de lentes

- **Ejemplo 2:** Doblete afocal. (t = 0, e = $f'_1 + f'_2$)

$$\overline{H_1 H} = \frac{e}{t} f_1 \xrightarrow{e>0} \infty$$

$$\overline{H'_2 H'} = \frac{e}{t} f'_2 \xrightarrow{e>0} \infty$$

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{t} \to \infty$$



$$\beta' = \frac{f_2}{f'_1} = -\frac{f'_2}{f'_1}$$

$$x' = \frac{n'}{n} \beta'^2 x \xrightarrow{n'=n} x' = \beta'^2 x$$

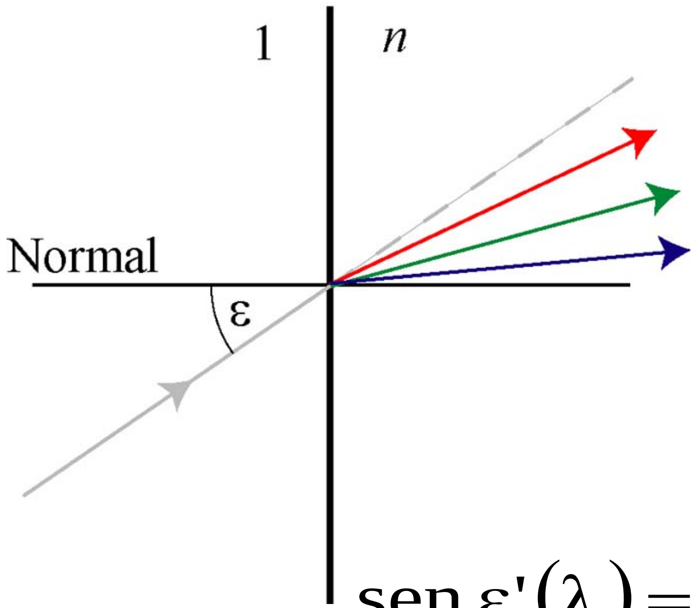
Tema V. Sistemas de lentes y limitación de rayos

- Lentes esféricas
- Lentes delgadas
- Lentes cilíndricas
- Lentes astigmáticas: Lentes cilíndricas y tóricas
- Dobletes de lentes esféricas
- Dispersión en lentes y dobletes: Condición de acromatismo

Sistemas de lentes

Dispersión en lentes y dobletes

Separación espacial de las componentes espectrales de un haz policromático al atravesar un dioptrio plano:



$$\operatorname{sen}\varepsilon'(\lambda) = \frac{\operatorname{sen}\varepsilon}{n(\lambda)}$$

- Las longitudes de onda cortas (azules) sufren una mayor desviación angular que las longitudes largas (rojos).

Sistemas de lentes

Dispersión en lentes y dobletes

Dispersión cromática en una lente delgada:

$$\varphi'(\lambda) = \frac{1}{f'(\lambda)} = (n_\lambda - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad \left.\begin{array}{l} r_1 > 0 \\ r_2 \to \infty \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d\varphi'}{dn} = \left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right) > 0 \\ \dfrac{dn}{d\lambda} < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{d\varphi'}{d\lambda} = \frac{d\varphi'}{dn}\frac{dn}{d\lambda} < 0$$

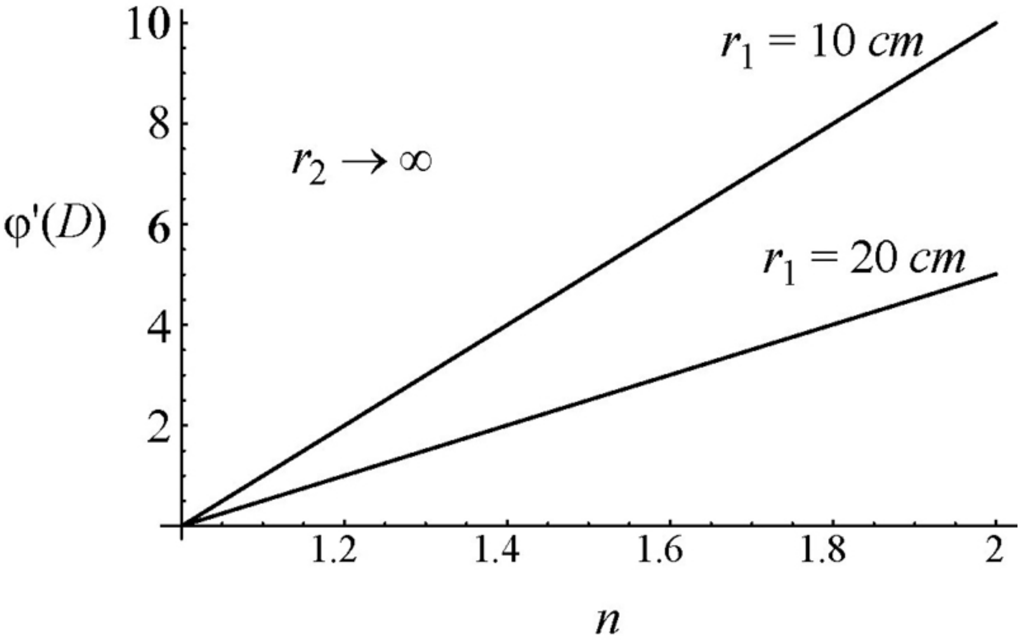
Sistemas de lentes

Dispersión en lentes y dobletes

Dispersión cromática en una lente delgada:

$$\varphi'(\lambda) = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{d\varphi'}{dn} = \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{\varphi'(\lambda)}{n(\lambda)-1}$$



- Este fenómeno se denomina **cromatismo de posición** o **cromatismo longitudinal**.

Sistemas de lentes

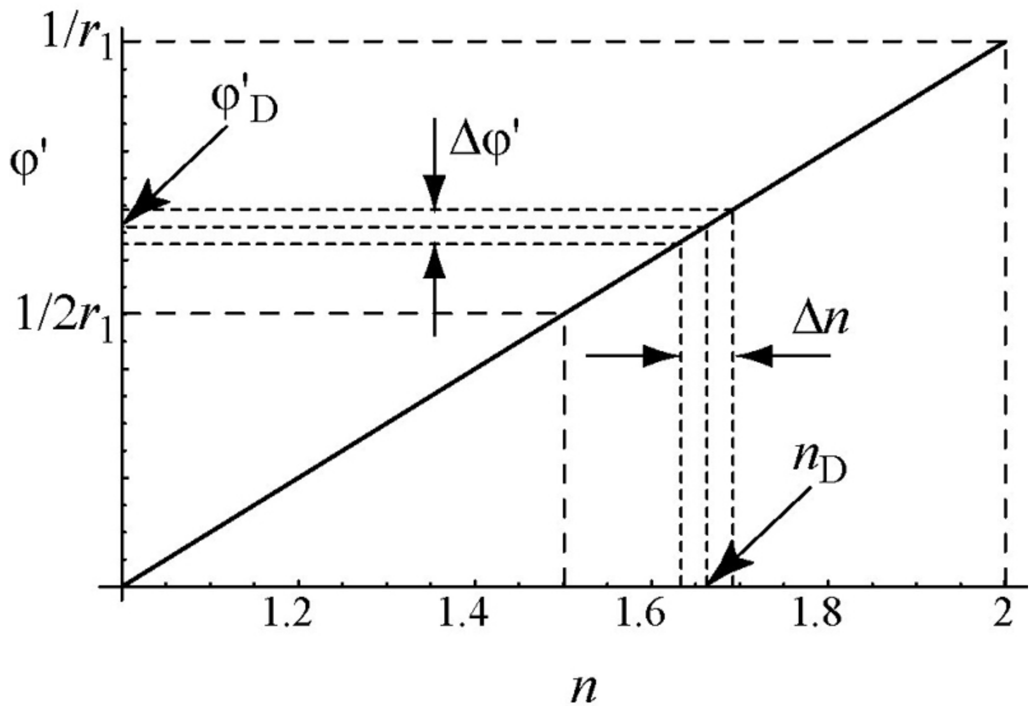
Dispersión en lentes y dobletes

Dispersión cromática en una lente delgada:

$$\Delta\varphi' \approx \frac{d\varphi'}{dn}\Delta n$$

$$\begin{cases} \Delta\varphi' = \varphi'_F - \varphi'_C \\ \Delta n = n_F - n_C \end{cases}$$

$$\Delta\varphi' = \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\Delta n$$



$$\Delta\varphi' = \frac{\varphi'_D}{n_D - 1}\left(n_F - n_C\right) = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}\varphi'_D$$

$$\Delta\varphi' = \frac{\varphi'_D}{\nu_D}$$

Carlos Zapata Rodríguez
Pascuala García Martínez

Universitat de València OpenCourseWare

Sistemas de lentes

Dispersión en lentes y dobletes

Dispersión cromática en una lente delgada:

$$\Delta\varphi' = \frac{\varphi'_D}{\nu_D} \qquad \Delta\varphi' = \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\Delta n \qquad \begin{cases} \Delta\varphi' = \varphi'_F - \varphi'_C \\ \Delta n = n_F - n_C \end{cases}$$

- En la primera expresión obtenemos la diferencia en la potencia de la lente para las rayas C y F en función del número de Abbe.

  - En un vidrio crown (ν_D alto) $\Delta\varphi'$ es pequeño. Esto es debido a que el material es poco dispersivo.

  - En un vidrio flint (ν_D bajo) $\Delta\varphi'$ es grande. Esto es debido a que el material es muy dispersivo.

Sistemas de lentes

Dispersión en lentes y dobletes

- Un **doblete acromático** es un conjunto de dos lentes delgadas, que pueden estar pegadas, diseñado para controlar la dispersión cromática:

Universitat de València OpenCourseWare

Sistemas de lentes

Dispersión en lentes y dobletes

- Un doblete pegado **acromático** es un sistema de dos lentes delgadas pegadas que cumple la condición de acromatismo:

$$\Delta\varphi'_i = \frac{\varphi'_{iD}}{\nu_{iD}} \qquad\qquad \varphi' = \varphi'_1 + \varphi'_2$$

$$\varphi'_C = \varphi'_F \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi' = 0 = \Delta\varphi'_1 + \Delta\varphi'_2 = \frac{\varphi'_{1D}}{\nu_{1D}} + \frac{\varphi'_{2D}}{\nu_{2D}}$$

$$-\frac{\varphi'_{1D}}{\varphi'_{2D}} = \frac{\nu_{1D}}{\nu_{2D}}$$

- Los signos de φ'_1 y φ'_2 han de ser de signo opuesto. Si se desea un doblete convergente, la lente convergente se construye con un vidrio crown y la divergente con un vidrio flint.

Sistemas de lentes

Dispersión en lentes y dobletes

- Consideremos ahora un doblete **acromático** de lentes despegadas: el sistema acoplado tiene la misma potencia para dos longitudes de onda (en general se eligen las rayas C y F) :

$$\Delta\varphi'_i = \frac{\varphi'_{iD}}{\nu_{iD}} \qquad\qquad \varphi' = \varphi'_1 + \varphi'_2 - e\varphi'_1\,\varphi'_2$$

$$\varphi'_C = \varphi'_F \quad \Rightarrow \quad 0 = \Delta\varphi' \approx \Delta\varphi'_1 + \Delta\varphi'_2 - e(\Delta\varphi'_1)\varphi'_{2D} - e\varphi'_{1D}\,\Delta\varphi'_2$$

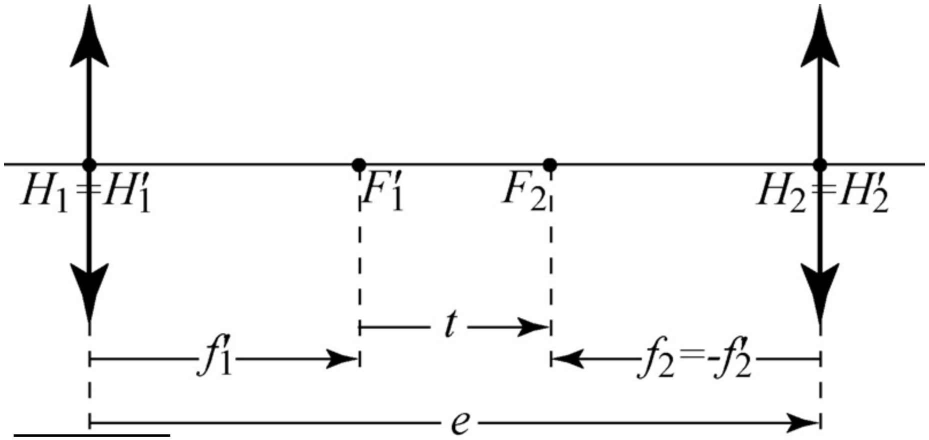
$$\left.\begin{aligned} \frac{\varphi'_{1D}}{\nu_{1D}} + \frac{\varphi'_{2D}}{\nu_{2D}} - e\varphi'_{1D}\,\varphi'_{2D}\left(\frac{1}{\nu_{1D}} + \frac{1}{\nu_{2D}}\right) &= 0 \\ \frac{\nu_{1D} f'_{1D} + \nu_{2D} f'_{2D}}{\nu_{1D} + \nu_{2D}} &= e \end{aligned}\right\}$$

Sistemas de lentes

Dispersión en lentes y dobletes

- La condición de **acromatismo** en los dobletes despegados **no** asegura un acromatismo longitudinal:

$$\left.\begin{array}{l} e \neq e(\lambda) \\ f'_1 = f'_1(\lambda) \\ f'_2 = f'_2(\lambda) \end{array}\right\} \Rightarrow t = t(\lambda)$$



$$\overline{H_1 H} = \frac{e}{t(\lambda)} f_1(\lambda) \Rightarrow \overline{H_1 H_C} \neq \overline{H_1 H_F}$$

$$\overline{H'_2 H'} = \frac{e}{t(\lambda)} f'_2(\lambda) \Rightarrow \overline{H'_2 H'_C} \neq \overline{H'_2 H'_F}$$

- Conclusión: Aunque $f'_C = f'_F$, los puntos focales imagen F'_C y F'_F no se sitúan en la misma posición.