

5. ADQUIRIR TÉCNICAS PARA ENCONTRAR LA SOLUCIÓN ÓPTIMA A UN PROBLEMA:

Objetivos:

1. Escoger la mejor estrategia para la consecución de un objetivo en relación a un conjunto de escenarios.
2. Simular la selección natural para escoger la mejor de las opciones.
3. Calcular cuántas pruebas serán necesarias para encontrar con una cierta probabilidad una solución que esté dentro de un cierto porcentaje de las mejores.
4. Escoger el mejor camino a través de una serie de bifurcaciones definidas por las decisiones a tomar y los eventos posibles.

Actividad 36. Llamamos *escenario* (s) a un conjunto de valores a lo largo del tiempo de las variables no controlables, y *estrategia* (e) a un conjunto de valores a lo largo del tiempo de las variables de control.

Si podemos estimar la probabilidad de una variable objetivo (y) condicionada al escenario y la estrategia, $P(y|s,e)$, así como la probabilidad de los distintos escenarios, $P(s)$, supuestos independientes de las estrategias, aplicando el Teorema de Bayes obtendremos

$$P(y|e) = \sum_s P(y|s,e)P(s) ,$$

lo cuál nos permitirá evaluar qué estrategia tiene la máxima probabilidad de satisfacer el objetivo.

Por su parte, si podemos estimar la posibilidad de una variable objetivo (y) condicionada al escenario para cada estrategia, $\pi_e(y|s)$, así como la posibilidad de los distintos escenarios, $\pi(s)$, supuestos independientes de las estrategias, calcularemos para cada estrategia la posibilidad de cada valor de la variable objetivo,

$$\pi_e(y) = \max_s \min (\pi_e(y|s), \pi(s))$$

lo cuál nos permitirá evaluar qué estrategia conlleva la máxima posibilidad de cada valor de la variable objetivo.

Ejercicio 35: encontrar la mejor estrategia para el siglo XXI entre (1) mantener el actual consumo energético, (2) reducir

moderadamente el consumo energético y (3) reducir drásticamente el consumo energético, en relación a los siguientes escenarios: (a) fuentes de energía actualmente existentes, (b) descubrimiento de una fuente de energía radicalmente nueva y (c) posibilidad de trasladarse a otro planeta virgen con abundancia de recursos, suponiendo que las probabilidades de los escenarios son $P(a)=0'6$, $P(b)=0'3$, $P(c)=0'1$ y que las probabilidades condicionales de conseguir el objetivo de que la humanidad viva satisfactoriamente vienen dadas por la tabla adjunta.

P(y s,e)		e		
		1	2	3
s	a	0	0'3	0'6
	b	0'5	0'6	0'6
	c	1	0'8	0'6

Ejercicio 36: encontrar la mejor estrategia para el siglo XXI entre las estrategias y en relación a los escenarios descritos en el Ejercicio 35 para los valores de la variable objetivo 0 (extinción de la humanidad), 0'5 (mera supervivencia) y 1 (felicidad), suponiendo que las posibilidades de los escenarios son $\pi(a)=1$, $\pi(b)=0'5$ y $\pi(c)=0'2$ y las posibilidades condicionales de los distintos valores de la variable objetivo vienen dadas por las siguientes tablas:

$\pi(0 s,e)$		e		
		1	2	3
s	a	1	0'5	0
	b	0'5	0	0
	c	0	0	0

$\pi(0'5 s,e)$		e		
		1	2	3
s	a	0	1	1
	b	1	1	1
	c	0'5	1	1

$\pi(1 s,e)$		e		
		1	2	3
s	a	0	0	0'6
	b	0'4	0'5	0'6
	c	1	0'8	0'6

Comparar la evaluación de las estrategias para los distintos valores de la variable objetivo.

Actividad 37. Los *algoritmos genéticos* permiten simular la selección natural para escoger la mejor opción. Para ello se dan valores aleatorios a las variables de entrada, tanto las no controlables como las de control, modificando en cada paso las probabilidades de los valores de las variables de control en función de los resultados obtenidos. Ello puede hacerse de diversas formas. Por ejemplo, podría utilizarse un modelo de refuerzo lineal como el que se describe en la Actividad 35. Podría también tomarse en cada caso una probabilidad igual a la de la satisfacción obtenida. Y podría seleccionarse en cada paso un determinado porcentaje de los valores que han generado los mejores resultados.

Ejercicio 37: aplicar un algoritmo genético en las condiciones del Ejercicio 35, partiendo de 100 casos con estrategia 1, 100 casos con estrategia 2 y 100 casos con estrategia 3, y seleccionando en cada caso el 50% (o su parte entera) con mejores resultados (probabilidad de conseguir el objetivo). Para determinar de cada estrategia cuántos se encuentran en cada escenario, tomar la parte proporcional aproximando si es necesario con la parte entera y el resto mayor, o al azar en caso de restos iguales. En caso de empates con resultados seleccionables, tomar para cada estrategia la parte proporcional, aproximando del mismo modo si es necesario. ¿Cuántos habrán sobrevivido de cada estrategia después de 4 pasos?

Actividad 38. Para obtener por *muestreo* una solución que esté entre los 100p% mejores con una probabilidad del 100 α %, deberemos calcular cual es la probabilidad de que entre n casos no haya ninguno que esté entre los 100p% mejores. Dado que la probabilidad de que un caso no esté entre los 100p% mejores es $1-p$, y que los distintos casos deben considerarse independientes, la probabilidad de que entre n casos no haya ninguno que esté entre los 100p% mejores será $(1-p)^n$. Por lo tanto, la probabilidad de que entre n casos haya alguno que esté entre los 100p% mejores será $\alpha=1-(1-p)^n$.

Ejercicio 38: ¿de qué tamaño deberá ser la muestra (con reemplazamiento) para garantizar con una probabilidad del 90% que el mejor resultado de la muestra esté entre el 5% de los mejores?

Actividad 39. Un *árbol de decisión* consiste en una bifurcación entre varias decisiones posibles, a raíz de cada una de las cuáles pueden producirse distintos eventos con determinadas probabilidades (o posibilidades), en respuesta a los cuáles pueden a su vez tomarse distintas decisiones, y así sucesivamente, como se indica en las figuras adjuntas. Al final de cada rama hay que evaluar su probabilidad (o posibilidad) así como los resultados obtenidos en relación a los objetivos previamente definidos, a fin de determinar una estrategia racional de decisiones sucesivas.

Ejercicio 39: determinar la estrategia óptima de acuerdo con el árbol de decisión superior adjunto, donde los cuadrados indican bifurcación entre decisiones, se indica la probabilidad de cada evento, y al final de cada rama se indica el correspondiente resultado o probabilidad de satisfacción. Evaluar la expectativa de probabilidad de satisfacción después de cada decisión.

Imaginar una posible aplicación de dicho árbol de decisión, o bien elaborar otro árbol de decisión para algún problema.

Ejercicio 40: determinar la estrategia óptima de acuerdo con el árbol de decisión inferior adjunto, donde los cuadrados indican bifurcación entre decisiones, se indica la posibilidad de cada evento, y el final de cada rama se indica el correspondiente resultado o posibilidad de satisfacción. Evaluar la expectativa de posibilidad de satisfacción después de cada decisión.

NOTA: recordad que:

- a) Las probabilidades condicionales se multiplican, y las probabilidades de opciones alternativas se suman.
- b) En relación a las posibilidades condicionales se toma el valor mínimo, y ante posibilidades de opciones alternativas se toma el máximo.

