



OPERACIONS I MERCATS DE RENDA FIXA

Tema 5. El risc d'interés

Professorat Responsable:

Dr. Àngel Pardo i Dr. Dolores Furió

Departament d'Economia Financera i Actuarial. Facultat d'Economia (UV)

ÍNDEX

1. La valoració de les operacions financeres i els tipus d'interès
2. Els tipus d'interès al comptat i a termini
3. L'estructura temporal dels tipus d'interès
 - 3.1. Definició
 - 3.2. Aplicacions i limitacions
4. El risc de preu
 - 4.1. Concepte
 - 4.2. Duration
 - 4.3. Convexitat
5. El risc de reinversió i la immunització financera
6. El risc d'interès i la negociació de les operacions financeres

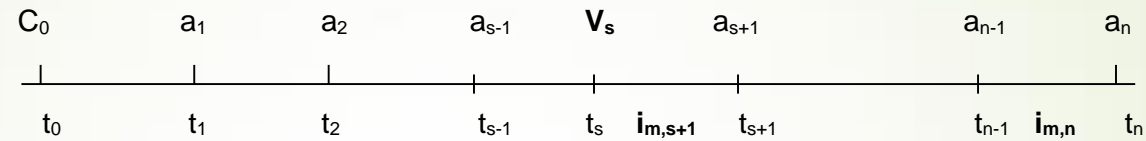
BIBLIOGRAFIA

Meneu, V.; M.P. Jordá y M.T. Barreira (1994): Capítulo 5.

Meneu, V.; E. Navarro, E. y M.T. Barreira (1992): Capítulos 8 y 9.

Navarro, E. y J. Nave (2001): Capítulos 5 y 6.

1. LA VALORACIÓ DE LES OPERACIONS FINANCERES I ELS TIPUS D'INTERÉS



- En un moment intermedi t_s , el valor de mercat/valor financer d'un actiu emès en t_0 :

$$V_s = \sum_{r=s+1}^n a_r \prod_{h=s+1}^r (1+i_{m,h})^{-1}$$

- Les variacions en els tipus d'interès tenen dos efectes contraposats:
 - Risc de preu o risc de mercat
 - Risc de reinversió

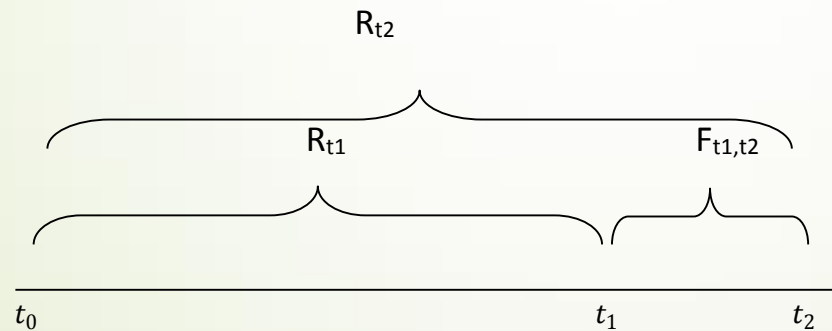
2. ELS TIPUS D'INTERÉS AL COMPTAT I A TERMINI

- ▶ El tipus d'interès al comptat o *spot* corresponent a un termini $[t_0, t_n]$ és definit com el tant efectiu periodal que proporcionaria una operació financera consistent en la compra fins al venciment d'un títol de renda fixa, bé amb descompte o bé de cupó zero, lliure de risc d'insolvència i amortitzable dins n períodes.
- ▶ Si el preu en t_0 d'un títol com el descrit és P_0 i el seu valor d'amortització és P_n , el **tipus d'interès al comptat** corresponent a un termini $[t_0, t_n]$, que denotarem per R_n , ve donat per l'expressió:

$$P_n = P_0 (1 + R_n)^n$$

2. ELS TIPUS D'INTERÉS AL COMPTAT I A TERMINI

- El tipus d'interès forward (a termini) corresponent a un determinat termini $[t_1, t_2]$ seria el tipus d'interès al comptat que hauria d'estar vigent en t_1 perquè el resultat d'invertir al termini $[t_0, t_2]$ genere el mateix resultat que invertir al termini $[t_0, t_1]$ i reinvertir la quantia resultant en una segona operació a un termini $[t_1, t_2]$.
- A partir del valor dels tipus d'interès al comptat és possible definir el tipus d'interès a termini implícit o tipus d'interès *forward* a un termini $[t_1, t_2]$ o F_{t_1,t_2} :



$$(1+R_{t_1})^{t_1}(1+F_{t_1,t_2})^{t_2-t_1} = (1+R_{t_2})^{t_2}$$

2. ELS TIPUS D'INTERÉS AL COMPTAT I A TERMINI

- D'acord amb la teoria pura de les expectatives, els tipus *forward* són estimadors no esbiaixats dels tipus d'interès esperats en el futur

$$F_{t,t+1} = E_0[tR_1]$$

- Convé no confondre els tipus al comptat amb la taxa interna de rendiment (TIR). La TIR és el tant efectiu anual equivalent que, amb la llei de capitalització composta, igual al valor de mercat amb els fluxos futurs que genera el títol.
- El tipus d'interès al comptat i la taxa interna de rendiment coincideixen en el cas de bons de cupó zero

3. LA ESTRUCTURA TEMPORAL DELS TIPUS D'INTERÉS (ETTI)

- L'ETTI es defineix com la relació funcional existent entre el tipus d'interès al comptat i el seu termini corresponent.
 - Si els tipus d'interès al comptat per a tots els terminis són iguals, diem que l'ETTI és plana,
 - si els tipus d'interès al comptat a curt són majors que els tipus a llarg, diem que l'ETTI és decreixent,
 - si els tipus d'interès al comptat a curt són menors que els tipus a llarg, diem que l'ETTI és creixent.
- El tipus d'interès al comptat s'ha definit en funció d'un termini determinat $[t_0, t_n]$. Aquests tipus d'interès s'han d'obtenir a partir de títols que tinguen les característiques següents: actius de deute públic, emesos al descompte o bons de cupó zero, i amortitzables en n períodes.

3. LA ESTRUCTURA TEMPORAL DELS TIPUS D'INTERÉS (ETTI)

➤ Aplicacions

- Valoració d'actius
- Gestió de carteres de renda fixa
- Valoració d'instruments derivats sobre tipus d'interès (futurs, opcions,...)

➤ Limitacions

- L'ETTI no és directament observable. Quan no es disposa de cotitzacions de bons cupó zero per a tots els venciments, s'utilitzen metodologies alternatives que permeten estimar-la a partir de cotitzacions de bons amb pagament periòdic de cupons, de SWAPS i a partir d'estimacions teòriques obtingudes de models de regressió.

4. EL RISC DE PREU. Concepte

- ▶ El risc de preu és el risc de variació del preu d'un actiu com a conseqüència de les variacions en els tipus d'interès de mercat.
- ▶ Fem el supost a partir d'ací que la ETTI és plana i, si hi ha variacions en la ETTI, aquestes seran planes.
- ▶ Tractem de donar resposta en aquest epígraf a les següents preguntes:
 - ▶ La variació en el preu dels títols com a conseqüència d'una mateixa variació dels tipus d'interès és diferent per a cada títol?
 - ▶ Si ho és, per què és diferent aquesta variació?
 - ▶ Es pot trobar una mesura que ens permeta calcular la variació esperada en el preu d'un títol davant variacions en els tipus d'interès?

4. EL RISC DE PREU. Duration

- Per conèixer la variació del preu de mercat d'un actiu de renda fixa davant variacions en els tipus d'interès, calcularem la *semielasticitat* del valor d'un actiu de renda fixa, que és la variació del valor del bo expressada en termes relatius sobre el valor del bo:

$$\frac{\partial V_s}{\partial i_m} \frac{1}{V_s}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_s}{\partial i_m} \frac{1}{V_s} &= \frac{\sum_{r=s+1}^n -(r-s)a_r(1+i_m)^{-(r-s)-1}}{V_s} = \\ &= -\frac{1}{(1+i_m)} \sum_{r=s+1}^n (r-s) \frac{a_r(1+i_m)^{-(r-s)}}{V_s} = -\frac{1}{(1+i_m)} D \end{aligned}$$

$$D = \sum_{r=s+1}^n (r-s) \frac{a_r(1+i_m)^{-(r-s)}}{V_s}$$

4. EL RISC DE PREU. Duration

- La duration pot ser interpretada com una mitjana ponderada dels venciments dels fluxos de caixa generats per un títol, on les ponderacions són la proporció que cada flux de caixa actualitzat representa sobre el valor total del títol. Vindrà expressada en la mateixa unitat de temps que la utilitzada per mesurar el termini fins al venciment dels fluxos de caixa.

$$w_s = \frac{a_r}{(1 + i_m)^{(r-s)} V_s}$$

$$D = \sum_{r=s+1}^n (r-s) w_s$$

- La duration d'una cartera es defineix com la mitjana ponderada de la duration de cadascun dels títols de la cartera, on la ponderació α_i és el pes del títol i en el conjunt de la cartera.

$$D_C = \sum_{i=1}^N D_i \alpha_i$$

$$\alpha_i = \frac{V_i N_i}{\sum_{i=1}^N V_i N_i}$$

4. EL RISC DE PREU. Duration

$$\frac{\partial V_s}{\partial i_m} \frac{I}{V_s} = - \frac{I}{(1+i_m)} D$$

$$\frac{\Delta V_s}{\Delta i_m} \frac{I}{V_s} \approx - \frac{I}{(1+i_m)} D$$

$$\Delta V_s \approx - \frac{1}{(1+i_m)} D V_s \Delta i_m$$

$$\frac{\Delta V_s}{V_s} \approx - \frac{I}{(1+i_m)} D \Delta i_m$$

4. EL RISC DE PREU. CONVEXITAT

- Obtenim la fórmula de la convexitat d'un actiu de renda fixa realitzant una expansió de Taylor en el preu del bo:

$$\Delta V_s = \frac{\partial V_s}{\partial i_m} \Delta i_m + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_s}{\partial i_m^2} (\Delta i_m)^2 + \text{RESIDU}$$

$$\frac{\Delta V_s}{V_s} - \left[-\frac{D}{1+i_m} \Delta i_m \right] = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_s}{\partial i_m^2} \frac{(\Delta i_m)^2}{V_s} + \text{RESIDU}^*$$

- Donats dos bons idèntics en tot excepte en la convexitat, el de major convexitat serà el preferit pels inversors. Si el tipus d'interès puja, el seu preu disminuirà una quantitat inferior; mentre que, si el tipus baixa, el seu preu s'incrementarà en una quantitat major.
- Com més gran siga la convexitat de la funció, major serà l'error que es comet amb la fórmula de la duration (aproximació lineal) en avaluar la variació en el preu d'un actiu davant variacions en els tipus d'interès.

5. EL RISC DE REINVERSIÓ I LA IMMUNITZACIÓ FINANCERA

- **Risc de reinversió.** Davant variacions en els tipus d'interès, la reinversió dels fluxos de caixa ocasionarà un efecte contraposat al risc de preu. Així, davant pujades (baixades) en els tipus d'interès, l'actiu valdrà menys (més), però la reinversió de cupons es realitzarà a tipus més alts (baixos) i s'obtidria una major (menor) rendibilitat de la reinversió.
- **Risc d'immunització.** D'acord amb el teorema de la immunització financera, "el risc de preu i el risc de reinversió es compensen quan la duration de l'operació financera coincideix amb l'horitzó de planificació de la inversió (HPI), que es defineix com el període de temps durant el qual es vol mantenir la inversió." (Fisher i Weil, 1971).

	Δi_m	∇i_m
D=HPI	Indiferent	Indiferent
D>HPI	Pèrdua	Benefici
D<HPI	Benefici	Pèrdua