Dades de partida de l'EXERCICI 11:

– Preu actual de les accions (S_0) de 20 €.

– S'espera que el preu pujarà o baixarà un 10% durant cadascun dels pròxims dos períodes de sis mesos.

– El tipus d'interès lliure de risc, r_f , és del 12% anual compost continu.

a) Valor de l'opció europea de compra sobre aquesta acció a 3 mesos, amb un preu d'exercici (I) de 21 €.

→ **MODEL BINOMIAL D'1 PERÍODE**

si $\Delta \rightarrow 1+0,10 = 1,1$

si $\delta \rightarrow 1-0,10 = 0,9$

	t = 0		t = 1
Valor de l'acció	S_0	Δ	$S_u = S_0 \cdot u = 20 \cdot 1,1 = 22$ €
		δ	$S_d = S_0 \cdot d = 20 \cdot 0,9 = 18$ €
Valor de l'opció	C_0 ?	Δ	$C_u = \text{màx.}\ \{S_u - E, 0\} = \text{màx.}\ \{22-21, 0\} = 1$ €
		δ	$C_d = \text{màx.}\ \{S_d - E, 0\} = \text{màx.}\ \{18-21, 0\} = 0$ €

– Construïm una cartera sense risc, composta per la compra d'1 acció i una posició de compra/venda en n *CALL* (si n < 0 → venda i si n > 0 → compra):

- *n* opcions per determinar: ?
- Cartera lliure de risc implica → $\underbrace{22 + n\cdot 1}_{\text{valor final de la cartera en cas de preus a l'alça}} = \underbrace{18 + n\cdot 0}_{\text{valor final de la cartera en cas de preus a la baixa}}$
- $n = -4$ opcions (venda perquè n < 0)

– Per tant, la cartera composta per:

- Emissió de 4 *CALL* i
- Compra d'1 acció.

→ és una cartera lliure de risc

comprovació:

- Si ↑ preus → 22 + (–4)·1 = 18 €
- Si ↓ preus → 18 + (–4)· 0 = 18 €

– Lògicament, les carteres sense risc, en absència d'oportunitats d'arbitratge, proporcionen una rendibilitat igual a la taxa lliure de risc, R_F.

– Disposem del tipus lliure de risc en temps continu i determinem el tipus en temps discret, amb la qual cosa:

- $r_f = \ln(1+R_F) \rightarrow e^{rf} - 1 = R_F \rightarrow R_F(\text{anual}) = 12{,}7496852\%$
- $\underline{R_F(\text{trimestral})} \rightarrow 1+R_F = (1+R^{(4)})^4 \rightarrow R^{(4)} = i^{(4)} = (1{,}127496852)^{1/4} - 1 = \underline{0{,}0304545}$
- a partir d'ara substituïm el seu valor en:

$$p = \frac{\left[\left(1+R_F^{trim}\right) - d\right]}{(u-d)} = \frac{[1+0{,}030454534 - 0{,}9]}{(1{,}1-0{,}9)} = 0{,}65227267$$

$$(1-p) = 1 - 0{,}65227267 = 0{,}34772733$$

$$\mathbf{C_0} = \frac{C_u \cdot p + C_d \cdot (1-p)}{\left(1+R_F^{trim}\right)} = \frac{1 \cdot 0{,}65227267 + 0 \cdot 0{,}34772733}{1{,}030454534} = \mathbf{0{,}632995\ €}$$

b) **<u>Valor de l'opció europea de compra sobre aquesta acció a 6 mesos amb un preu d'exercici (I) de 21 €</u>.**

→ **MODEL BINOMIAL DE 2 PERÍODES**

si $\Delta \rightarrow 1{+}0{,}10 = 1{,}1$

si $\delta \rightarrow 1{-}0{,}10 = 0{,}9$

t = 0 t = 1 t = 2

Valor de l'acció $\mathbf{S_0}$

p

$\mathbf{S_u} = S_0 \cdot u = 20 \cdot 1{,}1$

22 €

1 - p

$\mathbf{S_d} = S_0 \cdot d = 20 \cdot 0{,}9$

18 €

p

$\mathbf{S_{uu}} = S_0 \cdot u^2 = 20 \cdot (1{,}1)^2$

24,2 €

1 - p

p

$\mathbf{S_{ud}} = S_0 \cdot u \cdot d = 20 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}9$

19,8 €

1 - p

$\mathbf{S_{dd}} = S_0 \cdot d^2 = 20 \cdot (0{,}9)^2$

16,2 €

1a FORMA: amb l'aplicació de les fórmules que permeten calcular tots els nodes de l'arbre binomial:

t = 0 t = 1 t = 2

C_0
1,2823 €

p
1 – p

C_u
2,0256 €

C_d
0 €

p
1 – p
p
1 – p

C_{uu} = màx. $\{S_0 \cdot u^2 - E, 0\}$ = màx. {24,2 – 21, 0}
3,2 €

C_{ud} = màx. $\{S_0 \cdot u \cdot d - E, 0\}$ = màx. {19,8 – 21, 0}
0 €

C_{dd} = màx. $\{S_0 \cdot d^2 - E, 0\}$ = màx. {16,2 – 21, 0}

0 €

– Si hi apliquem les fórmules respectives, n'extraurem els valors per a t = 1:

$$\mathbf{C_u} = \frac{C_{uu} \cdot p + C_{ud} \cdot (1 - p)}{\left(1 + R_F^{trim}\right)} = \frac{3{,}2 \cdot 0{,}65227 + 0 \cdot 0{,}34773}{1{,}030454534} = \mathbf{2{,}0256\ €}$$

$$\mathbf{C_d} = \frac{C_{du}\cdot p + C_{dd}\cdot(1-p)}{\left(1+R_F^{trim}\right)} = \frac{0\cdot 0{,}65227 + 0\cdot 0{,}34773}{1{,}030454534} = \mathbf{0\ €}$$

Finalment:

$$\mathbf{C_0} = \frac{C_u\cdot p + C_d\cdot(1-p)}{\left(1+R_F^{trim}\right)} = \frac{2{,}0256\cdot 0{,}65227267 + 0\cdot 0{,}34772733}{1{,}030454534} = \mathbf{1{,}2823\ €}$$

<u>2a FORMA</u>: amb l’aplicació directament de la fórmula final que no ens proporcionaria els valors de l'arbre binomial per a t = 1 i si directament per a t = 0.

$$C_0 = \left[\frac{C_{uu}\cdot p^2 + 2C_{ud}\cdot p(1-p) + C_{dd}\cdot(1-p)^2}{\left(1+R_F^{trim}\right)^2}\right] =$$

$$= \left[\frac{3{,}2 \cdot 0{,}65227^2 + 2 \cdot 0 \cdot 0{,}65227 \cdot 0{,}34773 + 0 \cdot 0{,}34773^2}{1{,}0287372^2} \right] =$$

$$\boxed{C_0 = 1{,}2823\ €}$$

NOTA: segons els decimals que es prenguen, els resultats poden variar, per regla general, lleugerament.

Dades de partida de l'EXERCICI 12:

– Preu actual d'una acció (S_0) per 100 €.

– El preu pujarà o baixarà un 10% durant cadascun dels pròxims dos períodes de tres mesos cadascun.

– El tipus d'interès lliure de risc, r_f , és del 8% anual compost continu.

a) Valor de l'opció europea de compra sobre aquesta acció a 1 any amb un preu d'exercici (E) de 100 €.

→ **MODEL BINOMIAL DE 2 PERÍODES ~ COMPRA *CALL***

si $\Delta \rightarrow 1+0,10 = 1,1$ i si $\delta \rightarrow 1-0,10 = 0,9$

t = 0 t = 1 t = 2

Valor de l'acció

$\mathbf{S_0}$

p: $\mathbf{S_u} = S_0 \cdot u = 100 \cdot 1,1$

110 €

1 – p: $\mathbf{S_d} = S_0 \cdot d = 100 \cdot 0,9$

90 €

p: $\mathbf{S_{uu}} = S_0 \cdot u^2 = 100 \cdot (1,1)^2$

121 €

1 – p / p: $\mathbf{S_{ud}} = S_0 \cdot u \cdot d = 100 \cdot 1,1 \cdot 0,9$

99 €

1 – p: $\mathbf{S_{dd}} = S_0 \cdot d^2 = 100 \cdot (0,9)^2$

81 €

– Disposem del tipus lliure de risc en temps continu i determinem el tipus en temps discret, amb la qual cosa:

· $r_f = \ln(1+R_F) \rightarrow e^{rf} - 1 = R_F \rightarrow R_F(\text{anual}) = 8,3287\%$

· <u>R_F(semestral)</u> $\rightarrow 1+R_F = (1+R^{(2)})^2 \rightarrow R^{(2)} = i^{(2)} = (1,083287)^{1/2} - 1 =$ <u>$0,040811 \approx 4,081\%$</u>

Valor de l'opció:

t = 0 | t = 1 | t = 2

C_0

9,61046 €

p → **C_u** **14,2063 €**

1 – p → **C_d** **0 €**

C_u: p → **C_{uu}** = màx. {$S_0 \cdot u^2$ – E, 0} = màx. {121 – 100, 0}

21 €

C_u: 1 – p / C_d: p → **C_{ud}** = màx. {$S_0 \cdot u \cdot d$ – E, 0} = màx. {99 – 100, 0}

0 €

C_d: 1 – p → **C_{dd}** = màx. {$S_0 \cdot d^2$ – E, 0} = màx. {81 – 100, 0}

0 €

– Si hi apliquem les fórmules respectives, n'extraurem els valors del node t = 1:

$$p = \frac{\left[\left(1+R_F^{\text{semestral}}\right) - d\right]}{(u - d)} = \frac{\left[(1+0{,}040811) - 0{,}9\right]}{(1{,}1 - 0{,}9)} = 0{,}704055$$

$$(1 - p) = 0{,}295945$$

– Si hi apliquem les fórmules respectives, n'extraurem els valors del node t = 1:

$$\mathbf{C_u} = \frac{C_{uu}\cdot p + C_{ud}\cdot(1-p)}{1+R_F^{semestral}} = \frac{21\cdot 0{,}704055 + 0\cdot 0{,}295945}{1{,}040811} = \mathbf{14{,}2063\ €}$$

$$\mathbf{C_d} = \frac{C_{du}\cdot p + C_{dd}\cdot(1-p)}{1+R_F^{semestral}} = \frac{0\cdot 0{,}704055 + 0\cdot 0{,}295945}{1{,}040811} = \mathbf{0\ €}$$

–Si hi apliquem la fórmula final per al node t = 0:

$$\mathbf{C_0} = \left[\frac{C_{uu}\cdot p^2 + 2C_{ud}\cdot p(1-p) + C_{dd}\cdot(1-p)^2}{\left(1+R_F^{semestral}\right)^2}\right] = \left[\frac{21\cdot 0{,}704055^2 + 0 + 0}{1{,}040811^2}\right] = \mathbf{9{,}61046\ €}$$

$$\boxed{\mathbf{C_0 = 9{,}61046\ €}}$$

– Si hi apliquem la fórmula final per al node t = 0:

$$C_0 = \left[\frac{C_{uu} \cdot p^2 + 2C_{ud} \cdot p(1 - p) + C_{dd} \cdot (1 - p)^2}{\left(1 + R_F^{semestral}\right)^2} \right] =$$

$$= \left[\frac{21 \cdot 0{,}704055^2 + 2 \cdot 0 \cdot 0{,}704055 \cdot 0{,}295945 + 0 \cdot 0{,}295945^2}{1{,}040811^2} \right] =$$

$$\boxed{C_0 = 1{,}2823\ €}$$

NOTA: segons els decimals que es prenguen, els resultats poden variar, per regla general, lleugerament.

b) Valor de l'opció europea de venda sobre l'acció esmentada a 1 any amb un preu d'exercici (E) de 100 €.

→ **MODEL BINOMIAL DE 2 PERÍODES ~ VENDA *PUT***

si $\Delta \rightarrow 1+0{,}10 = 1{,}1$

si $\delta \rightarrow 1-0{,}10 = 0{,}9$

Valor de l'opció:

t = 0 | t = 1 | t = 2

P_0
1,9203 €

p | 1 – p

P_u
0,2843 €

P_d
6,0781 €

p | 1 – p | p | 1 – p

$\mathbf{P_{uu}} = \text{màx. } \{E - S_0 \cdot u^2, 0\} = \text{màx. } \{100 - 121, 0\}$
0 €

$\mathbf{P_{ud}} = \text{màx. } \{E - S_0 \cdot u \cdot d, 0\} = \text{màx. } \{100 - 99, 0\}$
1 €

$\mathbf{P_{dd}} = \text{màx. } \{E - S_0 \cdot d^2, 0\} = \text{màx. } \{100 - 81, 0\}$
19 €

– Si hi apliquem les fórmules respectives, n'extraurem els valors del node t = 1:

$$p = 0{,}704053 \;\; y \;\; (1 - p) = 0{,}295947$$

$$\mathbf{P_u} = \frac{P_{uu} \cdot p + P_{ud} \cdot (1 - p)}{1 + R_F^{semestral}} = \frac{0 \cdot 0{,}704055 + 1 \cdot 0{,}295945}{1{,}040811} = \mathbf{0{,}2843\ €}$$

$$\mathbf{P_d} = \frac{P_{du} \cdot p + P_{dd} \cdot (1 - p)}{1 + R_F^{semestral}} = \frac{1 \cdot 0{,}704055 + 19 \cdot 0{,}295945}{1{,}040811} = \mathbf{6{,}0781\ €}$$

– Si hi apliquem la fórmula final, el valor del node t = 0:

$$\mathbf{P_0} = \left[\frac{P_{uu} \cdot p^2 + 2P_{ud} \cdot p(1 - p) + P_{dd} \cdot (1 - p)^2}{\left(1 + R_F^{semestral}\right)^2} \right] =$$

$$= \left[\frac{0 + 2 \cdot 1 \cdot 0{,}704055 \cdot 0{,}295945 + 19 \cdot (0{,}295945)^2}{1{,}040811^2} \right] \Rightarrow \boxed{\mathbf{P_0 = 1{,}9203\ €}}$$

c) **Verifiqueu la relació de paritat *CALL-PUT*.**

$$\boxed{c_t - p_t - S_t + E\cdot e^{-r_f\cdot T} = 0}$$

$$c_t + E\cdot e^{-r_f\cdot T} = p_t + S_t$$

$$p_t = c_t + E\cdot e^{-r_f\cdot T} - S_t$$

$$p_t = 9{,}6104 + 100\cdot e^{-0{,}08\cdot 1} - 100$$

$$\boxed{\mathbf{p_t = 1{,}92\ €}}$$

Dades de partida de l'EXERCICI 13:

– Opció de venda (*PUT*) sobre una acció

– Preu actual d'una acció (S_0) per 50 €.

– El seu preu pujarà o baixarà un 20% al llarg de cadascun dels 2 períodes anuals.

– Preu d'exercici de 52 €.

– El tipus d'interès lliure de risc, r_f , és del 5% anual compost continu.

a) Calculeu el valor actual de l'opció de venda d'*estil europeu*.

si $\Delta \rightarrow 1+0{,}20 = 1{,}2$

si $\delta \rightarrow 1-0{,}20 = 0{,}8$

t = 0 | t = 1 | t = 2

Valor de l'acció

S_0

p → $S_u = S_0 \cdot u = 50 \cdot 1{,}2$

60 €

1 – p → $S_d = S_0 \cdot d = 50 \cdot 0{,}8$

40 €

p → $S_{uu} = S_0 \cdot u^2 = 50 \cdot (1{,}2)^2$

72 €

1 – p / p → $S_{ud} = S_0 \cdot u \cdot d = 50 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}8$

48 €

1 – p → $S_{dd} = S_0 \cdot d^2 = 50 \cdot (0{,}8)^2$

32 €

– Disposem del tipus lliure de risc en temps continu i determinem el tipus en temps discret, amb la qual cosa:

· $r_f = \ln(1+R_F) \rightarrow e^{rf} - 1 = R_F \rightarrow R_F(\text{anual}) = 0{,}05127\ (5{,}127\%)$

Valor de l'opció:

t = 0 | t = 1 | t = 2

P_0
4,1926 €

p / 1 – p

P_u
1,4147 €

P_d
9,4639 €

p / 1 – p

P_{uu} = màx. {E – $S_0 \cdot u^2$, 0} = màx. {52 – 72, 0}
0 €

P_{ud} = màx. {E – $S_0 \cdot u \cdot d$, 0} = màx. {52 – 48, 0}
4 €

P_{dd} = màx. {E – $S_0 \cdot d^2$, 0} = màx. {52 – 32, 0}
20 €

–Si hi apliquem les fórmules respectives, n'extraurem els valors del node t = 1:

$$p = \frac{[(1+R_F)-d]}{(u-d)} = \frac{[(1+0{,}05217)-0{,}8]}{(1{,}2-0{,}9)} = 0{,}6282$$

$$(1\text{-}p) = 0{,}3718$$

– Si hi apliquem les fórmules respectives, n'extraurem els valors del node t = 1:

$$P_u = \frac{P_{uu} \cdot p + P_{ud} \cdot (1-p)}{(1+R_F)} = \frac{4 \cdot 0{,}3718}{(1+0{,}05127)} = 1{,}4147 \text{ €}$$

$$P_d = \frac{P_{du} \cdot p + P_{dd} \cdot (1-p)}{(1+R_F)} = \frac{4 \cdot 0{,}6282 + 20 \cdot 0{,}3718}{(1+0{,}05127)} = 9{,}4639 \text{ €}$$

– Si hi apliquem la fórmula final, el valor del node t = 0:

$$P_0 = \frac{P_u \cdot p + P_d \cdot (1-p)}{(1+R_F)} = \frac{1{,}4147 \cdot 0{,}6282 + 9{,}4639 \cdot 0{,}3718}{(1+0{,}05127)} = 4{,}1926 \text{ €}$$

b) Calculeu el valor actual de l'opció de venda (*PUT*) d'estil americà.

si $\Delta \rightarrow 1+0{,}20 = 1{,}2$

si $\delta \rightarrow 1–0{,}20 = 0{,}8$

No s'exerceix anticipadament, ja que el seu “valor de continuïtat”, 1,4147, és major que el benefici derivat de l'eventual exercici, –8.

Valor de l’opció:

t = 0 t = 1 t = 2

P_0 **5,0894 €**

p 1 – p

P_u **1,4146 €**

P_d **12 €**

p 1 – p p 1 – p

P_{uu} $=$ màx. $\{E – S_0 \cdot u^2, 0\}$ = màx. {52 – 72, 0} **0 €**

P_{ud} $=$ màx. $\{E – S_0 \cdot u \cdot d, 0\}$ = màx. {52 – 48, 0} **4 €**

P_{dd} $=$ màx. $\{E – S_0 \cdot d^2, 0\}$ = màx. {52 – 32, 0} **20 €**

No s'exerceix anticipadament, ja que el seu “valor de continuïtat”, 5,0894, és menor que el benefici derivat de l'eventual exercici, 2.

S'exerceix anticipadament, ja que el seu “valor de continuïtat”, 9,4636, és major que el benefici derivat de l'eventual exercici, 12.

– Si hi apliquem les fórmules respectives, n'extraurem els valors del node t = 1:

$$p = 0{,}6282 \quad \text{i} \quad (1-p) = 0{,}3718$$

– Ara P_u i P_d ja no es calculen igual que en la *PUT* europea, atès que en aquest cas se'ns permet l'exercici anticipat de l'opció. Per tant:

$$P_t = \text{màx.}\left\{\left[P_t, (E - S_t)\right]\right\}$$

$$P_u = \text{màx.}\left\{\left[P_u, (E - S_u)\right]\right\} = \text{màx.}\left\{\left[\frac{P_{uu}\cdot p + P_{ud}\cdot(1-p)}{(1+R_F)}, (E - S_u)\right]\right\}$$

$$P_u = \text{màx.}\left\{\left[\frac{0\cdot 0{,}6282 + 4\cdot 0{,}3718}{(1+0{,}05127)}, (52-60)\right]\right\} = \text{màx.}\left\{\left[1{,}4147, -8\right]\right\} = 1{,}4147$$

No s'exerceix anticipadament, ja que el seu "valor de continuïtat", 1,4147, és major que el benefici derivat de l'eventual exercici, –8.

– De manera anàloga, els càlculs corresponents per a P_d i P_0 serien:

$$P_d = \text{màx.}\left\{\left[P_d, (E - S_d)\right]\right\} = \text{màx.}\left\{\left[\frac{P_{ud} \cdot p + P_{dd} \cdot (1-p)}{(1+R_F)}, (E - S_d)\right]\right\}$$

$$P_d = \text{màx.}\left\{\left[\frac{4 \cdot 0{,}6282 + 20 \cdot 0{,}3718}{(1+0{,}05127)}, (52-40)\right]\right\} = \text{màx.}\left\{\left[9{,}4636, 12\right]\right\} = 12$$

<u>S'exerceix anticipadament</u>, ja que el seu "valor de continuïtat", 9,4636, és menor que el benefici derivat de l'eventual exercici, 12.

$$P_0 = \text{màx.}\left\{\left[P_0, (E - S_0)\right]\right\} = \text{màx.}\left\{\left[\frac{P_u \cdot p + P_d \cdot (1-p)}{(1+R_F)}, (E - S_0)\right]\right\}$$

$$P_0 = \text{màx.}\left\{\left[\frac{1{,}4147 \cdot 0{,}6282 + 12 \cdot 0{,}3718}{(1+0{,}05127)}, (52-50)\right]\right\} = \text{màx.}\left\{\left[5{,}0894; 2\right]\right\} = 5{,}0894$$

<u>No s'exerceix anticipadament</u>, ja que el seu "valor de continuïtat", 5,0894, és major que el benefici derivat de l'eventual exercici, 2.

– Si ens preguntaren en l'enunciat si hi ha la possibilitat d'exercici anticipat en aquest tipus d'opcions i en quin moment, la resposta seria:

· Afirmativa.

· A la fi del primer subperíode i en el cas que la cotització del subjacent haguera baixat.

Dades de partida de l'EXERCICI 14:

– Accions que no paguen dividends.

– Opció de compra europea sobre els títols anteriors que els queden 3 mesos fins a complir-se el seu venciment.

– Preu d'exercici (E) de 50 €.

– Preu actual de les accions (S_0) de 50 €.

– Volatilitat estimada del preu de les accions del 30%.

– El tipus d'interès anual continu lliure de risc, r_f, és del 10%.

a) Calculeu el valor de l'opció europea de compra.

$$C = S \cdot N(d_1) - E \cdot e^{-r_f \cdot (T-t)} \cdot N(d_2)$$

en què:

S = preu actual de l'actiu subjacent.

E = preu d'execució de l'opció.

r_f = tipus d'interès lliure de risc en temps continu (anualitzat).

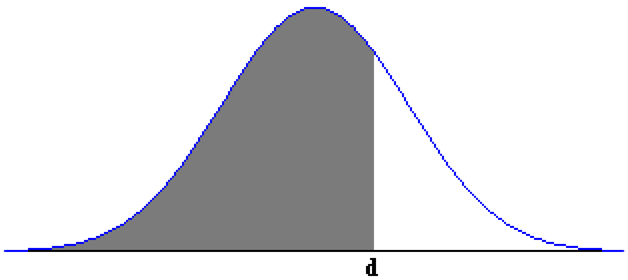
(T-t) = temps (en anys) que falta perquè expire l'opció.

σ^2 = variància (per any) instantània del rendiment de l'acció.

N(d) = probabilitat que una variable aleatòria estandarditzada i normalment distribuïda siga ≤ d.

$$d_1 = \frac{\ln\left(S/E\right) + \left(r_f + \sigma^2/2\right) \cdot (T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)}$$



$$d_1 = \frac{\ln\left(S/E\right) + \left(r_f + \sigma^2/2\right)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} = \frac{\ln\left(50/50\right) + \left(0{,}1 + 0{,}3^2/2\right)\cdot(1/4)}{0{,}3\sqrt{(1/4)}}$$

$d_1 = 0{,}2416$ $\rightarrow$ en les taules no podem trobar aquest valor exacte, només hi apareixen els resultats en funció de dos decimals.

1a forma: utilitzant les taules de la distribució normal estàndard.

· per a N(0,24) = 0,50 + 0,0948 = 0,5948

· per a N(0,25) = 0,50 + 0,0987 = 0,5987

haurem d'interpolar per trobar el valor buscat: N(0,2416).

N(0,25) – N(0,24) = 0,5987 – 0,5948 = 0,0039

N(0,2416) = 0,5948 + 0,16·0,0039 = **0,5954**

2a forma: integrant la funció de densitat de la normal estàndard.

$$N(d_1 = 0{,}2416) = \int_{-\infty}^{d_1} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}\,dx = \mathbf{0{,}5954} \rightarrow$$

significa que hi ha una probabilitat del 59,54% que una observació realitzada a partir de la distribució normal estandarditzada se situe per sota de 0,2416.

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{(T\text{-}t)} = 0{,}2416 - 0{,}3\sqrt{(1/4)} = 0{,}0916$$

<u>1a forma</u>: utilitzant les taules de la distribució normal estàndard.

$$\left.\begin{array}{l} \cdot \text{ per a } N(0{,}09) = 0{,}50 + 0{,}0359 = 0{,}5359 \\ \cdot \text{ per a } N(0{,}10) = 0{,}50 + 0{,}0398 = 0{,}5398 \end{array}\right\}$$

haurem d'interpolar per trobar el valor buscat: N(0,0916).

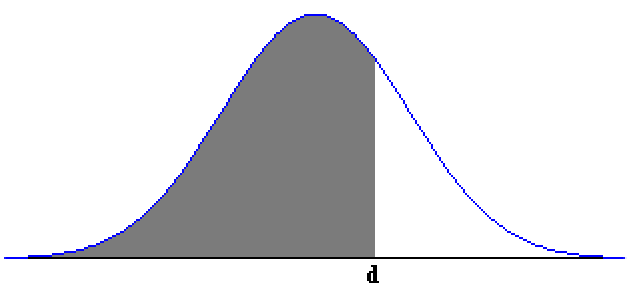
$$N(0{,}10) - N(0{,}09) = 0{,}5398 - 0{,}5359 = 0{,}0039$$

$$N(0{,}0916) = 0{,}5359 + 0{,}16 \cdot 0{,}0039 = \mathbf{0{,}5365}$$

<u>2a forma</u>: integrant la funció de densitat de la normal estàndard.

$$N(d_2 = 0{,}0916) = \int_{-\infty}^{d_2} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}\, dx = \mathbf{0{,}5365} \rightarrow$$

significa que hi ha una probabilitat del 53,65% que una observació realitzada a partir de la distribució normal estandarditzada se situe per sota de 0,0916.



Finalment, el valor de l'opció de compra europea, tenint en compte el model de Black i Scholes, prendrà el valor següent:

$$C = S \cdot N(d_1) - E \cdot e^{-r_f \cdot (T-t)} \cdot N(d_2)$$

$$= (50 \cdot 0.5954) - \left(50 \cdot e^{-0.10 \cdot \left(1/4\right)} \cdot 0.5365\right)$$

$$= (50 \cdot 0.5954) - (50 \cdot 0.9753 \cdot 0.5365)$$

$$\boxed{\mathbf{C = 3{,}61034\ €}}$$

Dades de partida de l’EXERCICI 15:

– Opcions de compra i venda (*CALL* i *PUT*) sobre el mateix actiu subjacent

– Falten 6 mesos per complir-se el termini.

– Preu d’exercici (E) de 40 € per a les dues opcions.

– Preu actual de les accions (S_0) de 42 €.

– Volatilitat estimada anual del preu de les accions és del 20%.

– El tipus d'interès anual continu lliure de risc, r_f, del 10%.

a) Calculeu el valor de les opcions de compra i venda (*CALL* i *PUT*).

$$C = S\cdot N(d_1) - E\cdot e^{-r_f\cdot(T-t)}\cdot N(d_2)$$

en què:

S = preu actual de l'actiu subjacent.

E = preu d'execució de l'opció.

r_f = tipus d'interès lliure de risc en temps continu (anualitzat).

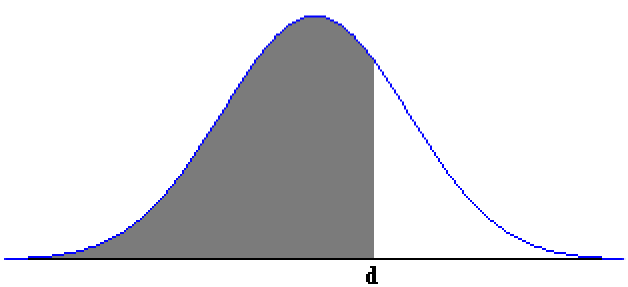
(T-t) = temps (en anys) que falta perquè expire l'opció.

σ^2 = variància (per any) instantània del rendiment de l'acció.

N(d) = probabilitat que una variable aleatòria estandarditzada i normalment distribuïda siga ≤ d.

$$d_1 = \frac{\ln\left(S/E\right) + \left(r_f + \sigma^2/2\right)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)}$$



$$d_1 = \frac{\ln\left(S/E\right) + \left(r_f + \sigma^2/2\right)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} = \frac{\ln\left(42/40\right) + \left(0{,}1 + 0{,}2^2/2\right)\cdot(1/2)}{0{,}2\sqrt{(1/2)}}$$

$d_1 = 0{,}7692 \rightarrow$ en les taules no podem trobar aquest valor exacte, només hi apareixen els resultats en funció de dos decimals.

<u>1a forma</u>: utilitzant les taules de la distribució normal estàndard.

· per a $N(0{,}76) = 0{,}50 + 0{,}2764 = 0{,}7764$

· per a $N(0{,}77) = 0{,}50 + 0{,}2794 = 0{,}7794$

haurem d'interpolar per trobar el valor buscat: N(0,7692).

$N(0{,}77) – N(0{,}76) = 0{,}7794 – 0{,}7764 = 0{,}003$

$N(0{,}7692) = 0{,}7764 + 0{,}92\cdot 0{,}003 = \mathbf{0{,}7791}$

<u>2a forma</u>: integrant la funció de densitat de la normal estàndard.

$$N(d_1 = 0{,}7692) = \int_{-\infty}^{d_1} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}\,dx = \mathbf{0{,}7791} \rightarrow$$

significa que hi ha una probabilitat del 77,91% que una observació realitzada a partir de la distribució normal estandarditzada se situe per sota de 0,7692.

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{(T\text{-}t)} = 0{,}7692 - 0{,}2\sqrt{(1/2)} = 0{,}6278$$

1a forma: utilitzant les taules de la distribució normal estàndard.

· per a N(0,62) = 0,50 + 0,2324 = 0,7324
· per a N(0,63) = 0,50 + 0,2357 = 0,7357

haurem d'interpolar per trobar el valor buscat: N(0,0916).

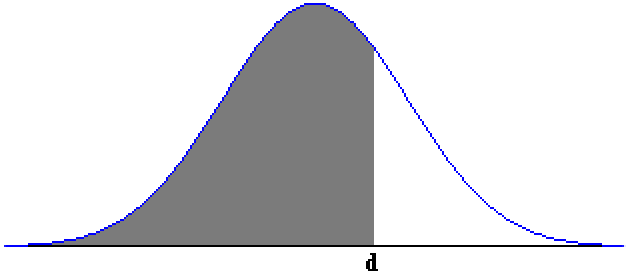
N(0,63) – N(0,62) = 0,7357 – 0,7324 = 0,0033

N(0,6278) = 0,7324 + 0,78·0,0033 = **0,7349**

2a forma: integrant la funció de densitat de la normal estàndard.

$$N(d_2 = 0{,}6278) = \int_{-\infty}^{d_2} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}\,dx = \mathbf{0{,}7349} \rightarrow$$

significa que hi ha una probabilitat del 73,49% que una observació realitzada a partir de la distribució normal estandarditzada se situe per sota de 0,6278.



Finalment, el valor de l'opció de compra europea, tenint en compte el model de Black i Scholes i la paritat *PUT-CALL*, prendran els valors següents:

$$C = S \cdot N(d_1) - E \cdot e^{-r_f \cdot (T-t)} \cdot N(d_2)$$

$$= (42 \cdot 0{,}7791) - \left(40 \cdot e^{-0.10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)} \cdot 0{,}7349\right)$$

$$= (42 \cdot 0{,}7791) - (40 \cdot 0{,}9512 \cdot 0{,}7349)$$

$$\boxed{\mathbf{C = 4{,}76\ €}}$$

Si hi apliquem la paritat *PUT-CALL*, n'obtindrem el valor per a la *PUT*:

$$\boxed{c - p - S + E \cdot e^{-r_f \cdot T} = 0}$$

$$p = c + E \cdot e^{-r_f \cdot T} - S$$

$$p = 4{,}76 + 40 \cdot e^{-0{,}1 \cdot 1/2} - 42$$

$$\boxed{\mathbf{P = 0{,}81\ €}}$$