

4. El potencial electrostàtic

- 4.1. Una esfera metàl·lica de radi a es troba a potencial zero. Exteriorment està envoltada per una capa esfèrica que s'estén fins a un radi $r = b$ i té una densitat de càrrega ρ . Trobeu el potencial en qualsevol punt de l'espai.
- 4.2. Obteniu pel mètode de les imatges el potencial corresponent a un dipol elèctric situat enfront d'un plànol connectat a potencial zero quan (a) el dipol és paral·lel al plànol i (b) el dipol és perpendicular al plànol.
- 4.3. Calculeu el potencial electrostàtic en els punts $(x; y; z)$ amb $y > 0$ y $z > 0$, quan els semiplans $z = 0$ amb $y > 0$ i $y = 0$ con $z > 0$ es troben a potencial zero i se situa una càrrega puntual q en $(0; a; b)$, amb a i b positius.
- 4.4. Amb quatre làmines conductores molt llargues es forma un prisma de secció rectangular de costats $2a$ i $2b$. Determineu el potencial dintre del prisma quan dues cares oposades es connecten a terra i les altres dues, a potencials $\pm V$.
- 4.5. (a) Calculeu el potencial electrostàtic en l'espai limitat per dos semiplans conductors paral·lels, a potencial zero i separats una distància a , i una banda conductora situada entre els extrems dels plànols a potencial V . (b) Obteniu la densitat de càrrega que s'indueix sobre cadascun dels conductors.
- 4.6. Un tub infinit de radi a està partit longitudinalment en dues meitats que es mantenen a potencials $\pm V$. Trobeu el potencial en punts de l'interior i en punts de l'exterior.
- 4.7. Una esfera conductora de radi a es troba a potencial zero al si d'un camp inicialment uniforme E_0 . Determineu el potencial i la densitat superficial de càrrega induïda en l'esfera conductora.
- 4.8. Al centre d'una escorça esfèrica de radi a , que es manté a potencial V , hi ha un dipol de moment p . Trobeu el potencial en l'interior de l'esfera i la densitat superficial de càrrega induïda en la superfície.

Material auxiliar

- 1) Tenim un cilindre conductor de longitud infinita i radi a , a potencial 0. Situem a una distància d de l'eix del cilindre un línia carregada de longitud infinita i carregat amb una densitat lineal λ . Calculeu el potencial electrostàtic quan a) $d > a$ (fil a l'exterior) i b) quan $d < a$ (fil a l'interior). Calculeu en ambdós casos la densitat superficial de càrrega induïda en el conductor.
- 2) Un cilindre infinit de radi a està al sí d'un camp inicialment uniforme E_0 . Trobeu el potencial i la densitat superficial de càrrega induïda en el cilindre.
- 3) Un tub infinit de radi a està a potencial zero. Un extrem del tub té una base, aïllada respecte del tub, a potencial $V = V_0$ i l'altre extrem està obert. Trobeu el potencial dins del tub.
- 4) Es té una superfície cilíndrica indefinida de radi a , que es manté a un potencial $f(\varphi) = V \sin(2\varphi)$, sent φ l'angle azimutal de coordenades cilíndriques i V , una constant que té dimensions de volts. Suposant que l'espai interior i exterior que envolta el cilindre és aire (ϵ_0), es demana:
 - a) Calcular el potencial a l'interior i a l'exterior del cilindre.

- b) Calcular el camp elèctric a l'interior i a l'exterior del cilindre
- c) Calcular la densitat superficial de càrrega que existeix en el cilindre.

NOTA 1:
$$\nabla \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$$

NOTA 2: La solució general de l'equació de Laplace en coordenades cilíndriques és:

$$\phi(r, \varphi) = \alpha_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n}) (C_n \cos(n\varphi) + D_n \sin(n\varphi))$$

NOTA 3:

$$\int_0^{2\pi} \cos(n\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi = \pi \delta_{m,n}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(n\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi = \pi \delta_{m,n} \quad m, n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(n\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi = 0$$

- 5) Una esfera està dividida en dos hemisferis que es mantenen a potencials $\pm V$. Obteniu el potencial elèctric a l'interior de l'esfera. Quines modificacions hauríem d'introduir per a tenir el potencial en el volum exterior?
- 6) Es té un conductor a potencial V amb un buit esfèric de radi b . En aquest buit se situa una superfície esfèrica no conductora de grossor negligible, de radi a ($b = 2a$), concèntrica amb el buit, que té un potencial $V_0 \cos\theta$. Es demana:
 - a) Calcular el potencial electrostàtic per a $r < a$.
 - b) Calcular el potencial electrostàtic per a $a < r < b$.
 - c) Calcular les densitats superficials de càrrega en $r = b$ i en $r = a$
 - d) Calcular, per a $V = 0$, l'energia electrostàtica del sistema.

Resum de problemes:

Integració	Imatges	Fact. (cart)	Fact. (cil)	Fact. (esf)
4.1				
	4.2			
	4.3			
		4.4		
		4.5		
			4.6	
				4.7
				4.8
	Aux. 1			
			Aux. 2	
			Aux. 3	
			Aux. 4	
				Aux. 5
				Aux. 6